

# Антиферромагнетик как управляемая однофазная упругая гиперболическая среда с пространственной дисперсией

С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, 125009, Россия*

E-mail: s.v.tarasenko23@gmail.com

Статья поступила в редакцию 25 марта 2020 г., опубликована онлайн 22 июня 2020 г.

Для плоской и квазиплоской объемной волны SH-типа, падающей извне на систему эквидистантных антиферромагнитных диэлектрических слоев, учет пространственной дисперсии в антиферромагнетике как гиперболической магнитоакустической среде индуцирует ряд резонансных рефракционных аномалий: эффекты полного отражения (прохождения) и формирования на фоне сплошного спектра дискретных локализованных магнито-фононных состояний, усиление углового эффекта Шаха, а в случае одномерного резонансного магнитного фононного кристалла — эффект акустического сверхизлучения.

Ключевые слова: магнитоакустика, магнитоакустическая волна, резонансный магнитный фононный кристалл.

## Введение

Магнитоакустический резонанс, то есть эффективное взаимодействие упругих и спиновых волн, известен уже более шестидесяти лет [1,2]. Успехи в изучении свойств электромагнитных метаматериалов стимулировали поиск акустических аналогов целого ряда принципиально новых электродинамических эффектов, которыми оказалась богата физика этих структур [3]. При этом в последние годы наблюдается лавинообразный рост публикаций, связанных с изучением разнообразных эффектов резонансного взаимодействия электромагнитной волны с гиперболическими электромагнитными средами, обладающими уникальными динамическими характеристиками и широкими потенциальными перспективами их практического использования [4–6]. Это касается эффектов нулевого прохождения и спонтанного коллективного излучения (сверхизлучения), возникающих, например, в случае резонансных фотонных кристаллов (ФК) [5,6]. Одновременно в настоящее время активно исследуются динамические свойства антиферромагнетиков (АФМ) как новой элементной базы спинтроники [7]. Так как частоты однородного АФМ резонанса могут существенно изменяться под воздействием как постоянных внешних магнитных, электрических [8], так и упругих полей, то можно рассматривать этот класс магнитных веществ и как настраиваемые однофазные упругие гиперболические среды (в последнее время в

качестве однофазных упругих гиперболических метаматериалов активно изучаются многосвязные структуры [9]). При этом хорошо известно, что вследствие влияния неоднородного обменного взаимодействия эффекты пространственной дисперсии могут существенно влиять на спин-волновую динамику указанных АФМ сред даже без учета конечных размеров реального магнитного образца [10]. Однако до последнего времени анализ магнитоакустического механизма резонансного прохождения (отражения) плоской объемной электромагнитной волны, падающей извне на поверхность системы эквидистантных плоскопараллельных АФМ слоев, расположенных в немагнитной диэлектрической матрице, не проводился. Целью настоящей работы является изучение индуцированных неоднородных обменных взаимодействий частотно-зависимых эффектов резонансного взаимодействия при падении плоской объемной сдвиговой упругой волны на поверхность ограниченного одномерного магнитного фононного кристалла (1D МФК) в виде системы эквидистантных АФМ слоев в упругоизотропной немагнитной матрице.

## Основные соотношения. Уединенная граница раздела немагнитного и АФМ диэлектриков

В качестве примера пространственно-однородного АФМ диэлектрика, допускающего уже в однофазном состоянии гиперболический режим распространения сдвиговой упругой волны, рассмотрим двухподрешеточную

модель обменно-коллинеарного centrosимметричного АФМ с изотропными тензорами упругого и магнитоупругого взаимодействий. Плотностью термодинамического потенциала (двухподрешеточная модель  $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$ ) в терминах векторов ферро- ( $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ ) и антиферромагнетизма ( $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ ) можно представить [10–12]:

$$F = M_0^2 \times \left( \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 - \frac{b}{2} l_z^2 + \frac{\alpha}{2} (\nabla l)^2 + \gamma_l l_k u_{ik} + \frac{\lambda}{2} u_{ii}^2 + \mu u_{ik}^2 - 2\mathbf{m}\mathbf{h} \right), \quad (1)$$

где  $\delta$ ,  $\alpha$ ,  $b$ ,  $\gamma$  — константы однородного, неоднородного обмена, магнитной анизотропии и изотропного магнитоупругого взаимодействия соответственно,  $M_0$  — намагниченность насыщения подрешеток  $\mathbf{M}_{1,2}$ ,  $u_{ik}$  — тензор упругих деформаций,  $\lambda$ ,  $\mu$  — коэффициенты Ламэ. Если  $b > 0$  (коллинеарная фаза с легкой магнитной осью  $OZ$ ), то в отсутствие постоянного внешнего магнитного поля в таком диэлектрике в равновесии  $\mathbf{l} \parallel \mathbf{l}_0 \parallel OZ$ ,  $|\mathbf{m}| = 0$ , а при  $\mathbf{k} \in YZ$  с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$  возможно распространение сдвиговой упругой волны с вектором упругих смещений  $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$  ( $\mathbf{a}$  — нормаль к плоскости падения волны). Важно учесть, что для этого типа магнитной среды основной вклад в электродинамические эффекты, связанные с пространственной дисперсией, уже в рамках феноменологической теории магнетизма дает неоднородное обменное взаимодействие. По сравнению с безобменным пределом (пренебрежением неоднородным обменным взаимодействием в АФМ среде) это обстоятельство существенно изменяет характер прохождения плоской объемной SH-волны уже в случае уединенной границы раздела между полуограниченными немагнитной и АФМ средами.

Пусть верхнее полупространство занято упруго изотропным, немагнитным диэлектриком (соответствующие величины будем обозначать знаком тильда) с уравнениями связи вида [13]

$$\tilde{F} = \frac{\tilde{\lambda}}{2} \tilde{u}_{ii}^2 + \tilde{\mu} \tilde{u}_{ik}^2, \quad (2)$$

тогда как нижнее полупространство — обменно-коллинеарным, одноосным ( $OZ$ ) антиферромагнетиком (1). Стандартная методика расчета [10–12, 14] показывает, что без учета граничных условий спектр сдвиговой магнитоакустической волны с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k} \in YZ$  в рассматриваемой АФМ среде (1) с неоднородным обменным взаимодействием имеет вид ( $k^2 \equiv k_y^2 + k_z^2$ ,  $s_t$  — скорость волны SH-типа в неограниченной АФМ среде (1) при  $\gamma = 0$ ):

$$\frac{\omega^2}{s_t^2} = \bar{c}_{55} k_z^2 + \bar{c}_{66} k_y^2, \quad \bar{c}_{55} \equiv \frac{\omega^2 - \omega_0^2 - c^2 k^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{me}^2 - c^2 k^2}, \quad (3)$$

$$\bar{c}_{66} = 1, \quad c \equiv (gM_0) \sqrt{\delta\alpha}.$$

Здесь  $\omega_0$  — частота однородного АФМ резонанса,  $\omega_{me}$  — магнитоупругая щель,  $g$  — магнитомеханическое отношение,  $c$  — скорость обменных спиновых волн в неограниченном АФМ [10–12]. В результате формирующаяся в полуограниченной АФМ среде магнитоупругая волна SH-типа имеет двухпарциальную структуру, а поле нормальной к плоскости падения с нормалью вдоль вектора  $\mathbf{a}$  компоненты вектора упругих смещений  $\mathbf{u}$  ( $(\mathbf{u}\mathbf{a}) \equiv u_a$ ) с учетом (3) принимает вид

$$u_a(\zeta < 0) = \sum_{j=1}^2 A_j \exp(\eta_j \zeta) \exp(ihy - i\omega t), \quad (4)$$

где  $A_j$  — произвольные амплитуды,  $\zeta$  — текущая координата вдоль направления вектора нормали к границе раздела сред  $\mathbf{q}$ ,  $h$  — продольное волновое число,  $\eta^2 \equiv -(\mathbf{k}\mathbf{q})^2$ . С учетом введенных в (3) обозначений такому АФМ режиму гиперболической упругой среды отвечают следующие сочетания  $\omega$  и  $\mathbf{k} \in YZ$ , при которых  $\bar{c}_{55}\bar{c}_{66} < 0$ . В условиях акустического полного внутреннего отражения для обеих рассматриваемых в работе магнитоакустических конфигураций (МАК):  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  ( $\mathbf{b} \equiv [\mathbf{q}\mathbf{a}]$ ) и  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$ , в АФМ среде (1), (3) входящие в (4)  $\eta_{1,2}(\omega, h)$  — корни биквадратного характеристического уравнения:

$$\eta^4 - P_1 \eta^2 + P_2 = 0, \quad (5)$$

где в случае  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$  в (5)

$$P_1 = h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} + \frac{\omega_0^2 + c^2 h^2 - \omega^2}{c^2},$$

$$P_2 = \left( h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} \right) \frac{(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c^2 h^2) - \omega^2}{c^2}; \quad (6)$$

тогда как для  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$

$$P_1 = h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} + \frac{\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c^2 h^2 - \omega^2}{c^2},$$

$$P_2 = \left( h^2 - \frac{\omega^2}{s_t^2} \right) \frac{(\omega_0^2 + \omega_{me}^2 + c^2 h^2) - \omega^2}{c^2} - \frac{\omega_{me}^2}{c^2} h^2. \quad (7)$$

Пусть для падающей из немагнитного диэлектрика на поверхность АФМ среды плоской упругой волны SH-типа коэффициент отражения  $R_{SH}$  определяется отношением амплитуды компоненты поля упругих смещений ( $\mathbf{u}\mathbf{a}$ ) для отраженной от поверхности АФМ плоской SH-волны к соответствующей амплитуде поля в плоской сдвиговой упругой волне, падающей извне на поверхность магнетика [15]. Если на поверхности рассматриваемого полуограниченного АФМ магнитные моменты полностью свободны, и выполнена следующая система граничных условий ( $\bar{\sigma}$  — тензор упругих напряжений)

$$\frac{\partial l_x}{\partial \zeta} = \frac{\partial l_y}{\partial \zeta} = 0, (\mathbf{ua}) = (\tilde{\mathbf{u}}\mathbf{a}), (\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q}) = (\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q}), \zeta = 0, \quad (8)$$

то как при  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$ , так и при  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0, \mathbf{l}_0 \parallel OZ, \mathbf{k} \in YZ$   $R_{SH}$  имеет с учетом (4), (8) следующую структуру (см. [15]):

$$R_{SH} = \frac{\tilde{Z}_{SH} - Z_{SH}}{\tilde{Z}_{SH} + Z_{SH}}, Z_{SH} = \frac{(\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q})}{(\mathbf{ua})}, \tilde{Z}_{SH} = \frac{(\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q})}{(\tilde{\mathbf{u}}\mathbf{a})}, \quad (9)$$

где  $\tilde{Z}_{SH} = \tilde{\mu}\sqrt{\omega^2/\tilde{s}_t^2 - h^2}$  и  $Z_{SH}$  — поверхностное волновое сопротивление для сдвиговой упругой волны в полуограниченной немагнитной среде (2),  $\tilde{s}_t$  — скорость волны SH-типа в неограниченной немагнитной среде (2). Совместный анализ соотношений (4)–(7) и выражения для коэффициента отражения (9) в безобменном пределе (т.е. при  $c \rightarrow 0$ ) показывает, что при  $c \neq 0$  двухпарциальный характер магнитоакустической волны SH-типа, возбуждаемой в АФМ среде падающей извне однопарциальной плоской объемной сдвиговой упругой волной, делает принципиально возможным для определенных значений  $\omega$  и  $h$  как смену режима частичного прохождения ( $|R_{SH}(\omega, h, c = 0)| < 1$ ) на полное отражение ( $|R_{SH}(\omega, h, c \neq 0)| = 1$ ), так и реализацию обратного эффекта. В частности (см. рис. 1), при  $|R_{SH}(\omega, h, c \neq 0)| < 1$  вследствие влияния неоднородного обменного взаимодействия в зависимости от частоты и

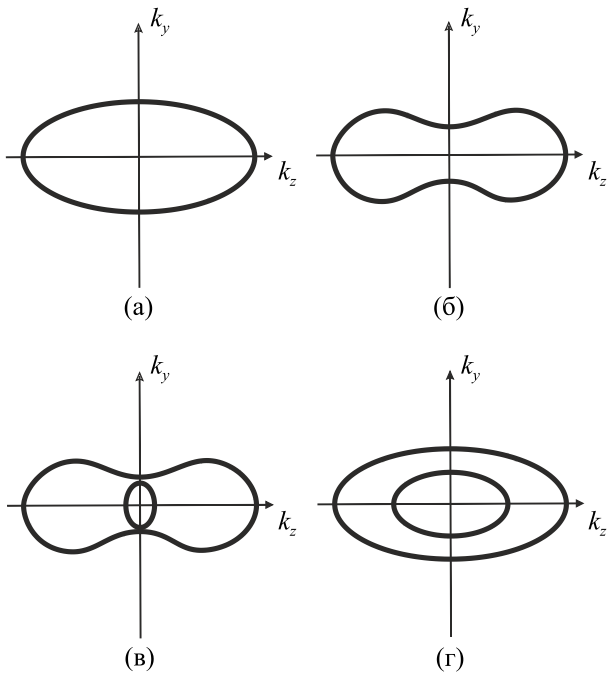


Рис. 1. Зависимость от частоты структуры сечения плоскостью падения  $\mathbf{k} \in YZ$  поверхности волновых векторов магнитоакустической волны SH-типа (3) в неограниченной АФМ среде (1) с  $\mathbf{l}_0 \parallel OZ$ . Если  $\alpha \equiv s_t^2 / (s_t^2 - c^2)$ , то: (а)  $\omega^2 < \alpha\omega_0^2$ , (б)  $\alpha\omega_0^2 < \omega^2 < \omega_0^2 + \omega_{me}^2$ , (в)  $\omega_0^2 + \omega_{me}^2 < \omega^2 < \alpha(\omega_0^2 + 2\omega_{me}^2)$ , (г)  $\omega^2 > \alpha(\omega_0^2 + 2\omega_{me}^2)$ .

угла падения как при  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$ , так и при  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$  реализуются эффекты акустического одно- и двулучепреломления с изменением или без изменения полости, определяемой из (3) для поверхности рефракции спектра нормальной магнитоакустической волны SH-типа. Если  $\text{Re}\{Z_{SH}\} \neq 0, \text{Im}\{Z_{SH}\} \neq 0$ , то в случае однолучевого преломления становится принципиально возможной также и реализация акустического аналога эффекта псевдо-Брюстера ( $\tilde{Z}_{SH} = \text{Re}\{Z_{SH}\}, \text{Im}\{Z_{SH}\} \neq 0$  [16]) с изменением (при  $h < \omega/s_t, P_2 > 0$ ) или без изменения (при  $h < \omega/s_t, P_2 < 0$ ) ветви спектра преломленной в АФМ среде нормальной сдвиговой магнитоакустической волны. По сравнению с магнитоакустической динамикой рассматриваемого полуограниченного АФМ в безобменном пределе ( $c = 0$ ) в случае низкотемпературного АФМ ( $c < s_t$ ) [14] при  $c \neq 0$  для преломленной в магнетике при падении извне плоской объемной волны SH-типа с  $(\mathbf{kq}) < 0$  и  $h\partial\omega/\partial h > 0$  при  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  имеет место (см. рис. 1) обменное подавление, существовавшего в АФМ среде (1) при  $c = 0$  эффекта отрицательной акустической рефракции ( $h\partial\omega/\partial h < 0$ ), а при  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$  — обменное подавление возможного для  $c = 0$  в АФМ (1) эффекта отрицательной акустической фазовой скорости ( $(\mathbf{kq}) > 0$ ).

### Уединенный АФМ слой в симметричном окружении

Пусть рассматриваемая обладающая пространственной дисперсией АФМ среда (1) занимает слой толщиной  $2d$ , который погружен в неограниченный немагнитный диэлектрик, а на обеих границах раздела как при  $\mathbf{q} \parallel OY, \mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$ , так и при  $\mathbf{q} \parallel OZ \parallel \mathbf{l}_0$  реализована следующая система обменных и упругих граничных условий ( $b_x(b_y)$  — одноосная поверхностная магнитная анизотропия):

$$\frac{\partial l_x}{\partial \zeta} \pm b_y l_x = 0, \frac{\partial l_y}{\partial \zeta} \pm b_y l_y = 0, (\mathbf{ua}) = (\tilde{\mathbf{u}}\mathbf{a}), \quad (10)$$

$$(\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q}) = (\overline{\overline{\sigma}}\mathbf{q}), \zeta = \pm d.$$

В этом случае в АФМ слое для волны SH-типа с  $\mathbf{k} \in YZ$

$$(\mathbf{ua}) = \sum_{j=1}^2 A_j c_j + B_j s_j, \quad (11)$$

где  $A_j, B_j$  — произвольные амплитуды,  $c_j \equiv \text{ch}(\eta_j \zeta), s_j \equiv \text{sh}(\eta_j \zeta)$ , а величины  $\eta_1, \eta_2$  в зависимости от МАК и типа волны являются корнями одного из характеристических уравнений (5)–(7). По аналогии с методикой расчета из [17] можно с помощью обменных граничных условий (10) исключить из рассмотрения в (11) две из четырех амплитуд парциальных волн (например,  $A_2, B_2$ ). В этом случае пространственную структуру как

компоненты вектора упругих смещений  $\mathbf{u} \parallel \mathbf{a}$ , так и сопряженной ей вдоль  $\mathbf{q}$  компоненты тензора упругих напряжений в АФМ среде можно представить следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} \overline{\overline{\sigma}} \mathbf{q} \end{pmatrix}_{\zeta} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Как при  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{q} \parallel OZ$ ,  $\mathbf{b} \parallel OY$ , так и при  $\mathbf{q} \parallel OY$ ,  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  с учетом принятых выше обозначений для рассматриваемого АФМ слоя толщиной  $2d$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} \overline{\overline{\sigma}} \mathbf{q} \end{pmatrix}_{\zeta=d} = \overline{\overline{C}} \begin{pmatrix} \mathbf{u} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} \overline{\overline{\sigma}} \mathbf{q} \end{pmatrix}_{\zeta=-d}, \quad (13)$$

$$\overline{\overline{C}} \equiv \overline{\overline{N}}(\zeta=d) \left( \overline{\overline{N}}(\zeta=-d) \right)^{-1},$$

Отметим, что дисперсионное соотношение (3) может не только определять при  $\omega = \text{const}$  форму сечения одно- или двуполостной поверхности волновых векторов плоскостью падения  $\mathbf{k} \in YZ$  в неограниченном АФМ (1), но и в явном виде спектр волноводных сдвиговых магнитоакустических волн рассматриваемого АФМ слоя для соответствующей МАК при некоторых сочетаниях упругих и обменных граничных условий (10) на поверхности магнетика. В частности, в случае сдвиговой объемной магнитоакустической волны при  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{q} \parallel OZ$ ,  $\mathbf{b} \parallel OY$ , и  $\mathbf{k} \in YZ$  в (3)  $k_z = \pi\nu/2d$ ,  $\nu = 1, 2, \dots$ , если одновременно в (10) будут выполняться  $b_x = \infty$  и  $\sigma_{zx} = 0$  или  $b_x = 0$  и  $(\mathbf{u} \mathbf{a}) = 0$ . Что же касается случая  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$ ,  $\mathbf{q} \parallel OY$  и  $\mathbf{k} \in YZ$ , то в (3)  $k_y = \pi\nu/2d$ ,  $\nu = 1, 2, \dots$  для объемной сдвиговой магнитоакустической волны, если одновременно в (10)  $b_x = \infty$  и  $(\mathbf{u} \mathbf{a}) = 0$  или  $b_x = 0$  и  $\sigma_{yx} = 0$ . Расчет показывает, что для находящегося в симметричном окружении слоя АФМ (1) и всех рассмотренных выше МАК при выполнении на обеих поверхностях АФМ слоя граничных условий (10) спектр как несобственных (при  $\text{Re}\{\tilde{Z}_{SH}\} \neq 0$ ), так и собственных (при  $\text{Re}\{\tilde{Z}_{SH}\} = 0$ ) магнитоакустических волн SH-типа, распространяющихся вдоль уединенного АФМ слоя, факторизуется (см. также [17]):

$$(N_{21} - i\tilde{Z}_{SH} N_{11})(N_{22} - i\tilde{Z}_{SH} N_{12}) = 0. \quad (14)$$

Равенство нулю выражения в первой (второй) скобке определяет с учетом неоднородного обменного взаимодействия спектр магнитоакустической волны SH-типа антисимметричной (симметричной) относительно срединной плоскости АФМ слоя. Случай, когда при заданной частоте  $\omega$  продольное волновое число  $h$ , удовлетворяющее (14), является комплексным, а усредненный по периоду колебаний поток энергии через поверхность слоя, отличающийся от нуля, отвечает несобственной радиационной антисимметричной (симметричной) волне, то по аналогии с динамикой экситонных

поляритонов [6] их можно назвать резонансными («светлыми») магнитоакустическими волнами. Собственная магнитоакустическая SH-волна в АФМ слое (симметричная или антисимметричная) реализуется при заданном  $\omega$ , если в рассматриваемом бездиссипативном пределе удовлетворяющее (14) значение  $h$  является вещественным, тогда как усредненный по периоду колебаний поток энергии через поверхность слоя равен нулю. Структуру френелевских коэффициентов отражения  $V_{SH}(\omega, h)$  и прохождения  $W_{SH}(\omega, h)$  в случае граничных условий (10) для рассматриваемого АФМ слоя можно с учетом (12), (13) представить следующим образом (см. также [17]):

$$W_{SH} = \frac{i\tilde{Z}_{SH}(N_{21}N_{12} - N_{11}N_{22})}{(N_{21} - i\tilde{Z}_{SH}N_{11})(N_{22} - i\tilde{Z}_{SH}N_{12})}, \quad (15)$$

$$V_{SH} = \frac{-(N_{21}N_{22} + \tilde{Z}_{SH}^2 N_{11}N_{12})}{(N_{21} - i\tilde{Z}_{SH}N_{11})(N_{22} - i\tilde{Z}_{SH}N_{12})}.$$

Расчет показывает, что условие полного прохождения через слой рассматриваемого АФМ с неоднородным обменным взаимодействием плоской объемной волны SH-типа  $|W_{SH}| = 1$  и  $(|V_{SH}| = 0)$  с учетом введенных выше обозначений имеет вид

$$N_{21}N_{22} + \tilde{Z}_{SH}^2 N_{11}N_{12} = 0. \quad (16)$$

Это можно рассматривать как исчезновение при этих сочетаниях  $\omega, h$  акустической активности сдвиговой магнитоакустической волны, распространяющейся в АФМ слое. Если же одновременно  $N_{21} = N_{12} = 0$ , то в (15)  $W_{SH} = 1$ . Тогда как при условии  $N_{11} = N_{22} = 0$  в (15)  $W_{SH} = -1$ , причем в обоих этих случаях акустическая прозрачность АФМ слоя не зависит от акустических характеристик окружающей его среды (2). Сопоставление (15), (16) показывает, что если в зависимости от симметрии волноводных магнитоакустических колебаний АФМ слоя удовлетворяется одна из нижеследующих систем равенств

$$\begin{aligned} N_{21}(\omega, h) = N_{11}(\omega, h) = 0, \\ N_{22}(\omega, h) = N_{12}(\omega, h) = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

то соответствующая мода спектра магнитоакустических волн АФМ слоя не имеет радиационного акустического затухания. Это нерезонансные («темные») магнитоакустические волны [6]. Таким образом, соответствующие сочетания частоты и продольного волнового числа в (17) формально отвечают формированию связанного магнитоакустического волнового состояния в континууме [18] (дискретное состояние на фоне сплошного спектра). Совместный анализ соотношений (3)–(5) (15)–(17) показал, что в рамках рассматриваемой модели



полное отражение волны SH-типа, падающей на АФМ слой (13) толщиной  $2d$  ( $|W_{SH}|=0$ ), имеет место при таких сочетаниях  $\omega$  и  $h$ , когда с учетом введенных выше обозначений удовлетворяется следующее соотношение:

$$N_{11}N_{22} - N_{21}N_{12} = 0. \quad (18)$$

При этом условие  $N_{22}(\omega, h) = 0$  отвечает спектру симметричных, а  $N_{21}(\omega, h) = 0$  антисимметричных магнитоакустических волн SH-типа, распространяющихся вдоль АФМ слоя, на обеих поверхностях которого одновременно с обменными граничными условиями (10) выполнены также упругие граничные условия вида  $\mathbf{a}\bar{\bar{\mathbf{c}}}\mathbf{q} = 0$ . Что же касается соотношения  $N_{11}(\omega, h)N_{12}(\omega, h) = 0$ , то оно определяет спектр антисимметричных (при  $N_{12}(\omega, h) = 0$ ) или симметричных (при  $N_{11}(\omega, h) = 0$ ) магнитоакустических волн SH-типа, распространяющихся вдоль АФМ слоя (13), на обеих поверхностях которого одновременно с обменными граничными условиями (10) выполнены также и упругие граничные условия вида  $(\mathbf{u}\mathbf{a}) = 0$ . Следует подчеркнуть, что при падении волны SH-типа все вышеуказанные эффекты индуцированы наличием неоднородного обменного взаимодействия в АФМ среде (двулучевым или однолучевым преломлением сдвиговой упругой волны в АФМ), а их реализация с учетом (4)–(7) возможна для обеих рассмотренных выше МАК и не только при  $\eta_1^2 < 0, \eta_2^2 < 0$  или  $\eta_1^2 < 0, \eta_2^2 > 0$ , но и в случае, когда  $\eta_1^2 > 0, \eta_2^2 > 0$  при  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{q} \parallel OZ, \mathbf{b} \parallel OY$ .

### Система эквидистантных АФМ слоев в немагнитном окружении

Пусть имеется находящаяся в неограниченном упругоизотропном диэлектрике (2) система из  $N$  идентичных между собой слоев рассматриваемой АФМ среды (1)–(6), (10)–(13). Для упрощения расчетов будем полагать, что толщина каждого АФМ слоя  $2d$  и он окружен с двух сторон слоями немагнитного диэлектрика толщиной  $\tilde{d}$ . Для каждого из таких немагнитных слоев матрица перехода  $\bar{\bar{B}}(\tilde{d})$  в случае волны SH-типа имеет вид

$$\begin{pmatrix} \bar{\bar{\mathbf{u}}}\mathbf{a} \\ \bar{\bar{\mathbf{a}}}\bar{\bar{\mathbf{c}}}\mathbf{q} \end{pmatrix}_{\zeta=\tilde{d}} = \begin{pmatrix} \cos(\tilde{k}\tilde{d}) & -\frac{\sin(\tilde{k}\tilde{d})}{\tilde{Z}_{SH}} \\ \tilde{Z}_{SH}\sin(\tilde{k}\tilde{d}) & \cos(\tilde{k}\tilde{d}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\bar{\mathbf{u}}}\mathbf{a} \\ \bar{\bar{\mathbf{a}}}\bar{\bar{\mathbf{c}}}\mathbf{q} \end{pmatrix}_{\zeta=0}, \quad (19)$$

$$\tilde{k} = \sqrt{\omega^2/\tilde{s}_t^2 - h^2}.$$

Будем также полагать, что на всех границах раздела АФМ (1) и немагнитной (2) сред данного  $N$ -периодного одномерного магнитного фононного кристалла (1D МФК) толщиной  $ND$  (где  $D = 2(\tilde{d} + d)$  — толщина элементарной ячейки МФК) выполнены упругие и обменные граничные условия (10). В результате для всех рассмотренных выше МАК френелевские амплитудные коэффициенты отражения  $V_N(\zeta = ND/2)$  и прохождения  $W_N(\zeta = -ND/2)$  для плоской объемной упругой волны SH-типа, падающей из упругоизотропной немагнитной среды (2), окружающей рассматриваемый конечный 1D МФК, будут связаны между собой следующими соотношениями (см. также [5,6,17,19]):

$$V_N(\omega, h) = \frac{V_1 U_{N-1}}{U_{N-1} - W_1 U_{N-2}}; \quad W_N(\omega, h) = \frac{W_{1\alpha}}{U_{N-1} - W_{1\alpha} U_{N-2}}; \quad U_{N-1} \equiv \frac{\sin(NK_{SH}D)}{\sin(K_{SH}D)};$$

$$V_1(\omega, h) \equiv \frac{i(A_{21} + A_{12}\tilde{Z}_{SH}^2)}{2A_{11}i\tilde{Z}_{SH} - A_{21} + A_{12}\tilde{Z}_{SH}^2}; \quad W_1(\omega, h) \equiv \frac{2i\tilde{Z}_{SH}}{2A_{11}i\tilde{Z}_{SH} - A_{21} + A_{12}\tilde{Z}_{SH}^2}; \quad (20)$$

$$\cos(K_{SH}D) = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{22}); \quad \bar{\bar{A}}(D) \equiv \bar{\bar{B}}(\tilde{d})\bar{\bar{C}}(2d)\bar{\bar{B}}(\tilde{d}).$$

Из (20) следует, что эффекты отражения и полного прохождения сдвиговой упругой волны SH-типа через  $3N$ -слойный волновод существенно зависят от коэффициентов отражения  $V_{1SH}(\omega, h)$  и прохождения  $W_{1SH}(\omega, h)$  волны SH-типа для элементарного периода рассматриваемого 1D МФК с матрицей перехода  $\bar{\bar{A}}(D)$ . Это, в частности, означает, что отмеченная возможность формирования дискретного состояния на фоне сплошного спектра полного отражения сдвиговой волны от АФМ слоя останется в силе и для  $N$ -периодного 1D МФК случая независимо от числа элементарных периодов  $N$ . Однако теперь для случая уединенного АФМ слоя в симметричном окружении, приведенном выше,

в соотношениях (12)–(19) вместо элементов матрицы  $\bar{\bar{C}}(2d)$  необходимо пользоваться соответствующими элементами матрицы  $\bar{\bar{A}}(D)$ . Одновременно следует учесть, что и для данного типа конечного 1D МФК не только при  $c = 0$ , но и при  $c \neq 0$  наблюдается структурно-индуцированный эффект полного интерференционного подавления отражения волны SH-типа ( $V_N(\omega, h) = 0$ ), падающей извне на поверхность 1D МФК. В результате внутри каждой из зон пропускания коллективного магнон-поляритонного спектра (т.е. при  $v\pi < K_{SH}D < (v+1)\pi$ ,  $v = 1, 2, \dots$ ) имеется  $(N-1)$ -сочетаний  $\omega, h$ , определяемых условием  $U_{N-1}(K_{SH}D) = 0$ . Кроме того, как следует из (20), внутри каждой из зон прохождения есть

также и  $(N-2)$ -сочетаний  $\omega, h$ , удовлетворяющих условию  $U_{N-2}(K_{SH}D) = 0$ , при которых реализуется (и при  $c = 0$ ) структурно-индуцированный эффект интерференционного усиления отражения волны SH-типа ( $\max\{V_N(\omega, h)\} = V_{1SH}(\omega, h)$ ), падающей извне на поверхность 1D МФК. Таким образом, динамические свойства обсуждаемой слоистой магнитной структуры являются следствием как внутри-, так межслоевого резонансного или нерезонансного взаимодействия обменных спиновых волн, распространяющихся в каждом из АФМ слое через поле сдвиговых упругих волн. При этом во всех этих вариантах распространяющиеся нормально к оси рассматриваемого конечного 1D МФК гибридные магнитоакустические моды также будут радиационными при  $\text{Re}\{\tilde{Z}_{SH}\} \neq 0$  и собственными в случае  $\text{Re}\{\tilde{Z}_{SH}\} = 0$ . Несомненный практический интерес представляет случай, когда на плоскости внешних параметров  $\omega-h$  дисперсионные кривые радиационных магнитоакустических мод АФМ слоя (14) лежат внутри конуса сдвиговых акустических волн упругоизотропной немагнитной среды (2), окружающей рассматриваемый конечный 1D МФК. Следует отметить, что, как вытекает из (15) и (20), существующий в случае уединенного АФМ слоя в симметричном окружении (или трехслойного магнитного сэндвича с матрицей перехода  $\bar{\bar{A}}$  из (20)) эффект безотражательного прохождения волны SH-типа через уединенный АФМ слой ( $|W_{1SH}| = 1$ ) отсутствует в случае  $N$ -периодного 1D МФК. Однако выполнение  $|W_N| = 1$  становится возможным для таких сочетаний  $\omega-h$ , при которых в (20) одновременно с  $|W_{1SH}| = 1$  в (19) становится единичной, и матрица перехода для немагнитной среды  $\bar{\bar{B}}(\tilde{d}) = \bar{\bar{I}}$ . В качестве примера кратко рассмотрим возможность реализации для рассматриваемого  $N$ -периодного 1D МФК (20) спин-волнового аналога, интенсивно исследуемого в последние годы для полупроводниковых структур режима резонансного 1D фотонного кристалла. Для спин-волнового аналога характерно сосуществование пространственного брэгговского и частотного резонансов [5,6]. Как показывает анализ, в рассматриваемом случае АФМ слой, участвующий в формировании элементарного периода 1D МФК (20), может рассматриваться как спин-волновой аналог квантовой ямы для падающей извне плоской упругой волны SH-типа, если для заданных значений внешних параметров  $\omega$  и  $h$  для описания магнитоупругой динамики такого АФМ слоя можно использовать одномодовое приближение.

### Резонансный магнитный фононный кристалл

Если условие Радо–Уиртмена  $I'_x(\zeta = \pm d) = 0$  и упругое граничное условие  $u_\alpha(\zeta = \pm d) = \tilde{u}_\alpha$  выполнены по всей толщине АФМ слоя, то при  $\mathbf{q} \parallel OY$ ,  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  для падающей извне плоской SH-волны амплитудные коэффициенты отражения и прохождения сдвиговой уп-

ругой волны  $(V_{1SH}, W_{1SH})$ , входящие в (20), для случая уединенной ультратонкой АФМ пленки в симметричном окружении ( $W_{1SH} = 1 + V_{1SH}$ ) следующие:

$$W_1(\omega, h, d \rightarrow 0) \cong W_{1SH} = \frac{i\tilde{Z}_{SH}}{i\tilde{Z}_{SH} + \delta_{SH}};$$

$$\delta_{SH} \cong 2d \left[ \frac{\omega^2}{s_t^2} - h^2 - \frac{\omega_{me}^2 h^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_{me}^2 - c^2 h^2} \right]. \quad (21)$$

Таким образом, в рамках данной модели при  $\mathbf{q} \parallel OY$ ,  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  коэффициент прохождения волны SH-типа через такой ультратонкий АФМ слой при  $1/\delta_{SH} = 0$  может быть строго равен нулю ( $|W_{1SH}| = 0$ ). Полная прозрачность рассматриваемого ультратонкого АФМ слоя с  $\mathbf{q} \parallel OY$ ,  $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel OZ$  для падающей извне плоской объемной SH-волны  $|W_{1SH}| = 1$  достигается, если  $\omega$  и угол падения  $h$  одновременно удовлетворяют соотношению  $\delta_{SH}(\omega, h) = 0$ . Последний вариант отвечает случаю, когда распространяющаяся вдоль ультратонкого АФМ слоя сдвиговая магнитоупругая волна перестает быть акустически активной (становится, по аналогии с экситонными поляритонами [6], «темной» магнитоакустической волной). В результате для рассматриваемого типа 1D МФК входящая в (20) структура матрицы перехода  $\bar{\bar{C}}$  для такого ультратонкого АФМ слоя с учетом принятых обозначений принимает вид  $C_{11} = C_{22} = 1$ ,  $C_{12} = 0$ ,  $C_{21} = C_{21}(\omega, h)$ . Согласно [5,6], рассматриваемый  $3N$ -слойный конечный 1D МФК можно рассматривать как одномерную слоистую структуру из  $N$  диэлектрических акустических микрорезонаторов толщиной  $2\tilde{d}$ , в центре каждого из которых имеется ультратонкий АФМ слой, представляющий собой спин-волновой аналог квантовой ямы (21). Если в окрестности частоты  $|W_{1SH}| = 0$  толщина каждого из микрорезонаторов (элементарный период рассматриваемого 1D МФК с ультратонкими слоями АФМ) удовлетворяет условию брэгговского резонанса ( $\bar{\bar{B}}(2\tilde{d}) = \bar{\bar{I}}$ ), то в зоне непропускания квазиблоховский вектор в (21) становится комплексным  $K_{SH}(\omega, h) = K'_{SH} + iK''_{SH}$ . Если при этом помимо  $2K'_{SH}\tilde{d} = \pi$  имеет место и условие  $2K''_{SH}N\tilde{d} \ll 1$ , то соотношения (21) для 1D МФК с ультратонкими АФМ слоями принимают вид (см. также [5,6])

$$W_N(\omega, h) = \frac{i\tilde{Z}_{SH}}{i\tilde{Z}_{SH} + N\delta_{SH}}, \quad (22)$$

$$V_N(\omega, h) = -\frac{N\delta_{SH}}{i\tilde{Z}_{SH} + N\delta_{SH}}.$$

Таким образом, при  $2K''_{SH}N\tilde{d} \ll 1$  и  $2K'_{SH}\tilde{d} = \pi$  становится возможным индуцированный пространственной дисперсией АФМ среды спин-волновой аналог экситонного механизма эффекта сверхизлучения, изученного в полупроводниковых гетероструктурах [5,6]:

$$\text{Im}\{V_N(\omega, h)\} = N \text{Im}\{V_1(\omega, h, d \rightarrow 0)\}, \quad (23)$$

что можно рассматривать как одновременное наличие в обсуждаемом 1D МФК с ультратонкими АФМ слоями  $(N-1)$ -акустически неактивных, «темных» сдвиговых магнитоакустических мод ( $|V_N|=0$ ) и одной акустически активной, «светлой» магнитоакустической моды, у которой для  $|V_N|=1$ ,  $W_N=0$ . Причем ее радиационное затухание  $N$ кратно усилено по сравнению со сдвиговой магнитоупругой модой одного ультратонкого АФМ слоя (21) в немагнитной среде (2). Если же имеется предел  $2K_{SH}''Nd_B \gg 1$ , то  $|V_N|=1$ , что отвечает появлению запрещенной зоны (согласно [5,6], упругий аналог фотонно-кристаллического режима).

Учтем теперь в рамках приближения квазиплоской волны конечные размеры формально находящегося на бесконечности реального источника излучения сдвиговой упругой волны. В этом случае, согласно [20], для остронаправленного пучка упругих SH-волн, падающих извне на слой, соотношения для углового эффекта Шоха (упругого аналога известного в оптике углового эффекта Гуса–Хенхена [20]) при отражении  $s_V(\omega, h)$  и при прохождении  $s_W(\omega, h)$  имеют следующий вид:  $s_V = \partial \ln |V_N| / \partial h$ ,  $s_W = \partial \ln |W_N| / \partial h$ . Это означает, что в рассмотренном выше случае АФМ слоя в симметричном окружении (13) возможно с учетом неоднородного обменного взаимодействия индуцированное резонансное усиление углового эффекта Шоха для квазиплоской волны SH-типа как при  $|V_N|=1$ ,  $W_N=0$ , так и при  $V_N=0$ ,  $|W_N|=1$ , а также в окрестности указанного выше акустического аналога эффекта псевдо-Брюстера. Однако в случае сдвиговой квазиплоской упругой волны, падающей извне нормально к рассматриваемому АФМ слою,  $s_W(\omega, h=0) = s_V(\omega, h=0)$ . Если же в обсуждаемом АФМ  $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{a} \perp \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{k} \in YZ$  и АФМ слой (13) находится в несимметричном немагнитном окружении, то, во-первых, в случае наклонно падающего извне остронаправленного пучка сдвиговых упругих волн  $s_V(\omega, h) \neq s_V(\omega, -h)$ ,  $s_W(\omega, h) \neq s_W(\omega, -h)$ , во-вторых, пространственный  $(-i\Delta_V = \partial \ln |V_N| / \partial h, -i\Delta_W = \partial \ln |W_N| / \partial h)$  и угловые эффекты Шоха одновременно отличны от нуля в случае нормального падения ( $h=0$ ) как для отраженной, так и для прошедшей квазиплоской SH-волны через рассматриваемый конечный акустически гиротропный 1D МФК.

### Заключение

В бездиссипативном приближении для АФМ, который является однофазной гиперболической средой, индуцированный неоднородным обменным взаимодействием механизм двулучевого акустического преломления при прохождении сдвиговой объемной волной границы раздела магнитной и немагнитной сред приводит как для плоской, так и квазиплоской волны SH-типа, падающей извне на ограниченную акустически сплошную планарную структуру из немагнитных и АФМ слоев, к целому ряду дополнительных резонансных акустических

рефракционных аномалий, связанных с формированием собственных и несобственных распространяющихся магнито-фононных возбуждений.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

1. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *ЖЭТФ* **35**, 228 (1958).
2. С. Kittel, *Phys. Rev.* **110**, 836 (1958).
3. S. Chen, Y. Fan, Q. Fu, and H. Wu, *Appl. Sci.* **8**, 1480 (2018).
4. I.I. Smolyaninov, *Hyperbolic Metamaterials*, Morgan & Claypool Publishers, San Rafael (2018).
5. Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный, *ФТТ* **55**, 833 (2013).
6. A.V. Kavokin, J.J. Baumberg, G. Malpuech, and F.P. Laussy, *Microcavities*, Oxford University Press (2017).
7. V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015005 (2018).
8. Д.В. Кулагин, Г.Г. Левченко, А.С. Савченко, А.С. Тарасенко, С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров, *ЖЭТФ* **141**, 540 (2012).
9. S.-D. Zhao, Y.-S. Wang, and C. Zhang, *Sci. Rep.* **8**, 2247 (2018).
10. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
11. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **75**, 2183 (1978).
12. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин, *УФН* **146**, 417 (1985).
13. М.А. Исакович, *Общая акустика*, Наука, Москва (1973).
14. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
15. М.В. Балакирев, И.А. Гишинский, *Волны в пьезокристаллах*, Наука, Новосибирск (1982).
16. M. Elshazly-Zaghloul and R.M.A. Azzam, *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 657 (1982).
17. Л.М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, изд.-во АН СССР, Москва (1957).
18. C.W. Hsu, B. Zhen, A.D. Stone, J.D. Joannopoulos, and M. Soljačić, *Nature Rev. Mater.* **1**, 16048 (2016).
19. А. Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах*, Мир, Москва (1987).
20. Т. Tamir, *J. Opt. Soc. Am. A* **3**, 558 (1986).

Антиферромагнетик як кероване однофазне пружне гіперболічне середовище з просторовою дисперсією

С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров

Для плоскої та квазіплоскої об'ємної хвилі SH-типу, що ззовні падає на систему еквідистантних антиферромагнітних діелектричних шарів, урахування просторової дисперсії в антиферромагнетик як у гіперболічному магнитоакустичному середовищі індукує ряд резонансних рефракційних аномалій: ефекти повного відбиття (проходження) та формування на фоні суцільного спектра дискретних локалізованих магнито-фононних станів, посилення кутового ефекту Шоха, а в разі

одновимірного резонансного магнітного фононного кристала — ефект акустичного надвипромінення.

Ключові слова: магнітоакустика, магнітоакустична хвиля, резонансний магнітний фононний кристал.

### **Antiferromagnet as the tunable single-phase elastic hyperbolic medium with the spatial dispersion**

**S.V. Tarasenko and V.G. Shavrov**

For a plane and quasi-plane SH-type volume wave incident from the outside onto a system of equidistant antiferromagnetic dielectric layers, taking into account spatial dispersion in an

antiferromagnet as a hyperbolic magnetoacoustic medium induces a number of resonant refractive anomalies including the effects of total reflection (propagation) and formation against the background continuous spectrum of discrete localized magnon-phonon states, amplification of the angular Schoch effect and in the case of a one-dimensional resonant magnetic phonon crystal — to the effect of superradiance.

Keywords: magnetoacoustics, magnetoacoustic wave, resonant magnetic phonon crystal.