Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2020, т. 46, № 8, с. 1008–1013

Топологические характеристики строительных блоков в доменной стенке антиферромагнетика со взаимодействием Дзялошинского–Мория

О.Ю. Горобец, Ю.И. Горобец

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Киев, 03056, Украина

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, Киев, 03142, Украина
E-mail: gorobets.oksana@gmail.com; gorobets@imag.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 15 апреля 2020 г., опубликована онлайн 22 июня 2020 г.

Рассчитаны топологические заряды для ряда точных трехмерных аналитических решений уравнения Ландау–Лифшица, которые описывают распределения векторных полей векторов антиферромагнетизма и намагниченности антиферромагнетика. Показано, что в случае образцов с размерами, сравнимыми с характерными масштабами топологических объектов полей векторов антиферромагнетизма и намагниченности, возникают модифицированные характеристики, которые зависят не только от топологических свойств этих объектов, но и от геометрии образца. Такие модифицированные характеристики в образцах конечных размеров могут принимать нецелочисленные значения.

Ключевые слова: топологический заряд, антиферромагнетик, взаимодействие Дзялошинского–Мория, скирмион, доменная стенка.

1. Введение

В последнее время доменные стенки в ферро- и антиферромагнитных наноразмерных образцах являются актуальным объектом исследований как перспективные носители битов информации для применений в устройствах магнитной памяти [1]. Среди широкого многообразия магнитных топологических объектов выделяют следующие: хопфион, скирмион, вихрь и антивихрь, бимерон, блоховская линия, блоховская точка. Эти состояния могут реализоваться как уединенные объекты или в качестве «строительных блоков» во внутренней структуре доменных стенок. Обычно рассматриваются достаточно простые решения, топологическая структура которых может быть определена из простых и наглядных соображений. Однако для уравнений Ландау–Лифшица в антиферромагнетике известен класс достаточно общих трехмерных решений, которые в предельных случаях описывают целый ряд различных строительных блоков в доменной стенке [2,3], но для которых топологическая классификация затруднительна. В данной работе получены обобщения указанных трехмерных решений [2,3] на случай двухподрешеточного антиферромагнетика с одноосной магнитной анизотропией и со взаимодействием Дзялошинского–Мория и исследованы топологические свойства этих решений.

Математический анализ топологических неоднородностей (солитонов) для данного поля параметра порядка базируется на введении так называемых топологических зарядов, которые определяется размерностью того пространственного многообразия, на котором задан параметр порядка [4–7]. Для АФМ параметром порядка является единичный (нормированный) вектор антиферромагнетизма (АФМ вектор) **n**, который задан на двумерной сфере $S_2^{(\mathrm{spin})}$ $\mathbf{n}^2=1$ (сфере в трехмерном спиновом пространстве n_x, n_y, n_z). Для солитонов в магнетиках сейчас используется различная терминология и вводятся различные целочисленные характеристики: индекс Хопфа H, индекс доменной границы (winding number) N, полярность (polarity) $\lambda=\pm1$, спиральность (helicity) χ, хиральность (chirality) $C=\chi\lambda$ [8–14]. Для анализа распределений вектора **n** общего вида полезно сопоставить эти характеристики со строгими математическими определениями топологических зарядов.

Если состояние локализовано в конечной области трехмерного пространства, то пространство эквивалентно трехмерной сфере S_3 и описывается топологическим зарядом π_3. Для вектора **n** этот заряд определяется инвариантом Хопфа и солитоны называются хопфионами [5,8,15]. Двумерное пространственное многообразие (сфера S_2) может возникать как при описании нелокализованных солитонов типа блоховских точек (ежей), так и для двумерных локализованных состояний, которые сейчас принято называть скирмионами. В этих двух случаях возникает топологический заряд π_2, который определяется как [10]

$$\pi_2 = \frac{1}{4\pi}\int g_i dA_i , \quad (1)$$

где интегрирование осуществляется по двумерной поверхности (например, поверхности сферы, окружающей топологический объект, или плоскости, на которой расположен скирмион). Компоненты поля плотности заряда (гировектора g_i) имеют вид [11]:

$$g_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\mathbf{n}\cdot[\partial_j \mathbf{n}\times\partial_k \mathbf{n}], \quad (2)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный АФМ вектор. Для плоского (двумерного) распределения вектора $\mathbf{n} = \mathbf{n}(x, y)$ с фиксированным направлением АФМ вектора вдали от солитона плоскость xy эквивалентна двумерной сфере S_2. В этом случае выражение (2) упрощается и топологический заряд определяется по формуле

$$\pi_2 = \frac{1}{4\pi}\int \mathbf{n}\cdot\left[\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{n}}{\partial y}\right]dxdy . \quad (3)$$

Это же выражение используется для анализа внеплоскостной структуры магнитных вихрей [16]. Для магнитных скирмионов заряд π_2 называют также зарядом скирмиона.

Магнитные вихри в ферромагнетиках или антиферромагнетиках характеризуются наличием неоднородности вектора $\mathbf{n}$ вдали от центра вихря, где вектор $\mathbf{n}$ лежит в легкой плоскости магнетика (ее можно выбрать условием $\mathbf{n}\mathbf{e}_{HA}$, где вектор $\mathbf{e}_{HA}$ параллелен трудной оси магнетика). В этом случае основной топологической характеристикой вихря является топологический заряд π_1, который определяется поведением вектора $\mathbf{n}$ на удаленном замкнутом контуре (сферы S_1) [4,6,7]. Для заряда π_1 можно использовать формулу

$$\pi_1 = \frac{1}{2\pi}\int (\mathbf{e}_{HA}\cdot[\mathbf{n}\times\nabla_\alpha \mathbf{n}])d\mathbf{l}_\alpha , \quad (4)$$

где $d\mathbf{l}_\alpha$ — элемент длины вдоль этого контура.

Единичный вектор векторного поля удобно записать в сферической системе координат через полярный угол θ и азимутальный угол φ, $\mathbf{n} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \lambda\cos\theta)$. Для двумерных распределений удобно использовать полярные координаты r, χ' для плоскости xy. В этом случае выражение (3) можно упростить и записать в виде

$$\pi_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial\chi'}d\chi' . \quad (5)$$

Для образцов конечных размеров введено определение дробных топологических дефектов, которые заключены в пределах границ магнетика [1], с топологическим зарядом

$$q = -\oint \nabla\left(\tilde{\varphi}-\tilde{\varphi}_\tau\right)d\mathbf{l}, \quad (6)$$

где $\tilde{\varphi}_\tau$ — это угол локального тангенциального направления вдоль границ системы.

С учетом полярности λ [13] в ряде случаев углы θ и φ представимы через индекс доменной границы N и спиральность χ в виде [13]:

$$\theta = \theta(r), \quad \varphi = N(\alpha+\chi). \quad (7)$$

Для магнитных скирмионов заряд скирмиона π_2 совпадает с индексом доменной границы N (“winding number”).

2. Теоретическая модель

Рассмотрим двухподрешеточный антиферромагнетик с одноосной магнитной анизотропией, взаимодействием Дзялошинского–Мория (ДМ) и намагниченностью подрешеток $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$, где абсолютные значения намагниченности обеих подрешеток равны $M_0 = \mathrm{const}$. Магнитная энергия одноосного антиферромагнетика перед ДМ взаимодействием имеет вид [17,18]

$$W = M_0^2\int dV\left\{\frac{\delta}{2}\mathbf{m}^2+\frac{\alpha}{2}(\nabla\mathbf{l})^2+\frac{\alpha'}{2}(\nabla\mathbf{m})^2+\right.$$
$$\left.+\frac{\beta_1}{2}l_z^2+\frac{\beta_2}{2}m_z^2+\mathbf{d}[\mathbf{m}\times\mathbf{l}]-\mathbf{m}\mathbf{h}_0\right\}, \quad (8)$$

где δ — постоянная однородного обмена, α, α' — постоянные неоднородного обмена, β_1, β_2 — постоянные одноосной магнитной анизотропии, $\mathbf{d}$ — вектор Дзялошинского–Мория, направленный параллельно оси Z декартовой системы координат, $\mathbf{h}_0 = \frac{2\mathbf{H}_0}{M_0}$, $\mathbf{H}_0$ — внешнее магнитное поле, интегрирование в (8) берется по объему антиферромагнетика, $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2}{2M_0}$, $\mathbf{l} = \frac{\mathbf{M}_1-\mathbf{M}_2}{2M_0}$.

Если $\mathbf{m}^2 << \mathbf{l}^2$ и $\beta << d << \delta$, $H_0 << \delta M_0$ и частота ω удовлетворяет условию $\hbar\omega << \mu_0\delta M_0$, то уравнения Ландау–Лифшица можно упростить, и намагниченность можно представить в виде [17]

$$\mathbf{m} = \frac{2}{\delta g M_0}\left[\mathbf{l}\times\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\right]+\frac{1}{\delta}[\mathbf{d}\times\mathbf{l}]-\frac{1}{\delta}\mathbf{l}(\mathbf{h}_0\cdot\mathbf{l})+\frac{1}{\delta}\mathbf{h}_0. \quad (9)$$

Пространственными производными вектора $\mathbf{m}$ можно пренебречь в уравнениях Ландау–Лифшица в том же приближении. Используя (9), получаем уравнение динамики антиферромагнитного вектора в двухподрешеточном антиферромагнетике со взаимодействием Дзялошинского–Мория [17]:

$$\left[\mathbf{l}\times\left(\alpha\Delta\mathbf{l}-\frac{4}{\delta(gM_0)^2}\frac{\partial^2\mathbf{l}}{\partial t^2}\right)\right]+\frac{4}{\delta gM_0}\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}(\mathbf{l}\cdot\mathbf{h}_0)-$$
$$-\frac{2}{\delta gM_0}\frac{\partial\mathbf{h}_0}{\partial t}-\beta_1(\mathbf{l}\cdot\mathbf{e}_z)[\mathbf{l}\times\mathbf{e}_z]+\frac{1}{\delta}(\mathbf{d}\cdot\mathbf{l})[\mathbf{d}\times\mathbf{l}]+$$
$$+\frac{1}{\delta}[\mathbf{l}\times[\mathbf{h}_0\times\mathbf{d}]]-\frac{1}{\delta}[\mathbf{l}\times\mathbf{h}_0](\mathbf{l}\cdot\mathbf{h}_0)=0. \qquad (10)$$

Уравнение динамики вектора антиферромагнетизма (10) можно записать через угловые переменные, которые вводятся стандартным способом:

$$l_x=\sin\theta\cos\varphi,\ l_y=\sin\theta\sin\varphi,\ l_z=\cos\theta, \qquad (11)$$

где θ и φ — полярный и азимутальный углы вектора антиферромагнетизма, l_x, l_y, l_z — декартовы координаты вектора антиферромагнетизма. Если вектор ДМ и внешнее магнитное поле направлены вдоль оси OZ, то уравнение (10) имеет вид [17]

$$\begin{cases} c^2\Delta\theta-\dfrac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-\left[c^2(\nabla\varphi)^2-\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}-\omega_H\right)^2-\omega_0^2\,\mathrm{sgn}\left(\dfrac{d^2}{\delta}+\beta_1\right)\right]\sin\theta\cos\theta=0,\\ c^2\mathrm{div}\left(\sin^2\theta\nabla\varphi\right)-\dfrac{\partial}{\partial t}\left[\sin^2\theta\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}-\omega_H\right)\right]+\dfrac{\partial\omega_H}{\partial t}=0,\end{cases} \qquad (12)$$

где $\omega_H=\dfrac{|g|M_0h_0}{2}$, $c=\dfrac{\sqrt{\alpha\delta}|g|M_0}{2}$, $\omega_0^2=\dfrac{c^2}{\alpha}\left|\dfrac{d^2}{\delta}+\beta_1\right|$.

Нетрудно показать, что система уравнений (10) имеет решение на основе результатов работ [3,19–22]. В частности, можно получить следующее решение:

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{b}{\mathrm{dn}\left(a\sqrt{|C|}P(X,Y,Z),k_1\right)},$$
$$\varphi=\omega_Ht+Q(X,Y,Z), \qquad (13)$$

если $-\frac{1}{4}<C<0$, где $a=\sqrt{\dfrac{1+2C+\sqrt{1+4C}}{2|C|}}$,

$$b=\sqrt{\frac{1+2C-\sqrt{1+4C}}{2|C|}},\quad k_1=\sqrt{\frac{2\sqrt{1+4C}}{1+2C+\sqrt{1+4C}}},$$

а также уравнениям (12) удовлетворяет решение

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)=\sqrt{\frac{1-\mathrm{sn}\left(k_2^{-1}P(X,Y,Z),k_2\right)}{1+\mathrm{sn}\left(k_2^{-1}P(X,Y,Z),k_2\right)}},$$
$$\varphi=\omega_Ht+Q(X,Y,Z), \qquad (14)$$

где $k_2=1/\sqrt{1+4C}$ при $C>0$. Здесь и в формуле (13) $\mathrm{sn}(u,k)$ и $\mathrm{dn}(u,k)$ являются эллиптическими функциями Якоби с эллиптическим модулем k. Функции $P(X,Y,Z)$ и $Q(X,Y,Z)$ могут быть выбраны в виде

$$\begin{aligned} P(X,Y,Z)&=Z\Theta\left[-\left(\frac{d^2}{\delta}+\beta_1\right)\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\right]+f(X,Y),\\ Q(X,Y,Z)&=Z\Theta\left[\left(\frac{d^2}{\delta}+\beta_1\right)\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\right]+g(X,Y),\end{aligned} \qquad (15)$$

где сопряженные гармонические функции $f(X,Y)$ и $g(X,Y)$ в решении (15) имеют вид

$$\begin{cases} f(X,Y)=\sum\limits_i\tilde{n}_i\ln\left(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|\right)+\dfrac{2}{\pi}k_2\cdot K(k_2)\sum\limits_i\tilde{n}_i\alpha_i+C_2+\sum\limits_i\sum\limits_n\dfrac{A_n^{(i)}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|^n}\left(B_n^{(i)}\cos n\alpha_i+C_n^{(i)}\sin n\alpha_i\right),\\ g(X,Y)=-\dfrac{2}{\pi}k_2\cdot K(k_2)\sum\limits_i\tilde{n}_i\ln\left(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|\right)+\sum\limits_i\alpha_i\tilde{\tilde{n}}_i+C_3++\sum\limits_i\sum\limits_n\dfrac{A_n^{(i)}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_{0i}|^n}\left(C_n^{(i)}\cos n\alpha_i-B_n^{(i)}\sin n\alpha_i\right).\end{cases} \qquad (16)$$

Здесь введены следующие обозначения: $\mathbf{r}$ —двумерный вектор с координатами на плоскости XOY $\mathbf{r}=(X,Y)$, $\mathbf{r}_{0i}=(X_{0i},Y_{0i})$, X_{0i}, Y_{0i} — безразмерные постоянные, $\mathrm{tg}\,\alpha_i=\dfrac{Y-Y_{0i}}{X-X_{0i}}$, i, n, $\tilde{n}_i$, $\tilde{\tilde{n}}_i$ являются целыми числами, $\Theta(\xi)$ — функция Хевисайда и $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода:

$$\Theta(\xi)=\begin{cases}0, & \xi\le 0\\ 1, & \xi>0\end{cases},\quad K(k)=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\xi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\xi}}.$$

Общее решение (16) содержит нетривиальную зависимость от пространственных координат, а также зависимость от времени в виде прецессии с частотой ω_H вокруг избранной оси магнетика. Прецессионные солитоны в антиферромагнетиках исследовались рядом авторов (см. [23,24] и недавний обзор [25]), но эти солитоны характеризовались гораздо более простой координатной зависимостью.

3. Результаты и дискуссия

Рассмотрим топологические свойства указанного выше класса решений уравнения Ландау–Лифшица в одноосном двухподрешеточном антиферромагнетике со взаимодействием ДМ. Инвариант Хопфа для любого из частных решений уравнения Ландау–Лифшица класса (13)–(16) равен нулю, то есть указанные решения не относятся к хопфионам. Также сразу понятно, что эти решения не обладают сингулярностью и не содержат топологических особенностей типа ежа (блоховской точки). Поэтому остановимся на применении топологических зарядов π_2 и π_1. Класс решений (13)–(16) описывает объекты с произвольной полярностью $\lambda = \pm 1$, спиральностью χ и хиральностью $C = \chi\lambda$.

Решения (13)–(16) включают в себя частное решение:

$$\cos\theta = \mathrm{sn}\left(Z + n \ln\frac{|\mathbf{r}|}{R_1} + C_2 / k_2,\, k_2 \right), \quad \varphi = n\alpha + n\chi \tag{17}$$

для легкоосного антиферромагнетика, когда $\left(\frac{d^2}{\delta} + \beta_1\right) < 0$ и $v < c$, n — целое число, обозначающее индекс доменной границы N в (7). Решение (17) справедливо и тогда, когда $\left(\frac{d^2}{\delta} + \beta_1\right) > 0$ и $v > c$. C_2 — произвольная постоянная в (17). Решение (17) описывает, например, антиферромагнитную доменную стенку со скирмионоподобной структурой в длинной цилиндрической нанооболочке с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом $R_2 = R_1 \exp\left(2k_2 K(k_2)\right)$. Также решение (17) описывает скирмион в тонком антиферромагнитном нанокольце с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом $R_2 = R_1 \exp\left(2k_2 K(k_2)\right)$. Если модуль эллиптической функции $k_2 = 1$, то решение (17) можно преобразовать в решение с произвольным характерным масштабом R:

$$\cos\theta = \mathrm{th}\left(Z + n \ln\frac{|\mathbf{r}|}{R} \right), \quad \varphi = n\alpha + n\chi. \tag{18}$$

Решение (18) описывает как антиферромагнитный скирмион с характерным размером R в тонкой антиферромагнитной пластине толщиной значительно меньшей l_0 (в этом случае можно пренебречь зависимостью от координаты Z в (17) и (18)), так и антиферромагнитную доменную стенку со скирмионоподобной структурой в длинной антиферромагнитной нанопроволоке. Решение типа (18) рассмотрено в [26] для описания вихревого состояния антиферромагнетика без взаимодействия ДМ. Для вычисления топологического заряда π_2 по формуле (1) для решений (17), (18) удобно выбрать замкнутую поверхность, которая охватывает указанный топологический объект в форме бесконечно длинного цилиндра радиуса r. Тогда справедливо следующее выражение для топологического заряда π_2 для решения (18), описывающего скирмион в доменной стенке:

$$\pi_2 = \pm n. \tag{19}$$

Так как решения (17), (18) имеют явно выраженную анизотропию вдоль оси OZ, то интересно также рассмотреть двумерный топологический заряд π_2 согласно формуле (3). Из формулы (3) следует, что топологический заряд π_2 для решений (17), (18) может быть записан в виде

$$\pi_2 = -\frac{n}{2}\cos\theta(Z, r)\Big|_{r=R_1}^{r=R_2}. \tag{20}$$

Рассматривая решение (18) как скирмион в антиферромагнетике в форме тонкой пластины, пластины, положим $Z = 0$ и пределы интегрирования в (20) $R_1 = 0$, $R_2 = \infty$. В этом случае топологический заряд π_2 для решения уравнений Ландау–Лифшица (18) является целым числом и имеет вид

$$\pi_2 = -n. \tag{21}$$

Топологический заряд π_2 для решения (17) для антиферромагнетика в форме цилиндрической нанооболочки зависит от того, какие значения угол θ принимает на ее границах. Если рассмотреть решение (17), которое описывает скирмион в тонком антиферромагнитном нанокольце с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом $R_2 = R_1 \exp\left(2k_2 K(k_2)\right)$, и $Z = 0$, то топологический заряд π_2 согласно формуле (3)

$$\pi_2 = \pm n. \tag{22}$$

Знаки «+» или «–» в предыдущей формуле определяются полярностью скирмиона. Для произвольных R_1 и R_2 решение (17) в тонком антиферромагнитном кольце характеризуется в общем случае нецелым топологическим зарядом π_2:

$$\pi_2 = -\frac{n}{2}\left\{\mathrm{sn}\left(n \ln R_2\right) - \mathrm{sn}\left(n \ln R_1\right)\right\}. \tag{23}$$

Интересно отметить, что для решения уравнений типа (14) при $k_2 = 1$ и при выборе цилиндрически несимметричных функций в выражении (14), например,

$$\begin{cases} f(X,Y) = \dfrac{A_n B_n \cos n\alpha}{r^n}, \\ g(X,Y) = \dfrac{-A_n B_n \sin n\alpha}{r^n}, \end{cases} \tag{24}$$

топологический заряд π_2 не является конечным:

$$\pi_2 = -\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty dp \int_0^{2\pi} d\alpha \frac{np}{\mathrm{ch}^2\left(p\cos n\alpha\right)}. \tag{25}$$

4. Выводы

Аналитически рассчитаны индекс доменной границы, топологический заряд, индекс Хопфа для определенного класса полученных в данной работе 3D точных решений уравнений Ландау–Лифшица в одноосном двухподрешеточном антиферромагнетике со взаимодействием Дзялошинского–Мория. При этом показано, что индекс Хопфа для данного класса магнитных текстур равен нулю, и рассмотренные топологические объекты не относятся к хопфионам.

Для тех из найденных в настоящей работе 3D локализованных неоднородностей поля вектора антиферромагнетизма в бесконечном антиферромагнетике, для которых полярный угол для вектора антиферромагнетизма, зависит только от радиальной и z-координат $\theta = \theta(r, z)$, а азимутальный угол для вектора антиферромагнетизма зависит только от азимутального угла радиус-вектора $\varphi = \varphi(\alpha)$, индекс доменной границы и топологический заряд равны целым числам $\pm n$.

Для тех 3D локализованных неоднородностей поля вектора антиферромагнетизма в бесконечном антиферромагнетике, для которых полярный и азимутальный углы для вектора антиферромагнетизма зависят как от радиальной координаты, так и от азимутального угла радиуса-вектора $\theta = \theta(r, \alpha)$, $\varphi = \varphi(r, \alpha)$, индекс доменной границы и топологический заряд могут быть определены (например, см. формулу (25)). Также расчет топологических зарядов не дает целых чисел в общем случае для всех выше указанных решений в образцах конечных размеров, когда топологический объект представляет собой поверхностный дефект. В этом случае, может получиться любое, в том числе и иррациональное число, а не только полуцелое, как это рассматривалось для поверхностных дефектов в образцах в форме нанополос в работе [1]. Таким образом, для поверхностных магнитных текстур индекс доменной границы и топологический заряд не являются чисто топологическими характеристиками, так как для поверхностных магнитных структур из-за их пересечения с границами материала область интегрирования не содержит целый локализованный топологический объект. Это приводит к появлению модифицированных характеристик — в общем нецелочисленных значений типа «числа обмоток поверхностных магнитных дефектов» и «топологического заряда поверхностных магнитных дефектов». Эти модифицированные характеристики могут возникать не только для распределений векторного поля, полученных в данной работе, но и для других локализованных распределений векторных полей в образцах конечных размеров. Эти характеристики также несут информацию о форме и размерах образца аналогично тому, как, например, в работе [1] индекс доменной границы поверхностных дефектов связывается с количеством отверстий в образце.

В связи с тем что, на сегодняшний день исследования магнитных материалов как элементной базы магнитной памяти сфокусированы главным образом на наноразмерных образцах, то изучение топологии поверхностных магнитных текстур и введение их модифицированных характеристик является особенно актуальным.

1. A. Pushp, T. Phung, C. Rettner, B.P. Hughes, S.H. Yang, L. Thomas, and S.S.P. Parkin, *Nat. Phys*. **9**, 505 (2013).
2. O.Y. Gorobets, *Chaos, Solitons and Fractals* **36**, 671 (2008).
3. Yu.I. Gorobets, O.Yu. Gorobets, and V.V. Kulish, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **42**, 52 (2017).
4. Г.Е. Воловик, В.П. Минеев, *ЖЭТФ* **72**, 2256 (1977).
5. Г.Е. Воловик, В.П. Минеев, *ЖЭТФ* **73**, 767 (1977).
6. N.D. Mermin, *Rev. Mod. Phys*. **51**, 591 (1979).
7. Б.А. Ivanov**,** *ФНТ* **31**, 841 (2005) [*Low Temp. Phys*. **31**, 635 (2005)].
8. I.E. Dzyloshinskii and B.A. Ivanov, *Pis'ma Zh. Exp. Teor. Fiz.* **9**, 592 (1979).
9. R.V. Verba, D. Navas, S.A. Bunyaev, A. Hierro-Rodriguez, K.Y. Guslienko, B.A. Ivanov, and G.N. Kakazei, *Phys. Rev. B* **101**, 064429 (2020).
10. M.Y. Im, H.S. Han, M.S. Jung, Y.S. Yu, S. Lee, S. Yoon, W. Chao, P. Fischer, J.-Il Hong, and K.S. Lee, *Nat. Commun.* **10**, 1 (2019).
11. X.S. Wang, A. Qaiumzadeh, and A. Brataas, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 147203 (2019).
12. S.L. Zhang, G. Van Der Laan, and T. Hesjedal, *Nat. Commun.* **8**, 1 (2017).
13. V.L. Mironov, O.L. Ermolaeva, S.A. Gusev, A.Y. Klimov, V.V. Rogov, B.A. Gribkov, O.G. Udalov, A.A. Fraerman, R. Marsh, C. Checkley, R. Shaikhaidarov, and V.T. Petrashov, *Phys. Rev. B* **81**, 094436 (2010).
14. P.J. Ackerman and I.I. Smalyukh, *Phys. Rev. X* **7**, 011006 (2017).
15. F.N. Rybakov, A.B. Borisov, S. Blügel, and N.S. Kiselev, *Phys. Rev. Lett*. **115**, 117201 (2015).
16. B.A. Ivanov, H.J. Schnitzer, F.G. Mertens, and G.M. Wysin, *Phys. Rev. B* **58**, 8464 (1998).
17. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and A.L. Sukstansky, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*. **78**, 1509 (1980).
18. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and M.V. Chetkin, *Usp. Fiz. Nauk* **146**, 417 (1985).
19. Y.I. Gorobets and O.Y. Gorobets, *Fiz. Nizk. Temp*. **43**, 707 (2017) [*Low Temp. Phys*. **43**, 564 (2017)].
20. V.G. Baryakhtar, O.Y. Gorobets, and V.Y. Gorobets, *J. Magn. Magn. Mater*. **280**, 377 (2004).
21. O.Y. Gorobets and V.Y. Gorobets, *Chaos, Solitons and Fractals* **23**, 1121 (2005).
22. O.Y. Gorobets, *Chaos, Solitons and Fractals* **36**, 671 (2008).

23. I.V. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz*. **85**, 328 (1983).
24. B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. Lett*. **74**, 1859 (1995).
25. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, *ФНТ* **44**, 794 (2018) [*Low Temp. Phys*. **44**, 618 (2018)].
26. Y.I. Dzhezherya, M.V. Sorokin, and E.A. Bubuk, *J. Exp. Theor. Phys*. **100**, 559 (2005).

Топологічні характеристики будівельних блоків у доменній стінці антиферомагнетика зі взаємодією Дзялошинського–Морія

О.Ю. Горобець, Ю.І. Горобець

Розраховано топологічні заряди для низки точних тривимірних аналітичних розв'язків рівняння Ландау–Ліфшиця, які описують розподіл векторних полів векторів антиферомагнетизму та намагніченості антиферомагнетика. Показано, що в разі зразків з розмірами, порівняними з характерними масштабами топологічних об'єктів полів векторів антиферомагнетизму та намагніченості, виникають модифіковані характеристики, які залежать не тільки від топологічних властивостей цих об'єктів, а й від геометрії зразка. Такі модифіковані характеристики в зразках скінченних розмірів можуть приймати нецілочисельні значення.

Ключові слова: топологічний заряд, антиферомагнетик, взаємодія Дзялошінського–Морія, скірміон, доменна стінка.

Topological characteristics of building blocks in the domain wall of an antiferromagnet with Dzyaloshinskii–Moriya interaction

O.Yu. Gorobets and Yu.I. Gorobets

Topological charges are calculated for a number of exact three-dimensional analytical solutions of the Landau–Lifshitz equation, which describe the distribution of the vector fields of the vectors of antiferromagnetism and magnetization of an antiferromagnet. It is shown that the modified characteristics arise in the case of samples with sizes comparable to the characteristic scales of topological objects of the fields of the vectors of antiferromagnetism and magnetization that depend not only on the topological properties of these objects, but also on the geometry of the sample. Such modified characteristics may take non-integer values in samples of finite sizes.

Keywords: topological charge, antiferromagnet, Dzyaloshinskii–Moriya interaction, skyrmion, domain wall.