

# Туннелирование в двухслойных системах с электрон-дырочным спариванием (Обзор)

А.И. Безуглый

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»  
ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина*

*Харьковский национальный университет, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина  
E-mail: bezuglyj@kipt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2019 г., опубликована онлайн 24 марта 2020 г.

В двухслойных  $n$ - $p$  системах может возникать фазово-когерентное состояние электрон-дырочных пар, порожденных кулоновским притяжением электронов  $n$ -слоя к дыркам из  $p$ -слоя. В отличие от джозефсоновских переходов фаза параметра порядка в  $n$ - $p$  бислоях фиксируется матричными элементами межслоевого туннелирования  $T_{12}$ . Фиксация фазы определяет реакцию электрон-дырочного конденсата на электрическое напряжение между слоями: фаза постоянна при малых напряжениях  $V < V_c$  и монотонно увеличивается со временем при  $V > V_c$ . Изменение динамики системы при  $V = V_c$  приводит к пику дифференциальной туннельной проводимости. Ширина пика  $V_c$  пропорциональна модулю туннельного матричного элемента  $|T_{12}|$ , а его высота от  $|T_{12}|$  не зависит. Таким образом, при малых  $|T_{12}|$  пик оказывается высоким и узким. В случае двухслойных систем большой длины параллельное слоям магнитное поле значительно уменьшает высоту пика. В двухслойных системах малых размеров зависимость высоты пика туннельной проводимости от параллельного магнитного поля имеет вид, подобный картине дифракции Фраунгофера. Пик межслоевой дифференциальной туннельной проводимости также сильно подавляется температурой вследствие термических флуктуаций межслоевого напряжения.

Ключевые слова: двухслойные системы, электрон-дырочное спаривание, туннельная проводимость.

## Содержание

|   |     |
|---|-----|
| 1. Введение .....   | 536 |
| 2. Фиксация фазы параметра порядка как физическая причина пика туннельной проводимости двухслойных структур с $e$ - $h$ спариванием ..... | 539 |
| 3. Подавление тепловыми флуктуациями пика дифференциальной туннельной проводимости двухслойной системы с $e$ - $h$ спариванием .....      | 541 |
| 4. Туннельная проводимость фазово-когерентных двухслойных систем малой длины в параллельном магнитном поле .....                          | 543 |
| 5. Заключение .....   | 546 |
| Литература .....  | 547 |

## 1. Введение

В полупроводниках кулоновское притяжение между электроном ( $e$ ) из зоны проводимости и дыркой ( $h$ ) из валентной зоны может приводить к связанному  $e$ - $h$  состоянию (экситону), радиус которого существенно превышает постоянную решетки вследствие больших значений диэлектрической постоянной и малых зна-

чений эффективных масс электрона и дырки [1]. Такая  $e$ - $h$  пара может переносить энергию, но, будучи электрически нейтральной, не переносит электрический заряд. Поскольку  $e$ - $h$  пары состоят из двух фермионов, они представляют собой составные бозоны, для которых возможна бозе-конденсация и существование коллективного фазово-когерентного состояния, аналогичного конденсату куперовских пар в сверхпро-

водниках [2–5]. Однако оказывается, что в полупроводниках межзонные переходы фиксируют фазу параметра порядка  $e-h$  системы, а отсутствие вырождения по фазе параметра порядка делает невозможным существование токовых состояний, пропорциональных градиенту фазы, и, таким образом, запрещает экситонную сверхтекучесть [6].

Важно подчеркнуть, что выше речь шла об обычных трехмерных системах. В 1970-х годах внимание привлекли гетероструктуры, состоящие из двух слоев с проводимостью  $n$ - и  $p$ -типа, разделенных диэлектрической прослойкой (см. рис. 1). В работах Лозовика, Юдсона и Шевченко [7–9] было показано, что в двухслойных системах возможно спаривание пространственно разделенных электронов и дырок и предсказана сверхтекучесть  $e-h$  пар, проявляющая себя в протекании по слоям бездиссипативных антипараллельных токов. Заметим, что в двухслойных системах с пространственно разделенными электронами и дырками ситуация с фиксацией фазы отличается от трехмерного случая, поскольку в двухслойных системах межзонным переходам соответствуют туннельные переходы между слоями. При увеличении толщины диэлектрической прослойки  $d$  электрон-дырочное взаимодействие спадает степенным образом, тогда как матричные элементы туннельного гамильтониана уменьшаются экспоненциально. Как следствие, для вполне обычных значений высоты туннельного барьера  $W_T \sim 2$  эВ и межслоевого расстояния  $d \sim 10$  нм величина  $|T_{12}|$  оказывается исчезающе малой и, по мнению авторов работы [7], межслоевые туннельные переходы не оказывают влияния на сверхтекучесть  $e-h$  пар. Впоследствии, однако, выяснилось, что во многих случаях межслоевым туннелированием пренебрегать нельзя, но его влияние приводит не к фиксации фазы, а к пространственной неоднородности электрон-дырочного токового состояния, которое возникает при протекании по слоям равных и противоположно направленных токов. При учете межслоевого туннелирования слабые токи с плотностью  $J < J_{c1}$

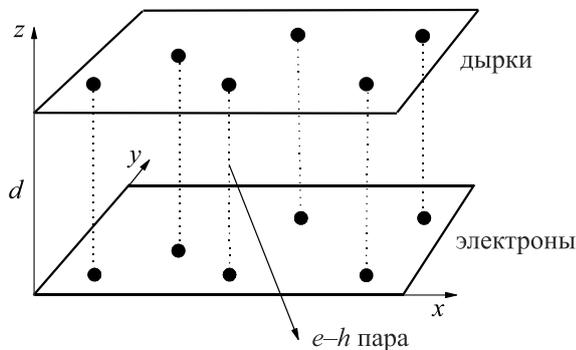


Рис. 1. Двухслойная система со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок. Ось  $z$  перпендикулярна  $n$ - и  $p$ -слоям,  $d$  — расстояние между слоями.

( $J_{c1} \propto |T_{12}|^{1/2}$ ) локализуются у краев двухслойной системы на длине  $\lambda_J (\propto |T_{12}|^{-1/2})$ , тогда как токи с плотностью  $J > J_{c1}$  проникают на всю длину двухслойной системы, но имеют неоднородное распределение, аналогичное распределению тока в джозефсоновском контакте, содержащем цепочку джозефсоновских вихрей [10]. Аналогичная ситуация возникает в параллельном слое магнитном поле. Так, Куликом и Шевченко [11] показано, что фаза фиксирована лишь при  $H < H_{c1}$ , когда поле проникает в двухслойную систему на длину  $\lambda_J$ . (Критическое поле  $H_{c1} \propto |T_{12}|^{1/2}$ .) При  $H > H_{c1}$  фиксация фазы снимается и фаза монотонно меняется в перпендикулярном полю направлении, что приводит к пространственным осцилляциям туннельного тока (вихревому состоянию).

Важно отметить, что в отличие от сверхпроводников в системах с электрон-дырочным спариванием немагнитные примеси подавляют параметр порядка, поскольку заряженная примесь рассеивает электроны и дырки «в разные стороны», приводя к разрыву пары [12]. В работе [13] была рассмотрена ситуация, когда в слоях как  $n$ -, так и  $p$ -типа имеются беспорядочно расположенные немагнитные примеси, расстояние между которыми значительно превышает постоянную решетки. При этом считалось, что взаимодействие носителей тока с примесями является короткодействующим, так что примеси не рассеивают носители из «чужого» слоя. Как оказалось, действие таких примесей на когерентное состояние двухслойной  $n-p$  системы весьма похоже на действие магнитных примесей на сверхпроводник [14]. Так, в грязных двухслойных  $n-p$  системах существует критическое время свободного пробега носителей  $\tau_c$ , при котором параметр порядка обращается в нуль. Более того, как и в сверхпроводниках с магнитными примесями, есть такое время свободного пробега  $\tau'$ , при котором щель в спектре возбуждений обращается в нуль, но параметр порядка отличен от нуля. Время  $\tau'$  определяется соотношением

$$(\tau')^{-1} = 2e^{-\pi/4} \tau_c^{-1} \approx 0,91 \tau_c^{-1},$$

и бесщелевой ситуации соответствует область  $\tau_c < \tau < \tau'$ .

Как следует из оценок [15], критическая концентрация примесей, при которой спаривание не происходит даже при нулевой температуре, весьма мала. Например, для вещества, температура перехода которого в состояние со спаренными электронами и дырками в отсутствие примесей  $T_{c0} \sim 10$  К и фермиевская скорость  $v_F \sim 10^6$  см/с, критическая плотность  $n_c \sim 10^{18} - 10^{19}$  см<sup>-3</sup>, что соответствует концентрации примесей  $n_c/N \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ . Таким образом, для реализации структур с электрон-дырочным спариванием необходимо выполнить весьма жесткие условия их чистоты. Забегая вперед, отметим, что именно высокая чистота полупроводниковых гетероструктур с двумя близко расположенными кванто-

выми ямами позволила наблюдать в них явления, связанные с квантовой когерентностью  $e-h$  пар [16,17].

Примесное рассеяние в фазово-когерентной двухслойной  $n-p$  системе позволяет получить локальные динамические уравнения для параметра порядка  $\Delta(\mathbf{r}, t)$ , плотности тока  $\mathbf{j}_v(\mathbf{r}, t)$  и плотности заряда  $n_v(\mathbf{r}, t)$  (индекс  $v$  обозначает номер слоя). Хорошо известно, что подобные уравнения могут быть выведены микроскопически для бесщелевого состояния сверхпроводника, поскольку в этом случае ядра интегральных уравнений для физических величин не имеют особенности на частоте, равной порогу поглощения квантов энергии [18]. Отсутствие порога поглощения локализует интегральные ядра во времени, что дает возможность записать локальные динамические уравнения. Отметим, что микроскопический вывод динамических уравнений для параметра порядка, тока и плотности заряда фазово-когерентной двухслойной системы в бесщелевом состоянии во многом аналогичен выводу нестационарных уравнений для сверхпроводников с парамагнитными примесями. В работе [15] на основе техники температурных функций Грина и методов аналитического продолжения получено следующее нестационарное уравнение для параметра порядка двухслойной вырожденной электрон-дырочной системы:

$$\begin{aligned} & -\frac{m\tau}{\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + i(\mu_1^* - \mu_2^*) \right] \Delta + \frac{2\pi}{3} m\tau^2 (T_c^2 - T^2) \Delta - \\ & -\frac{4}{3\pi} \frac{m^2 \tau^2}{M} |\Delta|^2 \Delta + \frac{mp_0^2 \tau^2}{\pi M^2} \left[ \nabla - \frac{ie}{c} (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \right]^2 \Delta + \frac{T_{12}}{\lambda} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\hbar = k_B = 1$ ,  $\tau$  — время упругого рассеяния носителей,  $T$  — температура,  $T_c$  — критическая температура,  $M = m_1 + m_2$  — масса электрон-дырочной пары,  $m = m_1 m_2 / M$  — приведенная масса пары,  $p_0$  — импульс Ферми электронов и дырок,  $\lambda$  — входящая в уравнение самосогласования константа кулоновского взаимодействия [8]. Выбор законов дисперсии электронов и дырок с одинаковыми импульсами Ферми обеспечивает выполнение важного для  $e-h$  спаривания условия конгруэнтности электронной и дырочной поверхностей Ферми. Кроме того, введены вектор-потенциал  $\mathbf{A}_v$  и электрохимический потенциал  $\mu_v^*$  в слое  $v$ . (Здесь и далее индекс  $v=1$  соответствует электронному слою, а  $v=2$  — дырочному.) Нетрудно заметить, что полученное уравнение представляет собой обобщение на нестационарный случай уравнения Гинзбурга–Ландау для систем с электрон-дырочным спариванием (ср. с [10]).

Плотность тока в слое  $v$  можно получить с помощью аналитического продолжения выражения для тока, записанного через температурные функции Грина. В результате имеем равенство

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_v = & \sigma_v \left[ -\frac{1}{c} \mathbf{A} - \nabla \phi_v \right] - D_v e \nabla \delta n_v + \\ & + (-1)^{v+1} \frac{8Nem\tau^2 \Delta_0^2}{M^2} \left[ \nabla \theta - \frac{e}{c} (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

в котором правая часть состоит из трех вкладов: тока проводимости, диффузионного тока и сверхпроводящего тока. В выражении (2) явно выделены фаза параметра порядка и его модуль ( $\Delta = \Delta_0 e^{i\theta}$ ). Кроме того, введены проводимости слоев  $\sigma_v$  и коэффициент диффузии двумерной системы  $D_v = (1/2)v_v^2 \tau$ . Величины  $\phi_v$  и  $\delta n_v$  обозначают электростатический потенциал и отклонение плотности электронов от равновесной.

Можно показать, что плотность тока и избыточная плотность заряда в каждом слое связаны уравнением непрерывности  $e\delta \dot{n}_v + \text{div } \mathbf{j}_v + I_{v\bar{v}} = 0$ . Здесь  $I_{v\bar{v}}$  — поперечный туннельный ток из слоя  $v$  в слой  $\bar{v}$ . Для тока  $I_{12}$  имеем выражение

$$I_{12} = -\frac{4e|T_{12}|\Delta_0}{\lambda} \sin(\theta - \chi), \quad (3)$$

где  $\chi$  — фаза матричных элементов  $T_{12}$ . Заметим, что при наличии магнитного поля фаза  $\chi$  содержит дополнительный вклад  $\frac{e}{c} \int_0^d A_z dz$ .

В настоящее время в эксперименте реализованы два способа создания конденсата электрон-дырочных пар с пространственно разделенными компонентами, причем в обоих случаях конденсат формируется в близко расположенных GaAs/AlGaAs двойных квантовых ямах. В одном из них межъямные экситоны возбуждаются лазерным импульсом в отсутствие перпендикулярного магнитного поля [19,20]. Другой способ заключается в создании специфической  $n-n$  системы: в квантовых ямах за счет легирования создаются двумерные электронные слои, которые помещаются в перпендикулярное магнитное поле, такое что суммарный фактор заполнения  $\nu_T = \nu_1 + \nu_2 = 1$  [21]. В силу равенства  $\nu_T = 1$  число занятых состояний на нижнем уровне Ландау в первом слое равно числу свободных состояний во втором слое (для определенности считаем  $\nu_1 < \nu_2$ ). Если перейти во втором слое к дырочному описанию, то окажется, что в пары связываются расположенные в разных слоях электроны и дырки, находящиеся на нижних уровнях Ландау [22]. Поскольку все описанные выше системы имеют один и тот же механизм возникновения состояния с межслоевой фазовой когерентностью (основанный на бозе-конденсации  $e-h$  пар с пространственно разделенными компонентами), физические свойства этих систем в когерентном состоянии должны быть качественно подобными.

В туннельных экспериментах на двухслойных  $n-n$  системах с  $\nu_T = 1$  было обнаружено, что переход  $n-n$

системы в фазово-когерентное состояние сопровождается возникновением высокого и острого пика дифференциальной туннельной проводимости  $G_T(V)$  в области малых межслоевых напряжений  $V$  [16,17]. При низких температурах этот пик туннельной проводимости имеет конечную высоту и конечную ширину, что отличает его от пика туннельной проводимости джозефсоновского контакта. Если двухслойную систему поместить в параллельное слоям магнитное поле  $H$ , высота пика уменьшается и в полях  $H > 0,6$  Тл пик становится практически неразличимым.

Теоретической интерпретации экспериментальных результатов [16,17] был посвящен ряд работ. Так, в [23] пик туннельной проводимости рассматривался как следствие нестационарного эффекта Джозефсона в длинном неоднородном контакте. В статьях [24,25] интерпретация пика была основана на представлении о конечном времени фазовой когерентности, а в статье [26] авторы провели как феноменологический, так и микроскопический расчет величины туннельной проводимости  $G_T$  при  $V = 0$ . В работе [27] величина  $G_T(V, H)$  вычислялась с помощью феноменологического уравнения, подобного уравнению Ландау–Лифшица для магнитного момента. Подобная многовариантность теоретических подходов при интерпретации эксперимента [16,17] стимулирует последовательное микроскопическое рассмотрение динамики фазово-когерентных двухслойных систем, что и является основным предметом последующих разделов. Хотя приведенные ниже теоретические результаты относятся к  $n-p$  системам в отсутствие перпендикулярного магнитного поля, экситонная природа коллективного состояния позволяет получить количественное согласие теоретических результатов и с экспериментами на  $n-n$  системах в перпендикулярном магнитном поле при  $v_T = 1$  [16,17].

## 2. Фиксация фазы параметра порядка как физическая причина пика туннельной проводимости двухслойных структур с $e-h$ спариванием

В этом разделе рассматривается отклик фазово-когерентной  $n-p$  системы на межслоевое напряжение при нулевой температуре [28]. Вначале обратимся к физической стороне этого явления. Аналогично существованию критического поля  $H_{c1}$  [11], существует пропорциональное  $|T_{12}|$  пороговое межслоевое напряжение  $V_c$ , количественно характеризующее степень фиксации фазы в  $n-p$  системе. При малых напряжениях ( $V < V_c$ ) фаза параметра порядка фиксирована (стационарна), а постоянный туннельный ток пропорционален  $V$ . Омический характер пространственно однородного туннельного тока при  $V < V_c$  означает, что в фазово-когерентной  $n-p$  системе нет стационарного эффекта Джозефсона. (Для двухслойной электронной системы, помещенной в перпендикулярное магнитное поле, отсутствие стационарного эффекта Джозефсона установлено в статье [26].) В области больших напряжений  $V > V_c$  фаза монотонно меняется во времени, что приводит к осцилляциям туннельного тока с частотой  $\omega = e\sqrt{V^2 - V_c^2}$  (здесь и далее  $e$  — элементарный заряд). Таким образом, при  $V > V_c$  в  $n-p$  системе сохраняется основная черта нестационарного эффекта Джозефсона: осцилляции туннельного тока при постоянном приложенном напряжении. Вместе с тем диссипативный характер осциллирующего туннельного тока, неуниверсальность зависимости  $\omega$  от  $V$  и наличие порогового напряжения  $V_c$  специфичны для фазово-когерентных двухслойных  $n-p$  систем.

Описанное выше «освобождение» фазы параметра порядка при  $V = V_c$  имеет своим следствием острый пик  $G_T(V)$ , высота которого не зависит от  $|T_{12}|$ , а полуширина равна  $V_c (\propto |T_{12}|)$ , т.е. для малых  $|T_{12}|$  пик оказывается высоким и узким. Таким образом, природа наблюдавшегося в экспериментах [16,17] пика туннельной проводимости тесно связана с явлением фиксации фазы параметра порядка туннельными переходами. Экспериментально наблюдаемое подавление пика  $G_T(V)$  при увеличении параллельного магнитного поля [17] также свидетельствует в пользу такой интерпретации, поскольку достаточно сильное параллельное слоям магнитное поле устраняет фиксацию фазы.

Перейдем к рассмотрению динамики фазово-когерентной  $n-p$  системы в пределе высокой плотности пар, когда среднее расстояние между электрон-дырочными парами мало по сравнению с характерным размером пары. Преимущество предела высокой плотности связано с возможностью анализировать динамику фазово-когерентной системы в бесщелевом состоянии, когда она описывается достаточно простым динамическим уравнением Гинзбурга–Ландау в терминах комплексного параметра порядка ( $\Delta = \Delta_0 e^{i\theta}$ ), не привлекая динамику функции распределения квазичастиц. Полученное в технике функций Грина динамическое уравнение для параметра порядка  $n-p$  системы (2) удобно записать в следующем виде:

Перейдем к рассмотрению динамики фазово-когерентной  $n-p$  системы в пределе высокой плотности пар, когда среднее расстояние между электрон-дырочными парами мало по сравнению с характерным размером пары. Преимущество предела высокой плотности связано с возможностью анализировать динамику фазово-когерентной системы в бесщелевом состоянии, когда она описывается достаточно простым динамическим уравнением Гинзбурга–Ландау в терминах комплексного параметра порядка ( $\Delta = \Delta_0 e^{i\theta}$ ), не привлекая динамику функции распределения квазичастиц. Полученное в технике функций Грина динамическое уравнение для параметра порядка  $n-p$  системы (2) удобно записать в следующем виде:

$$(\dot{\Delta} - ieV\Delta) - \left\{ A - B\Delta_0^2 - D \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + iec(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) \right]^2 \right\} \Delta - \frac{T_{12}}{\zeta\tau} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\tau$  — время свободного пробега электронов, которое считается равным времени свободного пробега дырок,  $\zeta$  — безразмерная константа кулоновского взаимодействия [8]. Уравнение (4) имеет простую структуру. Так, слагаемое в круглых скобках типично для динамического обобщения уравнения Гинзбурга–Ландау (см., например, [18]). Без этого слагаемого уравнение (4) является обычным стационарным уравнением Гинзбурга–Ландау. Появление в (4) матричного элемента туннелирования  $T_{12}$  связано с тем, что в случае электрон-ды-

рочного спаривания этот матричный элемент входит в уравнение самосогласования для параметра порядка. В бесщелевой ситуации коэффициенты уравнения Гинзбурга–Ландау явно определены в уравнении (1).

При малых полях и токах модуль параметра порядка  $\Delta_0$  слабо меняется в пространстве и во времени. Считая  $\Delta_0$  константой, мнимую часть уравнения (4) можно представить в виде

$$\dot{\phi} - D \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} - \frac{2\pi d}{\Phi_0} [\mathbf{Hn}] \right) - eV + eV_c \sin \phi = 0, \quad (5)$$

где введена градиентно инвариантная фаза  $\phi = \theta - \chi - (2\pi d / \Phi_0) A_z$ ,  $d$  — расстояние между слоями,  $\Phi_0 = hc / e$  — квант магнитного потока. Единичный вектор  $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$  нормален к слоям и направлен от слоя 1 (электронного) к слою 2 (дырочному). Пороговое напряжение  $V_c = |T_{12}| / (e\zeta\tau\Delta_0)$ .

Легко заметить, что в однородном случае уравнение (5) для фазы  $\phi$  существенно отличается от соотношения Джозефсона  $\dot{\phi} = eV$ . Появление в динамическом уравнении для фазы слагаемого, пропорционального  $|T_{12}|$ , радикально меняет его решения. Так, без внешних полей устойчивое стационарное и однородное решение уравнения (5) есть  $\phi = 0$ , т.е.  $\theta = \chi$ , а это означает, что межслоевые туннельные переходы фиксируют фазу параметра порядка.

Анализ динамики  $n$ - $p$  системы в фазово-когерентном состоянии удобно начать с пространственно однородного случая, когда в отсутствие магнитного поля к системе приложено межслоевое напряжение, т.е. когда  $n$ - $p$  туннельный контакт включен в электрическую цепь с сопротивлением  $R$  и источником напряжения  $\mathcal{E}$ . Возникающее при этом падение напряжения  $V$  на  $n$ - $p$  туннельном контакте определяет разность электрохимических потенциалов слоев и тем самым плотность носителей в  $n$ - и  $p$ -слоях. В линейном по  $T_{12}$  приближении плотность туннельного тока из слоя 1 в слой 2 дается выражением  $J = J_c \sin \phi$ , где  $J_c = 4eN(0)|T_{12}|\Delta_0 / \zeta$ , а  $N(0) = m / \pi$  [15].

Найдем вольт-амперную характеристику (ВАХ) и дифференциальную туннельную проводимость  $n$ - $p$  системы в предельном случае  $R = 0$ . В этом пределе можно не различать  $V$  и  $\mathcal{E}$ , а динамику системы анализировать на основании уравнения (5) без пространственных производных. Поведение системы существенно различно в двух интервалах напряжения:  $V < V_c$  и  $V > V_c$ . При малых напряжениях ( $V < V_c$ ) фаза  $\phi = \arcsin V / V_c$  и туннельный ток  $I$  пропорционален  $V$ . Соответствующая туннельная проводимость

$$G_T = \frac{dI}{dV} = \frac{I_c}{V_c} = 4e^2 N(0) \tau \Delta_0^2 S. \quad (6)$$

Заметим, что в области  $V < V_c$  туннельная проводимость постоянна и не зависит от величины матричного

элемента туннелирования  $|T_{12}|$ . Такая независимость туннельной проводимости от  $|T_{12}|$ , а также ее пропорциональность  $\Delta_0^2(T)$  согласуется с результатом [26] для  $G_T$  при  $V = 0$ .

При  $V > V_c$  фаза  $\phi$  монотонно растет со временем, и межслоевой ток осциллирует с частотой  $\omega = e\sqrt{V^2 - V_c^2}$ . Туннельный ток является диссипативным, поскольку его среднее значение отлично от нуля:

$$I = (I_c / V_c) (V - \sqrt{V^2 - V_c^2}). \quad (7)$$

Так как согласно (7) туннельный ток уменьшается с увеличением напряжения, дифференциальная туннельная проводимость при  $V > V_c$  отрицательна:

$$G_T(V) = -(I_c / V_c) [V(V^2 - V_c^2)^{-1/2} - 1]. \quad (8)$$

Проводимость  $G_T(V)$  имеет максимальное (постоянное) значение при  $|V| < V_c$  и точки разрыва при  $V = \pm V_c$ . В области  $|V| > V_c$  с увеличением  $|V|$  туннельная проводимость монотонно стремится к нулю, оставаясь отрицательной. Если принять во внимание опущенное здесь флуктуационное сглаживание ВАХ (которое рассмотрено в следующем разделе), то зависимость  $G_T$  от  $V$  будет иметь вид плавной кривой с максимумом при  $V = 0$  (шириной приблизительно  $2V_c$ ) и двумя минимумами при  $V \approx \pm V_c$ . Именно такой ход кривой  $G_T(V)$  наблюдался в эксперименте [17] в отсутствие параллельного слоям магнитного поля.

Пусть теперь двухслойная  $n$ - $p$  структура помещена в параллельное слоям магнитное поле  $\mathbf{H}$ , направленное вдоль оси  $y$ . Если  $H > H_{c1} = (2\Phi_0 / \pi^2 d) (J_c M / en_s)^{1/2}$  (двумерная плотность конденсатных частиц  $n_s = 4\rho_0^2 N(0) (\tau \Delta_0)^2 / M$ ), то магнитное поле между слоями имеет неоднородную (вихревую) компоненту. Покажем, что ВАХ  $n$ - $p$  системы в магнитном поле сильно отличаются от ВАХ в нулевом поле и существенно различны при малых и при больших сопротивлениях  $R$ . В предельном случае  $R = 0$  (и  $H \gg H_{c1}$ ) решение уравнения (5) может быть найдено по теории возмущений. Полагая  $\phi = \phi_0 + \phi_1$ , где  $\phi_0 = kx + \omega t$  ( $k = 2\pi dH / \Phi_0$ ,  $\omega = eV$ ), и учитывая поправочный член  $\phi_1$  (пропорциональный малой величине  $T_{12}$ ) как возмущение, получим для средней плотности туннельного тока выражение

$$J = J_c \frac{eV_c}{2} \frac{\omega}{(Dk^2)^2 + \omega^2}. \quad (9)$$

Таким образом, для  $R = 0$  ВАХ имеет широкий диффузионный максимум при  $eV = Dk^2$ .

При больших значениях  $R$  перенос заряда из одного слоя в другой по электрической цепи несущественен, и динамика плотности электронов в слое 1 определяется уравнением непрерывности

$$e\delta\dot{n} = \text{div}_2 \mathbf{j} + J_c \sin \phi,$$

где  $\text{div}_2 \mathbf{j}$  обозначает двумерную дивергенцию внутрислоевого тока

$$\mathbf{j} = -\frac{en_s}{M} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} - \frac{2\pi d}{\Phi_0} [\mathbf{Hn}] \right).$$

В предположении, что  $eV \ll \tau \Delta_0^2$ , описанная выше процедура теории возмущений дает следующее уравнение для  $\phi_1$ :

$$\ddot{\phi}_1 - D \frac{\partial^2 \dot{\phi}_1}{\partial \mathbf{r}^2} - u_0^2 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \mathbf{r}^2} = -\frac{J_c}{eN_*(0)} \sin \phi_0, \quad (10)$$

где  $u_0 = (n_s/MN_*(0))^{1/2}$  — скорость плазмонов и  $N(0)$  — перенормированная плотность состояний [15]. В отличие от случая  $R = 0$ , левая часть уравнения (10) имеет не диффузионный, а волновой характер. Соответственно, выражение для средней плотности туннельного тока

$$J = J_c \frac{1}{2\lambda_J^2} \frac{\omega \alpha k^2}{(\omega^2/u_0^2 - k^2)^2 + (\omega \alpha k^2)^2} \quad (11)$$

имеет резонансную особенность при  $\omega = u_0 k$ , ширина которой определяется затуханием  $\alpha = D/u_0^2$ . Этот резонанс возникает вследствие совпадения скорости плазмонов  $u_0$  в двухслойной структуре и скорости движения вихрей магнитного поля. Параметр  $\lambda_J = (en_s/MJ_c)^{1/2}$ .

Из соотношений (9) и (11) следует, что при  $H \gg H_{c1}$  значение  $G_T(0)$  пропорционально малой величине  $|T_{12}|^2$ , т.е. пик дифференциальной туннельной проводимости (имеющийся при  $H = 0$ ) сильно подавлен. Причина такого подавления заключается в том, что при  $H > H_{c1}$  фаза  $\phi$  монотонно меняется с координатой, а в этом случае уравнение (5) не имеет стационарного решения при конечном напряжении, т.е. фиксации фазы не возникает. Отметим, что представленная теория согласуется с экспериментом [17], где наблюдалось сильное подавление пика туннельной проводимости параллельным магнитным полем.

### 3. Подавление тепловыми флуктуациями пика дифференциальной туннельной проводимости двухслойной системы с $e$ - $h$ спариванием

Полупроводниковые гетероструктуры, представляющие собой две близко расположенные квантовые ямы с двумерными слоями электронов, будучи помещенными в перпендикулярное магнитное поле, демонстрируют ряд необычных свойств при суммарном факторе заполнения уровней Ландау  $\nu_T = \nu_1 + \nu_2 = 1$ . Согласно работам [16,17], в области низких температур ( $T < 50$  мК) зависимость дифференциальной туннельной проводимости от межслоевого напряжения,  $G_T(V)$ , имеет высокий и узкий симметричный пик с максимумом при  $V = 0$ . Увеличение температуры сопровождается быстрым уменьшением высоты пика, и при  $T > 200$  мК пик становится практически неразличимым.

Пик  $G_T(V)$  наблюдается только при достаточно малых расстояниях между слоями, когда кулоновское взаимодействие носителей из разных слоев становится существенным. По этой причине возникновение пика  $G_T(V)$  естественно связать с переходом двухслойной системы в состояние с межслоевой фазовой когерентностью. Действительно, волновая функция когерентного состояния является антисимметричной относительно перестановок координат электронов (см., например, [29] и цитируемую там литературу). Такая волновая функция минимизирует энергию взаимодействия электронов из разных слоев, поскольку уменьшается вероятность конфигураций, когда два электрона находятся близко друг к другу. Иными словами, напротив каждого электрона в другом слое расположена корреляционная дырка. Как следствие, туннелирование электрона из одного слоя в другой не блокируется кулоновским отталкиванием от электронов другого слоя, что и должно приводить в конечном итоге к пику  $G_T(V)$ .

В работе [28] было показано, что наблюдавшиеся в [16,17] туннельные свойства двухслойных систем можно объяснить специфической динамикой фазы параметра порядка. В частности, пик  $G_T(V)$  связан с переходом системы из состояния с фиксированной фазой при малых напряжениях ( $V < V_c$ ) в состояние, где фаза монотонно меняется со временем (при  $V > V_c$ ). Полуширина пика  $V_c$  пропорциональна модулю матричного элемента межслоевого туннелирования  $|T_{12}|$ , а его высота от  $|T_{12}|$  не зависит. Таким образом, при слабом туннелировании пик  $G_T(V)$  оказывается высоким и узким. Именно малая ширина пика  $G_T(V)$  может приводить к его сильному подавлению термическими флуктуациями межслоевого напряжения при довольно низких температурах  $T \sim eV_c \propto |T_{12}|$ . Ниже представлено количественное описание этого эффекта [30].

Проводимость  $G_T(V)$  зависит от температуры уже потому, что через  $G_0$  в нее входит зависящий от температуры модуль параметра порядка. Как оказывается, этот фактор является вторичным, а наблюдавшееся в работах [16,17] сильное температурное подавление пика  $G_T(V)$  обусловлено главным образом малой шириной этого пика ( $\approx 6$  мкВ), вследствие чего тепловые флуктуации напряжения существенно сглаживают пик даже при весьма низких температурах эксперимента ( $T \sim 0,1$  К).

Под действием теплового шума напряжение между слоями  $n$ - $p$  системы имеет флуктуирующую компоненту  $V_f(t)$ . При условии  $eV \ll T$  флуктуации напряжения являются термическими и определяются следующими корреляционными свойствами:

$$\langle V_f(t) \rangle = 0, \quad \langle V_f(t) V_f(t') \rangle = 2TG_0^{-1} \delta(t-t'). \quad (12)$$

На основании уравнения (5) для фазы  $\phi(t)$  можно написать уравнение Ланжевена, представляющее собой закон движения для броуновской частицы в вязкой среде:

$$\dot{\phi} - v + \sin \phi = v_f(t), \quad (13)$$

причем (13) описывает ситуацию, когда на частицу с «координатой»  $\phi$  действует периодическая (по «координате») сила  $-\sin \phi$ , постоянная сила  $v$  и случайная сила  $v_f(t)$ . Заметим, что в (13) время измеряется в единицах  $(eV_c)^{-1}$ , а напряжение и случайная сила нормированы на  $V_c$ :  $v = V/V_c$ ,  $v_f(t) = V_f(t)/V_c$ . При этом коррелятор

$$\langle v_f(t)v_f(t') \rangle = 2(T/E_J)\delta(t-t'), \quad (14)$$

где величина  $E_J = I_c/e$  определяет энергию, запасенную в  $n$ - $p$  контакте: заданному значению фазы  $\phi$  соответствует энергия контакта  $E(\phi) = E_J(1 - \cos \phi)$ .

Из уравнения Ланжевена (13) следует диффузионное уравнение Смолуховского для плотности вероятности  $\rho(\phi, t)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ \left( \frac{du}{d\phi} + \tau \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \rho(\phi, t) \right], \quad (15)$$

где функция  $u(\phi) = -v\phi + 1 - \cos \phi$  определяет «потенциальный рельеф» диффузионной задачи, а безразмерная температура  $\tau (= T/E_J)$  имеет смысл коэффициента диффузии. Нетрудно заметить, что уравнение (15) представляет собой уравнение непрерывности, правая часть которого с точностью до знака — дивергенция потока вероятности. Для рассматриваемого нами стационарного случайного процесса поток вероятности

$$w = -\frac{du}{d\phi} \rho - \tau \frac{d\rho}{d\phi} \quad (16)$$

не зависит от  $\phi$ . В этом случае уравнение (16) с периодическими граничными условиями  $\rho(0) = \rho(2\pi)$  и условием нормировки  $\int_0^{2\pi} \rho(\phi) d\phi = 1$  полностью определяют распределение вероятностей  $\rho(\phi)$  и поток вероятности  $w$ .

Периодическое по  $\phi$  решение уравнения (16) удобно записать следующим образом [31,32]:

$$\rho(\phi) = \frac{w}{\tau} \frac{\exp[-u(\phi)/\tau]}{1 - \exp(-2\pi v/\tau)} \int_{\phi}^{2\pi+\phi} d\phi' e^{u(\phi')/\tau}. \quad (17)$$

Подстановка (17) в условие нормировки дает для потока вероятности выражение

$$w = \frac{\tau}{4\pi} (1 - e^{-2\pi v/\tau}) S_0^{-1}(v, \tau). \quad (18)$$

Здесь использовано обозначение

$$S_n(v, \tau) = \int_0^{\pi} d\psi \psi^n \exp(-2v\psi/\tau) I_0\left(\frac{2}{\tau} \sin \psi\right),$$

где  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Усреднение уравнения Ланжевена (13) дает  $\langle \dot{\phi} \rangle = -\langle du/d\phi \rangle$ . Отсюда, воспользовавшись определением потока вероятности и периодичностью  $\rho(\phi)$ , получаем  $\langle \dot{\phi} \rangle = 2\pi w$ . Подстановка  $\langle \dot{\phi} \rangle$  в усредненное по флуктуациям уравнение Ланжевена приводит к простому выражению

$$i = v - 2\pi w(v) \quad (19)$$

для нормированного среднего туннельного тока  $i = \langle I \rangle / I_c = \langle \sin \phi \rangle$ . Соотношение (19) представляет собой ВАХ  $n$ - $p$  контакта, сглаженную тепловыми флуктуациями. Семейство ВАХ при различных значениях параметра  $\tau$  изображено на рис. 2.

Нормированная дифференциальная туннельная проводимость  $g_T(v, \tau) \equiv G_T(v, \tau)/G_0$  (где  $G_0 = I_0/V_0$ ) дается формулой

$$g_T(v, \tau) = 1 - \pi e^{-2\pi v/\tau} S_0^{-1}(v, \tau) - (1 - e^{-2\pi v/\tau}) S_1(v, \tau) S_0^{-2}(v, \tau). \quad (20)$$

Сглаженные флуктуациями кривые дифференциальной туннельной проводимости в функции напряжения представлены на рис. 3. Видно, что флуктуации существенно уменьшают высоту пика туннельной проводимости. Зависимость нормированной высоты пика от температуры  $g_0(\tau) (\equiv g_T(0, \tau))$ , которая дается формулой

$$g_0(\tau) = 1 - \pi S_0^{-1}(0, \tau), \quad (21)$$

показана на рис. 4 штриховой линией.

Обратившись к аналогии с броуновской частицей в потенциале  $u(\phi)$ , можно сразу заметить, что при температурах  $\tau \ll 1$  и напряжениях  $v$ , не слишком близких к 1, вероятность перехода частицы из одного потенциального минимума в другой экспоненциально мала.

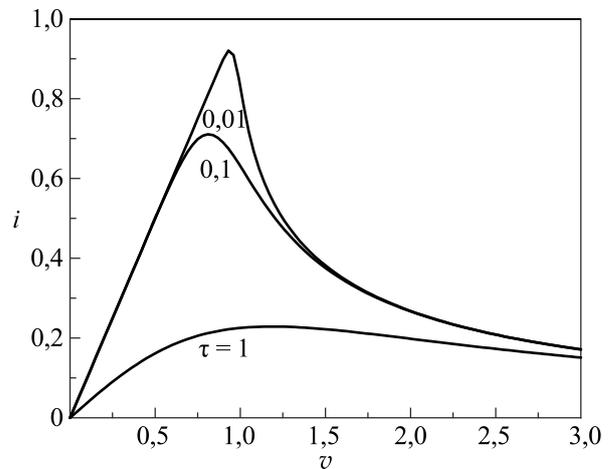


Рис. 2. Семейство нормированных ВАХ ( $v = V/V_c$ ,  $i = \langle I \rangle / I_c$ ) двухслойных  $n$ - $p$  систем при различных значениях безразмерной температуры:  $\tau = 0,01; 0,1; 1$  ( $\tau = T/E_J$ ).

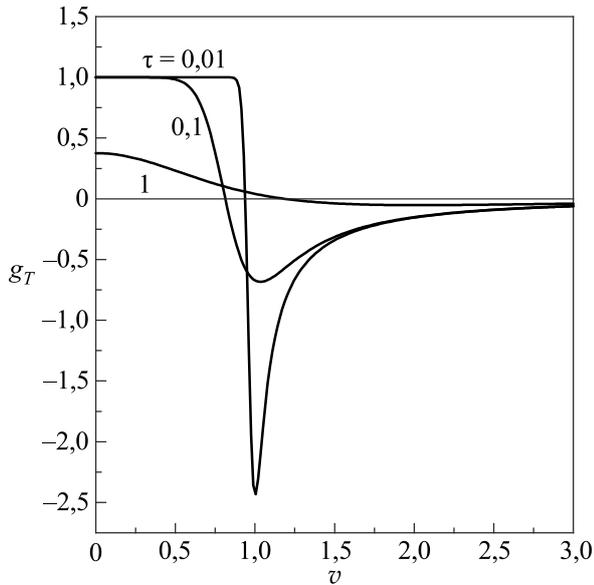


Рис. 3. Семейство кривых нормированной туннельной проводимости  $g_T$  (формула (20)) в функции напряжения при следующих значениях безразмерной температуры:  $\tau = 0,01; 0,1; 1$ .

Вследствие этого величина среднего потока вероятности  $w$  дает малый вклад в правую часть равенства (19), а значит, при малых температурах тепловые флуктуации не влияют на ВАХ вплоть до значений напряжения  $v \approx 1$  (см. рис. 2). Омический характер ВАХ при малых  $\tau$  приводит к плато на зависимости  $g_T(v)$  (см. рис. 3). Заметим, что при  $v > 1$  потенциал  $u(\phi)$  не имеет минимумов и частица (при  $v \gg 1$ ) почти свободно скользит вниз по рельефу. В этом случае  $2\pi w \approx v$  и, согласно равенству (19), средний ток  $i$  оказывается малым.

В области малых напряжений, когда потенциальный рельеф представляет собой кривую с глубокими минимумами, активационный выход частицы из минимума имеет заметную вероятность только при достаточно высоких температурах. Как следствие, при  $\tau \ll 1$  все ВАХ имеют одинаковый ход (см. рис. 2), что приводит к выраженному низкотемпературному плато пика дифференциальной туннельной проводимости (рис. 4). Такое плато отчетливо видно на экспериментальных кривых [16,17].

Сравнение температурной зависимости пика дифференциальной туннельной проводимости, даваемой формулой (21), с экспериментом [17] представлено на рис. 4. На рисунке видно, что удовлетворительное согласие теоретической (штриховой) кривой с экспериментом достигается с помощью одного подгоночного параметра  $E_J$  ( $= 83$  мК). При этом считается, что  $G_0$  не зависит от температуры. Такое приближение оправдано, когда величина  $eV_c$ , характеризующая ширину пика, мала по сравнению с критической температурой  $T_c$ . Вместе с тем, если принять во внимание зависимость  $G_0(\Delta(T))$ , можно улучшить согласие теории и экспе-

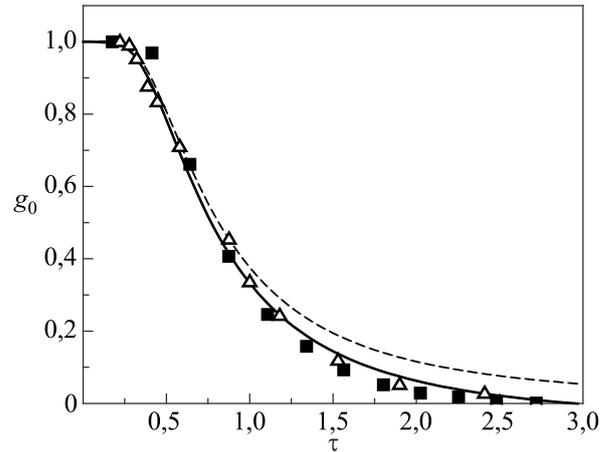


Рис. 4. Зависимость нормированной высоты пика дифференциальной туннельной проводимости  $g_0$  от безразмерной температуры. Экспериментальные точки взяты из работ [17] (квадраты) и [33] (треугольники). Штриховой линией показана зависимость  $g_0(\tau)$ , которая задана формулой (21), а сплошной линией — формулой (22).

римента. Действительно, из вещественной части уравнения (4) в пренебрежении вкладом малого слагаемого, пропорционального  $T_{12}$ , следует, что  $|\Delta(T)/\Delta(0)|^2 = 1 - T^2/T_c^2$ . В этом случае для нормированной высоты пика получаем выражение

$$g_0(\tau) = [1 - \pi S_0^{-1}(0, \tau)][1 - \tau^2(E_J/T_c)^2]. \quad (22)$$

На рис. 4 кривая, которая задана формулой (22) с  $T_c = 0,24$  К, изображена сплошной линией. Видно, что учет температурной зависимости  $G_0$  приводит к улучшению согласия теории и эксперимента.

В экспериментах [33,34] (выполненных после опубликования теоретической работы [30]), так же как и в [17], была измерена температурная зависимость высоты пика дифференциальной туннельной проводимости в двухслойной системе (но в отсутствие перпендикулярного магнитного поля). Анализ результатов эксперимента показал, что наблюдаемый в [33,34] пик описывается теорией, представленной в работе [30] (см. рис. 4), и является проявлением межслоевой фазовой когерентности, которая устанавливается в системе благодаря бозе-конденсации межслоевых экситонов.

#### 4. Туннельная проводимость фазово-когерентных двухслойных систем малой длины в параллельном магнитном поле

Как отмечалось выше, для экспериментальной реализации двухслойных систем обычно применяются полупроводниковые гетероструктуры с двумя близко расположенными квантовыми ямами, каждая из которых содержит двумерный слой носителей (электронов или дырок). В настоящее время возникновение макро-

скопической фазовой когерентности вследствие бозеконденсации  $e-h$  пар с пространственно разделенными компонентами подтверждено результатами туннельных [16,17] и транспортных [35–37] экспериментов на двухъямных системах, помещенных в перпендикулярное магнитное поле, при суммарном факторе заполнения уровней Ландау  $\nu_T = 1$ . Напомним, что в таких условиях связанное состояние образуется между электроном, находящемся на нижнем уровне Ландау в одном слое, и незанятым состоянием (дыркой) на нижнем уровне Ландау в другом слое [22,38,39]. В туннельных экспериментах на двухслойных системах было установлено, что зависимость дифференциальной туннельной проводимости  $G_T$  от межслоевого напряжения  $V$  имеет аномально высокий и узкий пик, симметричный относительно  $V = 0$  [16]. Этот пик подавляется магнитным полем, приложенным параллельно слоям, так что он становится неразличимым в полях  $H > 0,6$  Тл [17].

В теоретических исследованиях туннельных свойств двухслойных систем [23–28,30,40–45] важным пунктом является механизм диссипативности туннельного тока, поскольку вследствие этой диссипативности пик  $G_T(V)$  имеет конечную высоту и ненулевую ширину. В настоящем разделе будем следовать подходу, основанному на динамическом уравнении для фазы параметра порядка [15].

Для фазово-когерентных двухслойных систем, помещенных в параллельное магнитное поле, становятся существенными не только временные, но и пространственные изменения фазы параметра порядка. Исходя из соотношения между размерами системы вдоль направления изменения фазы  $l_x$  и характерным пространственным масштабом изменения фазы  $\lambda_J$ , можно выделить системы большой ( $l_x \gg \lambda_J$ ) и малой ( $l_x \ll \lambda_J$ ) длины. Влияние параллельного магнитного поля на туннельную проводимость длинных систем рассматривалось в ряде статей [23–28,40–42].

В работе [46] теоретически рассмотрена туннельная проводимость двухслойных систем малой длины в параллельном магнитном поле. При нулевой температуре влияние параллельного магнитного поля на туннельную проводимость фазово-когерентной двухслойной системы удобно анализировать на основе динамического уравнения (5) для градиентно-инвариантной фазы параметра порядка. Относительно уравнения (5) важно отметить следующее. Первоначально оно было выведено для «грязных» вырожденных электрон-дырочных систем в отсутствие перпендикулярного магнитного поля [15]. В статьях [47,48] получено динамическое уравнение для двухслойных систем в режиме квантового эффекта Холла с  $\nu_T = 1$ . Оказалось, что в обоих случаях динамическое уравнение для фазы параметра порядка имеет один и тот же вид, а изменения касаются только коэффициентов  $D$  и  $V_c$ . Физическая причина инвариантности формы уравнения (5) состоит в том, что,

как в квантующем магнитном поле, так и без него, механизм возникновения фазовой когерентности в двухслойных системах один и тот же: межслоевое электронно-дырочное спаривание. Квантующее магнитное поле лишь способствует спариванию, увеличивая энергию связи  $e-h$  пар [49,50].

Уравнение (5) требует граничных условий. Эти условия могут быть получены из выражений для плотности внутрислоевого сверхтекучего тока:

$$\mathbf{j}_1 = -\mathbf{j}_2 = -\frac{en_s}{M} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} - \frac{2\pi d}{\Phi_0} [\mathbf{H} \times \mathbf{n}] \right), \quad (23)$$

где  $n_s$  — плотность  $e-h$  пар, а  $M$  — масса пары.

Последним исходным равенством является выражение для плотности межслоевого туннельного тока. В линейном по  $T_{12}$  приближении оно имеет вид  $J = J_c \sin \phi$ , аналогичный выражению для тока в джозефсоновском контакте. Несмотря на это совпадение, связанное с межслоевой фазовой когерентностью, ток  $J$  является не сверхпроводящим, а диссипативным. Конкретный вид коэффициента  $J_c$  зависит от типа двухслойной системы [15,48], однако в любом случае  $J_c \propto |T_{12}|$ .

Если считать, что двухслойная система имеет вид прямоугольника  $l_x \times l_y$ , стороны которого параллельны осям  $x$  и  $y$ , а параллельное слоям магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вдоль оси  $y$ , то в таком случае фаза  $\phi$  зависит от координаты  $x$  и от времени  $t$ . Если теперь  $l_x$  принять за единицу длины, а время измерять в единицах  $(eV_c)^{-1}$ , динамическое уравнение для фазы  $\phi$  будет содержать только безразмерные величины:

$$\dot{\phi} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - v + \sin \phi = 0. \quad (24)$$

Здесь  $v = V/V_c$ , а параметр  $\varepsilon = l_x^2 / \lambda_J^2$ . Длина  $\lambda_J = \sqrt{D/eV_c}$  определяет характерный пространственный масштаб изменения фазы [15,51]. Поскольку в этом разделе рассматриваются системы, размеры которых  $l_x$  много меньше  $\lambda_J$ , параметр  $\varepsilon \ll 1$ .

В туннельных экспериментах [16,17] сверхтекучий ток  $e-h$  пар вдоль слоев отсутствовал. Имея в виду этот факт, будем полагать, что на краях двухслойной системы, при  $x = \pm 1/2$ , нет вытекающих или втекающих сверхтекучих токов. В таком случае из (23) следуют граничные условия к уравнению (24):

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{\pm 1/2} = 2\pi h, \quad (25)$$

где безразмерное магнитное поле  $h = Hl_x d / \Phi_0$ .

Решение уравнения (24) ищется в виде ряда по малому параметру  $\varepsilon$ :  $\phi(x, t) = \phi^{(0)}(x, t) + \varepsilon \phi^{(1)}(x, t) + \dots$ . Для  $\phi^{(0)}(x, t)$  имеем выражение  $\phi^{(0)}(x, t) = 2\pi h x + \phi_0(t)$ , где зависящая от времени фаза  $\phi_0(t)$  подчиняется уравнению  $\dot{\phi}_0 = v - F(h) \sin \phi_0$  с  $F(h) = \sin(\pi h) / \pi h$ . Если вместо  $\phi_0$  использовать фазу  $\phi$ , которая совпадает с  $\phi_0$  в

случае  $F(h) \geq 0$  и равна  $\phi_0 - \pi$  при  $F(h) < 0$ , то динамическое уравнение приобретает более удобный вид:

$$\dot{\phi} = v - |F(h)| \sin \phi. \quad (26)$$

Межслоевой туннельный ток, нормированный на  $I_c = J_c l_x l_y$ , выражается через  $\phi$  следующим образом:

$$i = |F(h)| \sin \phi. \quad (27)$$

Уравнение (26) имеет решения двух типов: стационарные при  $|v| \leq |F(h)|$  и зависящие от времени при  $|v| > |F(h)|$ . Устойчивыми относительно малых флуктуаций напряжения являются стационарные решения  $\phi = \arcsin(v/|F(h)|) + 2\pi n$ , где  $n$  — целое число. Эти решения дают  $i = v$ , т.е. *омическую* вольт-амперную характеристику. Участок ВАХ при  $|v| > |F(h)|$  получается, если в (27) подставить нестационарное решение уравнения (26) и усреднить туннельный ток по периоду его осцилляций. Усреднение дает туннельный ток  $i = v - \sqrt{v^2 - F^2(h)} \operatorname{sign}(v)$ , откуда следует выражение для межслоевой дифференциальной туннельной проводимости при  $T = 0$ :

$$G_T(v, h) = G_0 \begin{cases} 1, & |v| \leq |F(h)|; \\ -[|v|/\sqrt{v^2 - F^2(h)} - 1], & |v| > |F(h)|, \end{cases} \quad (28)$$

где  $G_0 = I_c/V_c$ . Подчеркнем, что, поскольку  $I_c$  и  $V_c$  пропорциональны  $|T_{12}|$ , константа  $G_0$  не содержит малости, связанной с матричным элементом туннелирования  $T_{12}$ . Таким образом, зависимость  $G_T(V)$  имеет высокий пик, ширина которого мала, поскольку  $V_c \propto |T_{12}|$ . Важно также заметить, что ширина пика немонотонно зависит от магнитного поля, так как, будучи пропорциональной  $|\sin(\pi h)/\pi h|$ , она обращается в нуль при  $h = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и достигает локальных максимумов между нулями функции  $F(h)$  в точках, где  $dF/dh = 0$ . При этом каждый последующий максимум оказывается меньше предыдущего.

В случае ненулевой температуры межслоевое напряжение будет содержать флуктуирующую компоненту  $V_f(r, t)$ . При  $V_f(r, t) \neq 0$  уравнение для фазы  $\phi$  имеет вид

$$\dot{\phi} = v - |F(h)| \sin \phi + v_f(t), \quad (29)$$

где  $v_f(t)$  — усредненная по площади туннельного контакта (и нормированная на  $V_c$ ) флуктуирующая компонента напряжения.

Как и в разд. 3, будем полагать, что выполняется условие  $eV \ll T$ , при котором флуктуации фазы  $\phi$  являются термическими. В этом случае корреляционные свойства случайной силы задаются равенством  $\langle v_f(t) \rangle = 0$  и соотношением (14). Если фазу  $\phi$  рассматривать как координату некоторой частицы, уравнение (29) представляет собой уравнение Ланжевена для броуновского движения частицы в вязкой среде. Такая частица находится в по-

тенциальном поле  $u(\phi) = -v\phi + |F(h)|(1 - \cos \phi)$  и на нее действует случайная сила  $v_f(t)$ . Из уравнения Ланжевена (29) стандартным образом [52] получается диффузионное уравнение для распределения вероятностей фазы (15).

Для стационарного случайного процесса поток вероятности (16) — постоянная величина. Периодическое, с периодом  $2\pi$ , решение уравнения (16) дает для потока вероятности выражение

$$w = \frac{\tau}{4\pi} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\pi v}{\tau}\right) \right] \times \left[ \int_0^\pi d\psi \exp\left(-\frac{2v\psi}{\tau}\right) I_0\left(\frac{2|F(h)|}{\tau} \sin \psi\right) \right]^{-1}, \quad (30)$$

где  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Чтобы получить туннельную ВАХ в магнитном поле при конечных температурах, нужно найти среднюю скорость изменения фазы  $\langle \dot{\phi} \rangle$ . Усреднение уравнения (29) по флуктуациям дает  $\langle \dot{\phi} \rangle = v - |F(h)| \langle \sin \phi \rangle$ . Правая часть этого равенства есть  $-\langle du/d\phi \rangle = 2\pi w$ , откуда для нормированного среднего туннельного тока  $i = |F(h)| \langle \sin \phi \rangle$  имеем равенство  $i = v - 2\pi w(v)$ , которое определяет туннельную ВАХ фазово-когерентной двухслойной системы в параллельном магнитном поле при  $T \neq 0$ . Из ВАХ следует выражение для нормированной дифференциальной туннельной проводимости:  $g_T(v, \tau, h) = di/dv = 1 - 2\pi(dw/dv)$ . С учетом (30) для высоты пика туннельной проводимости  $g_0(\tau, h) \equiv g_T(0, \tau, h)$  нетрудно записать выражение

$$g_0(\tau, h) = 1 - \pi \left[ \int_0^\pi d\psi I_0\left(\frac{2|F(h)|}{\tau} \sin \psi\right) \right]^{-1}. \quad (31)$$

Обсудим представленные в этом разделе теоретические результаты. Высота пика сильно подавляется магнитным полем, тогда как ширина пика уменьшается существенно меньше. Такая картина качественно согласуется с результатами эксперимента [17]. Зависимость нормированной высоты пика туннельной проводимости  $g_0$  от эффективной температуры представлена на рис. 4 штриховой линией. Как следует из (31),  $g_0$  является универсальной функцией эффективной температуры  $\tau_{\text{eff}} \equiv \tau/|F(h)| = T/E_J(h)$ . Входящая в это выражение величина  $E_J(h) = I_c |F(h)|/e$  определяет энергию туннельного контакта.

Согласно выражению (31), в области низких температур, когда  $\tau_{\text{eff}} \ll 1$ , высота пика  $g_0$  мало отличается от единицы:

$$g_0 \simeq 1 - \frac{2\pi}{\tau_{\text{eff}}} e^{-2/\tau_{\text{eff}}}. \quad (32)$$

Этот результат легко понять, обратившись к аналогии с броуновской частицей. При  $\tau_{\text{eff}} \ll 1$  и малых напряжениях частица в основном находится в одном из минимумов потенциала  $u(\varphi)$ . Для  $T \neq 0$  вероятность активационного выхода частицы из минимума пропорциональна  $e^{-2E_J(h)/T}$ . Процессу активационного изменения фазы  $\varphi$  соответствует второе слагаемое в (32). Как следствие малой скорости активационных процессов, кривая  $g_0(\tau_{\text{eff}})$  имеет выраженное низкотемпературное плато. Такое плато хорошо видно на экспериментальных кривых [16,17]. При  $\tau_{\text{eff}} \sim 1$  скорость активационного изменения фазы увеличивается, что приводит к довольно резкому уменьшению  $g_0$ .

Рисунок 5 представляет немонотонную зависимость нормированной высоты пика туннельной проводимости  $g_0$  от магнитного поля при различных значениях температуры. Высота пика обращается в нуль в целочисленных точках  $h = n$  и достигает локальных максимумов между ними (в точках, где  $dF/dh = 0$ ). При этом каждый последующий максимум  $g_0(h)$  меньше предыдущего. Повышение температуры ведет к более сильному подавлению локальных максимумов, соответствующих большему  $h$ . Причину изображенного на рис. 5 немонотонного поведения  $g_0(h)$  можно понять, если учесть следующее. Согласно (28), при  $T = 0$  высота пика туннельной проводимости не зависит от магнитного поля:  $g_0(h) = 1$ , а ширина пика,  $2V_c |F(h)|$ , немонотонно зависит от  $h$ , обращаясь в нуль при  $h = n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). При конечных температурах пик сглаживается флуктуациями и сглаживание будет тем сильнее, чем меньше его ширина.

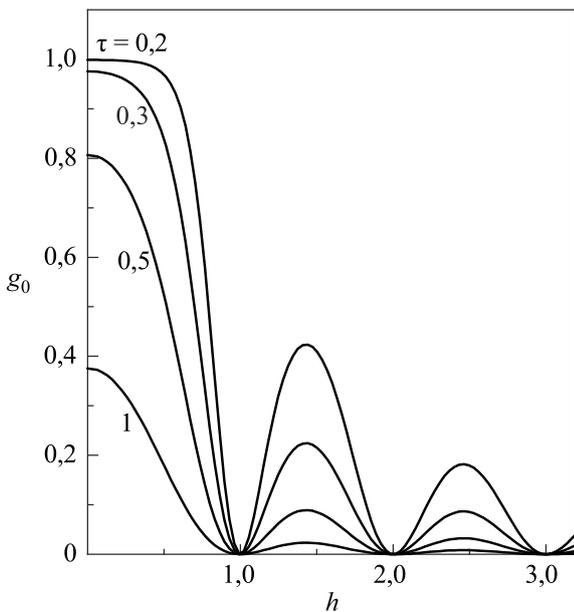


Рис. 5. Нормированная высота пика туннельной проводимости как функция приведенного магнитного поля. Кривые получены из уравнения (31) и соответствуют  $\tau = 0,2; 0,3; 0,5$  и 1.

Необходимо отметить, что в эксперименте [17] описанная выше немонотонная зависимость  $g_0(h)$  не наблюдалась, а было обнаружено монотонное убывание  $g_0$  с ростом  $h$  (см. рис. 3 в статье [17]). Такая зависимость  $g_0(h)$ , скорее всего, связана с тем, что в эксперименте размеры двухслойной системы были велики и не удовлетворяли условию  $l_x \ll \lambda_J$ . Кроме того, монотонное убывание  $g_0(h)$  может быть следствием того, что реальная форма туннельного контакта отличается от прямоугольной или величина матричного элемента туннелирования не постоянна, а является функцией координат в плоскости контакта. Иными словами, наблюдение немонотонности  $g_0(h)$  требует выполнения ряда довольно жестких условий относительно размеров и однородности двухслойных систем.

### 5. Заключение

Настоящий обзор содержит материал, дополняющий недавно опубликованные обзоры работ по фазово-когерентным двухслойным системам с межслоевым электрон-дырочным спариванием [53,54]. В обзоре представлены основные работы, показывающие, что в фазово-когерентных двухслойных  $n-p$  системах известное явление фиксации фазы параметра порядка матричными элементами туннелирования  $T_2$  приводит к высокому и узкому пику дифференциальной туннельной проводимости  $G_T(V)$  при  $V = 0$ . Важно отметить, что, хотя представленная теория туннелирования описывает  $n-p$  систему без перпендикулярного слоям магнитного поля, полученные в теоретической работе [30] результаты количественно описывают результаты экспериментов на двухслойных системах как без перпендикулярного магнитного поля, так и в сильном перпендикулярном магнитном поле при суммарном факторе заполнения нижних уровней Ландау обоих слоев  $\nu_T = 1$ . Такое совпадение не случайно. Причина в том, что сильное магнитное поле не меняет структуру уравнения, определяющего динамику параметра порядка, изменяя лишь величину входящих в него коэффициентов.

Природа пика туннельной проводимости определяется тем, что в фазово-когерентном состоянии доминируют электронные конфигурации, в которых напротив каждого электрона в другом слое расположена дырка [29,55]. Вследствие таких электронно-дырочных корреляций туннелированию электрона не препятствует кулоновское отталкивание от электронов противоположного слоя, что в конечном итоге и приводит к пику на зависимости  $G_T(V)$  [16].

В разд. 3 рассмотрено влияние температуры на пик дифференциальной туннельной проводимости двухслойной электронно-дырочной ( $n-p$ ) системы. Рассмотрение основано на полученном ранее [15] динамическом уравнении для параметра порядка  $n-p$  систем.

Применимость этого уравнения к описанию систем, состоящих из двух электронных слоев в сильном перпендикулярном магнитном поле [16,17], обусловлена единым для обеих систем механизмом возникновения фазовой когерентности: бозе-конденсацией электрон-дырочных пар с пространственно разделенными компонентами. Как следствие, структура динамических уравнений для систем обоих типов оказывается полностью аналогичной (см., например, [47]). При этом роль магнитного поля в основном состоит в усилении кулоновского притяжения электрона и дырки [49].

В разд. 4 рассмотрено влияние параллельного магнитного поля  $H$  на туннельную проводимость фазово-когерентной двухслойной системы малых размеров и показано, что поле  $H$  сильно влияет на высоту пика дифференциальной туннельной проводимости  $g_0$ . В случае  $T \neq 0$  зависимость  $g_0(H)$  существенно немонотонна: увеличение магнитного поля приводит к чередованию явлений подавления и восстановления пика. При этом пик полностью подавляется, когда магнитный поток в межслоевой области становится равным целому числу квантов потока, а с каждым восстановлением пика его максимальная высота уменьшается. Иными словами, поведение функции  $g_0(H)$  подобно картине дифракции Фраунгофера. Заметим, что немонотонная зависимость  $g_0(H)$  пока экспериментально не наблюдалась. Вместе с тем обнаружение такой немонотонности послужило бы надежным подтверждением фазово-когерентного состояния электрон-дырочных пар в двухслойной системе.

В последние годы возник интерес к эффектам, связанным со спариванием пространственно разделенных электронов и дырок в гетероструктурах с двумя слоями графена (см. обзор [54]). В туннельных экспериментах на таких системах также наблюдался пик туннельной проводимости при условии одинаковой плотности электронов и дырок в графеновых слоях [56]. Этот пик можно интерпретировать как следствие когерентного состояния электрон-дырочных пар, поскольку с такой интерпретацией согласуется сильное подавление пика повышением температуры. Вместе с тем уменьшение высоты пика при увеличении температуры согласуется с теорией подавления пика тепловыми флуктуациями межслоевого напряжения лишь качественно, что может быть связано с высокой чувствительностью когерентного состояния графеновой системы к угловой разориентации решеток графена верхнего и нижнего слоев.

1. Р. Нокс, *Теория экситонов*, Мир, Москва (1966).
2. J.M. Blatt, K.W. Boer, and W. Brandt, *Phys. Rev.* **126**, 1691 (1962).
3. С.А. Москаленко, *ФТТ* **4**, 276 (1962).
4. Л.В. Келдыш, Ю.В. Копаев, *ФТТ* **6**, 2792 (1964).
5. Л.В. Келдыш, А.Н. Козлов, *ЖЭТФ* **54**, 978 (1968).

6. Р.Р. Гусейнов, Л.В. Келдыш, *ЖЭТФ* **63**, 2255 (1972).
7. Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон, *Письма в ЖЭТФ* **22**, 556 (1975).
8. С.И. Шевченко, *ФНТ* **2**, 505 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 251 (1976)].
9. Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон, *ЖЭТФ* **71**, 737 (1976).
10. С.И. Шевченко, *ФНТ* **3**, 605 (1977) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **3**, 293 (1977)].
11. И.О. Кулик, С.И. Шевченко, *ФНТ* **2**, 1405 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 687 (1976)].
12. J. Zittartz, *Phys. Rev.* **164**, 575 (1967).
13. А.И. Безуглый, С.И. Шевченко, *ФНТ* **3**, 428 (1977) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **3**, 203 (1977)].
14. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, *ЖЭТФ* **39**, 1781 (1960).
15. А.И. Безуглый, С.И. Шевченко, *ФНТ* **4**, 454 (1978) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **4**, 222 (1978)].
16. I.B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5808 (2000).
17. I.B. Spielman, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 036803 (2001).
18. Л.П. Горьков, Г.М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **54**, 612 (1968).
19. А.В. Ларионов, В.Б. Тимофеев, И. Хвам, К. Соеренсен, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 233 (2002).
20. А.А. Дремин, В.Б. Тимофеев, А.В. Ларионов, Й. Хвам, К. Соеренсен, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 526 (2002).
21. J.P. Eisenstein in *Perspectives in Quantum Hall Effects*, S. Das Sarma and A. Pinczuk (eds.), Wiley, New York (1997).
22. А.Н. MacDonald and E.H. Rezayi, *Phys. Rev. B* **42**, 3224 (1990).
23. М.М. Fogler and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1833 (2001).
24. L. Balents and L. Radzihovsky, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1825 (2001).
25. A. Stern, S.M. Girvin, A.H. MacDonald, and N. Ma, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1829 (2001).
26. Y.N. Joglekar and A.H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 196802 (2001).
27. M. Abolfath, R. Khomeriki, and K. Mullen, *Phys. Rev. B* **69**, 165321 (2004).
28. А.И. Безуглый, С.И. Шевченко, *ФНТ* **30**, 282 (2004) [*Low Temp. Phys.* **30**, 208 (2004)].
29. K. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 056802 (2001).
30. А.И. Безуглый, *ФНТ* **31**, 1153 (2005) [*Low Temp. Phys.* **31**, 880 (2005)].
31. V. Ambegaokar and B.I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 1364 (1969).
32. B. Chen and J. Dong, *Phys. Rev. B* **44**, 10206 (1991).
33. Ю.Н. Ханин, Е.Е. Вдовин, Ю.В. Дубровский, М. Хенини, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 243 (2006).
34. Ю.Н. Ханин, Е.Е. Вдовин, М.В. Григорьев, Л. Ивс, О.Н. Макаровский, М. Хенини, *ЖЭТФ* **132**, 200 (2007).
35. M. Kellogg, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 036801 (2004).
36. E. Tutuc, M. Shayegan, and D.A. Huse, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 036802 (2004).

37. R.D. Wiersma, J.G.S. Lok, S. Kraus, W. Dietsche, K. von Klitzing, D. Schuh, M. Bichler, H.-P. Tranitz and W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 266805 (2004).
38. X.G. Wen and A. Zee, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1811 (1992).
39. J.P. Eisenstein and A.H. MacDonald, *Nature* **432**, 691 (2004).
40. H.A. Fertig and J.P. Straley, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 046806 (2003).
41. R.L. Jack, D.K.K. Lee, and N.R. Cooper, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 126803 (2004).
42. R.L. Jack, D.K.K. Lee, and N.R. Cooper, *Phys. Rev. B* **71**, 085310 (2005).
43. Z.Q. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 176804 (2005).
44. E. Rossi, A.S. Nunez, and A.H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 266804 (2005).
45. K. Park and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **74**, 035338 (2006).
46. А.І. Безуглий, *ФНТ* **34**, 61 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 39 (2008)].
47. A.H. MacDonald, A.A. Burkov, Y.N. Joglekar, and E. Rossi, *Physics of Semiconductors 2002: Proc. ICPS 26*, IOP Conf. Ser. Number 171, IOP Publishing, Bristol (2003), p. 29.
48. D.V. Fil and S.I. Shevchenko, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 215701 (2009).
49. Y. Kuramoto and C. Horie, *Solid State Commun.* **25**, 713 (1978).
50. A.I. Bezuglyj and S.I. Shevchenko, *Phys. Rev. B* **75**, 075322 (2007).
51. K. Yang, K. Moon, L. Belkhir, H. Mori, S.M. Girvin, A.H. MacDonald, L. Zheng, and D. Yoshioka, *Phys. Rev. B* **54**, 11644 (1996).
52. К.В. Гардинер, *Стохастические методы в естественных науках*, Мир, Москва (1986).
53. Д.В. Филь, С.И. Шевченко, *ФНТ* **44**, 1111 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 867 (2018)].
54. Е.Е. Вдовин, Ю.Н. Ханін, *Письма в ЖЭТФ* **108**, 674 (2018).
55. B.I. Halperin, *Helv. Phys. Acta* **56**, 75 (1983).
56. G.W. Burg, N. Prasad, K. Kim, T. Taniguchi, K. Watanabe, A.H. MacDonald, L.F. Register, and E. Tutuc, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 177702 (2018).

Тунелювання в двошарових системах з електрон-дірковим спарюванням  
(Огляд)

О.І. Безуглий

У двошарових  $n-p$  системах може виникати фазово-когерентний стан електрон-діркових пар, породжених кулонівським тяжінням електронів  $n$ -шару до дірки з  $p$ -шару. На

відміну від джозефсонівських переходів фаза параметра порядку в  $n-p$  системі фіксується матричними елементами міжшарового тунелювання  $T_{12}$ . Фіксація фази визначає реакцію електрон-діркового конденсату на електричну напругу між шарами: фаза постійна при малих напругах  $V < V_c$  і монотонно збільшується з часом при  $V > V_c$ . Зміна динаміки системи при  $V = V_c$  призводить до піку диференціальної тунельної провідності. Ширина піку  $V_c$  пропорційна модулю тунельного матричного елемента  $|T_{12}|$ , а його висота від  $|T_{12}|$  не залежить. Таким чином, при малих  $|T_{12}|$  пік виявляється високим та вузьким. У разі двошарових систем великої довжини паралельне шарам магнітне поле значно зменшує висоту піку. У двошарових системах малих розмірів залежність висоти піку тунельної провідності від паралельного магнітного поля має вигляд, подібний картині дифракції Фраунгофера. Пік диференціальної тунельної провідності також сильно пригнічується температурою внаслідок термічних флуктуацій міжшарової напруги.

Ключові слова: двошарові системи, електрон-діркове спарювання, тунельна провідність.

Tunneling in two-layer systems with electron-hole pairing  
(Review Article)

A.I. Bezuglyj

In two-layer  $n-p$  systems, a phase-coherent state of electron-hole pairs can arise, generated by the Coulomb attraction of electrons of the  $n$  layer to holes from the  $p$  layer. In contrast to Josephson junctions, the phase of the order parameter in  $n-p$  bilayers is fixed by matrix elements of the interlayer tunneling  $T_{12}$ . The phase fixation determines the response of the electron-hole condensate to the electric voltage between the layers, namely: the phase is constant at low voltages,  $V < V_c$ , and monotonically increases with time at  $V > V_c$ . A change in the dynamics of the system at  $V = V_c$  leads to a peak in the differential tunneling conductivity. The peak width  $V_c$  is proportional to the modulus of the tunnel matrix element  $|T_{12}|$ , and its height does not depend on  $|T_{12}|$ . Thus, for small  $|T_{12}|$  peak is high and narrow. In the case of large two-layer systems, a magnetic field parallel to the layers significantly reduces the peak height. In small two-layer systems, the dependence of the height of the tunneling conduction peak on a parallel magnetic field has a form similar to the Fraunhofer diffraction pattern. The peak of the interlayer differential tunneling conductivity is also strongly suppressed by temperature due to thermal fluctuations of the interlayer voltage.

Keywords: two-layer systems, electron-hole pairing, tunneling conductivity.