

-PACS: 62.20.Dc, 76.60.-k

Н.А. Калугина

ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ ДИФфуЗИИ И ФИЛЬТРАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ИСТЕЧЕНИЯ МЕТАНА ИЗ УГОЛЬНОГО МАССИВА

Институт физики горных процессов НАН Украины
ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк, 83114, Украина
E-mail: kalugina_n_a@inbox.ru

Статья поступила в редакцию 29 апреля 2010 года

Исследуется внутренняя газодинамика метана в макроскопическом угольном массиве. Рассматривается кинетика массопереноса метана внутри угля в рамках модели, учитывающей наложение двух физически различных процессов: диффузии в твердом растворе и фильтрации через систему каналов, пор и трещин.

Ключевые слова: метан, угольный массив, фильтрация, диффузия

Введение

Изучение явления выделения метана из угольных пластов является актуальной задачей, решение которой позволит разрабатывать необходимые меры для предупреждения выбросов и образования взрывоопасных концентраций метана в горных выработках. Высвобождение метана при ведении горных работ на угольных шахтах зависит от множества природных и техногенных факторов: количества газа в пласте, распределения его между различными фазовыми состояниями, пористости (открытой и закрытой), газопроницаемости пласта и др. [1].

Физическая модель структуры угольного вещества и процесса выхода метана из него детально рассмотрена в [2]. Согласно этой модели вся масса угля разбита соединяющимися между собой и с внешней средой трещинами и макропорами (открытая пористость, ее объем называется фильтрационным) на отдельные структурные элементы – блоки. Эти блоки содержат поры различных размеров и конфигураций (закрытая пористость), не связанных транспортными каналами с фильтрационным объемом. Наличие открытых пор позволяет различным жидкостям и газам за счет фильтрации проникать внутрь угольного вещества и достаточно быстро покидать его. Поступление молекул метана в закрытые поры и выход из них в фильтрационный объем осуществляется путем твердотельной диффузии, что обуславливает достаточную продолжительность этого процесса. В данной работе проанализиру-

ем механизм истечения метана из угля в условиях совместного протекания двух физических явлений – фильтрации и диффузии.

Зависимость между плотностью метана в фильтрационном объеме и его концентрацией в твердом растворе

Рассмотрим макроскопический угольный массив. Это может быть пласт или кусок угля, отторгнутый от пласта. Ясно, что при таком отторжении термодинамическое равновесие нарушается и газ из фильтрационного объема за счет разности пластового и внешнего давлений устремляется наружу, в не занятый углем объем. Давление газа внутри угольного массива снижается, благодаря чему стартует процесс диффузии метана, содержащегося в блоках, в фильтрационный объем. Происходит фильтрация газа с одновременной подпиткой фильтрационного объема метаном, растворенным в блоках и находящимся в закрытых порах. Иными словами, блоки (микроблоки) играют роль источников метана, распределенных по всему объему угля. В угле процессы фильтрации, описываемые уравнением Дарси, взаимозависимы и взаимосвязаны с процессами диффузии метана в блоках. Установим конкретный вид этой связи, предложенной в работах [2,3].

Запишем уравнение диффузии применительно к блоку сферической формы радиуса R :

$$\frac{\partial c(r,t)}{\partial t} = D_{\text{eff}} \left[\frac{\partial^2 c(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c(r,t)}{\partial r} \right], \quad (1)$$

где c – концентрация метана в твердом растворе, r – расстояние от данного места до центра сферы, D_{eff} – эффективный коэффициент диффузии [см., напр., 4]. При $r = 0$ концентрация газа должна быть конечной. Физическое содержание задачи определяется граничным условием на поверхности раздела блока с фильтрационным объемом, т.е. при $r = R$.

Сделаем предположение, что время встраивания молекулы метана в поверхность блока много меньше времени ее перемещения изнутри блока к его поверхности. В таком случае, несмотря на отсутствие глобального равновесия, на границе блока устанавливается в каждый момент времени локальное равновесие по отношению к обмену молекулами метана между блоком и фильтрационным объемом. Это равновесие выражается «локальным» законом Генри, когда концентрация и плотность берутся на границе раздела, т.е.

$$c(R,t) = \nu \rho(t), \quad (2)$$

где $\rho(t)$ – плотность метана в фильтрационном объеме в месте нахождения блока, ν – растворимость метана в угле [4]. Мы предполагаем, что ρ медленно меняется на расстояниях порядка R , в отличие от концентрации $c(r, t)$.

Введем в рассмотрение среднюю концентрацию $c(t)$ метана в твердом растворе блока:

$$c(t) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 c(r, t) dr. \quad (3)$$

Изменение средней концентрации со временем находим путем применения процедуры усреднения (3) к уравнению (1):

$$\frac{dc(t)}{dt} = D_{\text{eff}} \left. \frac{3}{R} \frac{\partial c(r, t)}{\partial r} \right|_{r=R}. \quad (4)$$

Через соотношения (2) и (4) осуществляется «связка» задачи диффузии с задачей фильтрации.

Начальное условие к нашей задаче состоит в задании концентрации метана в момент времени, принимаемый за начальный. Будем считать, что в начальный момент метан равномерно распределен по блоку:

$$c(r, 0) = c_0 = \nu \rho_0. \quad (5)$$

В нашей задаче желательно выбрать R в качестве единицы измерения расстояний, а

$$t_d = \frac{R^2}{D_{\text{eff}}} \quad (6)$$

– в качестве единицы измерения времени, и t_d вполне естественно назвать характерным временем диффузии.

Технически удобно решать сформулированную задачу методом преобразования Лапласа по времени интересующих нас величин:

$$c(p) = \int_0^{\infty} c(t) e^{-pt} dt, \quad \rho(p) = \int_0^{\infty} \rho(t) e^{-pt} dt, \quad (7)$$

где t – безразмерное время, выраженное в единицах t_d .

Опуская промежуточные преобразования, приходим к очень важному соотношению между лапласовскими образами средней концентрации и плотности метана:

$$\frac{c_0}{p} - c(p) = F(p) \left(\frac{c_0}{p} - \nu \rho(p) \right), \quad F(p) = \frac{3}{\sqrt{p}} \left(\text{cth} \sqrt{p} - \frac{1}{\sqrt{p}} \right). \quad (8)$$

Применяя для равенства (8) обратное преобразование Лапласа, получаем связь между $c(t)$ и $\rho(t)$ в виде свертки двух функций

$$c_0 - c(t) = \int_0^t F(t - \tau) [c_0 - \nu \rho(\tau)] d\tau, \quad (9)$$

где

$$F(t) = 6 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\pi^2 n^2 t} \quad (10)$$

– обратное преобразование Лапласа $F(p)$ из (8). Поскольку размер блока много меньше размеров массива (куска угля), при огрубленном описании фильтрации газа из массива можно оперировать с физически бесконечно малыми объемами, включающими, однако, много блоков. При этом можно считать, что соотношение (9) выполняется для каждой «точки» массива x .

Из (9) видно, что концентрация метана в блоках в момент t определяется его плотностью в фильтрационном объеме во все предшествующие моменты: $\tau < t$. Формула (9) выражает количественно в относительно простой форме взаимное влияние диффузии и фильтрации. Ведущим является процесс фильтрации, а за счет диффузии происходит подпитка, пополнение фильтрационного объема.

На основании уравнений (9) и (10) можно сделать определенные качественные заключения относительно массопереноса метана в угле.

С этой целью рассмотрим подробнее функцию $F(t)$. При $t \ll 1/\pi^2$ $F(t) \approx 3/\sqrt{\pi t}$, а при $t \gg 1/\pi^2$ эта функция экспоненциально мала: $F \approx 6e^{-\pi^2 t}$. Рассмотрим соотношение (9) при малых временах. В этом случае

$$c_0 - c(t) \approx \frac{3}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{c_0 - v\rho(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau = \frac{3v}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\rho_0 - \rho(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau. \quad (11)$$

Известно, что в задачах фильтрации выход газа на малых временах пропорционален \sqrt{t} , соответственно скорость истечения пропорциональна $1/\sqrt{t}$, т.е. $\rho_0 - \rho(\tau) \approx \rho_0 \sqrt{\tau}$. Тогда из (11) следует, что

$$c_0 - c(t) \approx \frac{3v\rho_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau = \frac{3\sqrt{\pi}}{2} v\rho_0 t, \quad (12)$$

т.е. метан из блоков выходит пропорционально t , скорость его выхода постоянна и конечна, в то время как метан из фильтрационного объема выходит гораздо быстрее. Это дает основание подразделять метан на «быстрый», выходящий из фильтрационного объема, и «медленный», находящийся в блоках угля.

Рассмотрим теперь соотношение (10) на временах $t \gg 1/\pi^2$. Функция F при больших значениях своего аргумента является чрезвычайно «острой» – она весьма велика при малых значениях своего аргумента и экспоненциально мала вне этого узкого интервала. Поэтому согласно второй теореме о среднем

$$\int_0^t F(t-\tau)[c_0 - v\rho(t)] d\tau \approx [c_0 - v\rho(t)] \int_0^t F(t-\tau) d\tau = [c_0 - v\rho(t)] \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\pi^2 n^2 t}}{n^2}.$$

Поскольку $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, с экспоненциальной точностью на больших временах

$$c(t) = v\rho(t), \quad (13)$$

т.е. закон Генри выполняется во всех точках угольного массива. Это означает, что на больших временах диффузия и фильтрация происходят синфазно – количество метана, поступающего из блоков в фильтрационный объем, равно количеству метана, выходящего вовне.

Закономерности выхода метана из угольного пласта

В отбитом угле можно выделить характерный размер L основной фракции. От этого размера, как хорошо известно [3], сильно зависят параметры внутренней газодинамики метана. В массиве же меняется постановка задачи: здесь речь идет не о полном количестве выходящего метана, а о плотности его потока с единицы площади обнаженной поверхности угля.

С этой целью рассмотрим соотношения, определяющие скорость выхода метана из шара радиуса L в открытое пространство:

$$\rho_0 - \rho(t) = \frac{\rho_0}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{F(y)e^{pt}}{p} dp, \quad (14)$$

$$c_0 - c(t) = \frac{c_0}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{F(y)F(z)e^{pt}}{p} dp. \quad (15)$$

Имитируя ситуацию с метаном в пласте, совершим переход к пределу больших (в пределе бесконечных) L .

Общее количество метана, вышедшее из единицы объема шара, составляет

$$q = \gamma_0(\rho_0 - \rho(t)) + (1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) (c_0 - c(t)). \quad (16)$$

Учтем теперь, что при $L \rightarrow \infty$

$$F(y) \approx \frac{3}{a \sqrt{\left[\gamma_0 + v(1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) F(z) \right] p}}, \quad (17)$$

поскольку a пропорционально L . Тогда

$$q = \frac{3\rho_0}{2\pi i a} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\sqrt{\gamma_0 + v(1 - \gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{v} \right) F(\sqrt{p})}}{p^{3/2}} \exp(pt) dp. \quad (18)$$

Если помножим q на объем шара $\frac{4}{3}\pi L^3$, то получим общее количество метана, вышедшее к моменту t (время – в безразмерных единицах) из шара. Из (18) и определения a видно, что это количество пропорционально L^2 , т.е. площади поверхности шара. Разделив результат на $4\pi L^2$, получим количест-

во метана, вышедшее к моменту t через единичную площадь обнаженной поверхности:

$$\frac{q}{4\pi L^2} = \frac{\rho_0 R}{2\pi i} \sqrt{\frac{D_f}{D_{\text{eff}}}} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\sqrt{\gamma_0 + \nu(1-\gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{\nu}\right) F(\sqrt{p})}}{p^{3/2}} \exp(pt) dp. \quad (19)$$

Если теперь возьмем производную по времени (размерному) от обеих частей (19), то придем к сравнительно простому выражению для плотности потока метана:

$$j(t) = \frac{\rho_0}{2\pi i} \sqrt{\frac{D_f}{t_d}} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\sqrt{\gamma_0 + \nu(1-\gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{\nu}\right) F(\sqrt{p})}}{p^{1/2}} \exp(pt) dp. \quad (20)$$

Последняя формула допускает простые асимптотические оценки малых ($t \ll 1$) и больших ($t \gg 1$) времен. При малых временах основной вклад в интеграл (20) дают большие p , когда $F(\sqrt{p})$ мала и ею можно пренебречь. Тогда интеграл легко вычисляется и дает (в размерном времени)

$$j(t) \approx \rho_0 \sqrt{\frac{D_f}{\pi}} \sqrt{\frac{\gamma_0}{t}}, \quad t \ll t_d = \frac{R^2}{D_{\text{eff}}}. \quad (21)$$

В обратном предельном случае основной вклад в интеграл вносят малые p , когда $F(\sqrt{p}) \approx 1$. Поток в этом случае по-прежнему обратно пропорционален \sqrt{t} , но с другим коэффициентом:

$$j(t) \approx \rho_0 \sqrt{\gamma_0 + \nu(1-\gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{\nu}\right)} \sqrt{\frac{D_f}{\pi t}}. \quad (22)$$

Более подробное исследование интеграла (20) показывает, что интервал времен $t \ll t_d$ распадается на два интервала: $t \ll \frac{\gamma_0^2}{9\gamma_1^2} t_d$ и $\frac{\gamma_0^2}{9\gamma_1^2} t_d \ll t \ll t_d$, где

$$\gamma_1 \equiv \nu(1-\gamma_0) \left(1 - \gamma + \frac{\gamma}{\nu}\right). \quad (23)$$

На первом из них «работает» формула (21), а на втором – формула

$$j(t) \approx \frac{2\sqrt{2}b\rho_0}{\pi} \sqrt{D_f} \frac{\sqrt{3\gamma_1}}{t_d^{1/4} t^{1/4}}, \quad (24)$$

где b – численная константа порядка единицы, $b = \int_0^\infty e^{-x^4} dx$. Как правило,

$\gamma_1 \approx \gamma$, т.е. γ_1 представляет собой закрытую пористость.

Можно проверить, что формула (24) хорошо «сшивается» с формулой (21) при $t < t_d \frac{\gamma_0^2}{9\gamma_1^2}$ и с формулой (22) при $t \sim t_d$. Так как закрытая пористость примерно в 4–5 раз больше открытой (типичные значения: $\gamma_0 = 0.005$, $\gamma = 0.2$), то $\frac{\gamma_0^2}{9\gamma_1^2} \approx \frac{1}{200}$, т.е. время окончания «работы» формулы (21) в 200 раз меньше t_d .

Итак, выход метана из большого массива угля происходит в три этапа. На первом из них, длящемся весьма недолго (порядка $10^{-2}t_d$), плотность потока метана убывает по закону обратного корня. На данном этапе из массива выходит в основном метан, содержащийся в фильтрационном объеме. На втором этапе плотность потока, хотя и убывает со временем, но гораздо слабее, по закону $t^{-1/4}$. Это объясняется тем, что одновременно происходят фильтрация и диффузия. Этап длится до времени $t \sim t_d$. На третьем этапе, который происходит чрезвычайно долго ($t \gg t_d$), плотность потока опять убывает по корневому закону, но медленнее, чем на первом этапе, поскольку теперь газ выходит из блоков через фильтрационный объем.

Наглядное представление о процессе выхода метана из угольного массива дает график функции $N(t) = \int_0^t j(t) dt$ (рис. 1), которая представляет собой количество метана, выделившееся за время t , отсчитываемое с момента обнажения массива, с единицы площади обнаженной поверхности угля.

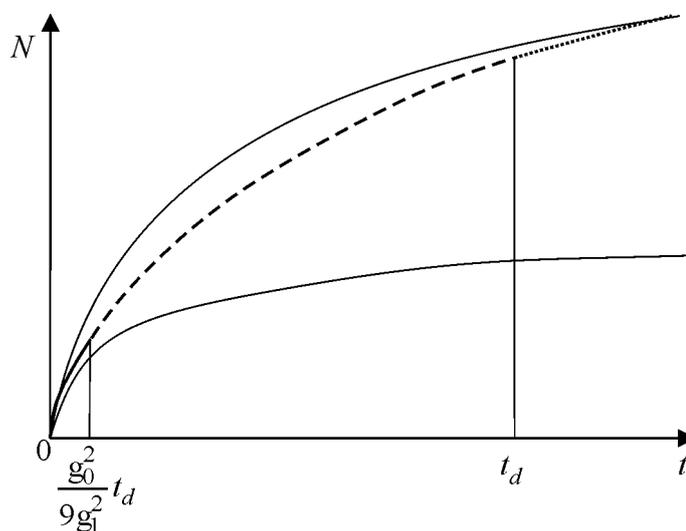


Рис. Зависимость количества метана, вышедшего с единицы площади массива, от времени: — — $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \rho_0 \sqrt{D_f \gamma_0 t}$, - - - - $\frac{8\sqrt{2}b}{3\pi} \rho_0 \frac{\sqrt{D_f 3\gamma}}{t_d^{1/4}} t^{3/4}$, — $\frac{2\rho_0}{\pi} \sqrt{D_f (\gamma_0 + \gamma_1)} \sqrt{t}$

Формально процесс выхода метана из массива продолжается до бесконечности. На самом деле массив ограничен, и поэтому метан выходит за конечное, хотя и очень большое время. Далее приведем некоторые численные оценки.

Допустим, размер микроблоков угля $R \sim 10^{-6}$ м, $D_{\text{eff}} \sim 10^{-15}$ м²/с, диффузионное время $t_d = R^2/D_{\text{eff}} \sim 10^3$ с ~ 20 min. Коэффициент фильтрации согласно нашим оценкам [2] составляет $2.5 \cdot 10^{-6}$ м²/с, т.е. на девять порядков больше коэффициента диффузии; при давлении газа 30 atm можно считать $\rho_0 = 30$ м³/м³. Имеет смысл рассчитать, сколько кубометров метана выйдет с 1 м² поверхности к моменту t_d . Оказывается, что $N(t_d) \sim 1$ м³ с 1 м² поверхности. В два раза большее количество метана выйдет к моменту $t = 4t_d$. В нашем примере это означает, что за 80 min выйдет 2 м³ метана с каждого квадратного метра обнаженной поверхности.

Для практических расчетов с хорошей точностью подходит элементарная формула (22). Фигурирующий в (22) коэффициент фильтрации D_f можно определить из экспериментальных данных по начальной скорости газовыделения и, кроме того, можно его оценить расчетным путем, как было показано ранее; величина γ_e – это, по существу, полная пористость угля.

В теоретических расчетах ρ_0 выражается в количестве молекул метана на кубический метр угля (1/м³); для перехода к практическим единицам измерения следует вместо ρ_0 писать P/P_a , где P – пластовое давление метана, P_a – атмосферное давление; тогда плотность потока будет выражаться в кубометрах газа, выделяющегося с квадратного метра обнаженной площади за секунду (м³/м²·с). Что касается пластового давления, то его надежная оценка может быть получена по данным десорбиметрии метана из штыба.

Влияние скорости подвигания забоя на скорость газовыделения из пласта

Особый интерес представляет вопрос о влиянии темпа работы добычного оборудования на скорость газовыделения из угольного пласта. Чтобы решить этот вопрос, укажем, прежде всего, что при выходе метана перед грудью забоя образуется обедненная метаном зона. Фронт x этой зоны, т.е. условная граница, отделяющая «истощенную» зону от исходного газонасыщенного пласта, движется вглубь по простиранию пласта по закону $x \sim \sqrt{D_f t}$ (где t – время, отсчитываемое от момента обнажения пласта, x – расстояние от обнаженной поверхности до фронта). Если быть более точным, то следует учесть, что с уменьшением пористости γ_e истощение происходит быстрее, а именно:

$$x = \sqrt{\frac{D_f t}{\pi \gamma_e}}. \quad (25)$$

При работе добычного оборудования грудь забоя движется внутрь пласта со скоростью u_m , так что закон движения линейный: $y = u_m t$. С течением

времени грудь забоя «догонит» фронт «истощения». Это произойдет за время t_m , определяемое из равенства $x = y$. Таким способом находим

$$t_m = \frac{D_f}{\pi \gamma_e u_m^2}. \quad (26)$$

Численная оценка для $D_f = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\gamma_e = 0.3$ и $u_m = 4 \text{ м/д}$ дает для t_m величину порядка нескольких часов.

Можно показать, что плотность потока метана с учетом работы добычного оборудования определяется следующей интерполяционной формулой:

$$j(t) = \rho_0 \sqrt{\frac{\gamma_e D_f}{\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1}{\sqrt{t_m}} \right). \quad (27)$$

При $t < t_m$ добыча угля практически не влияет на скорость газовыделения из пласта; если же $t > t_m$, то газовый поток не убывает, а стабилизируется на уровне

$$j = \rho_0 \gamma_e u_m. \quad (28)$$

Иными словами, на временах $t > t_m$ добыча угля сильно увеличивает газоотдачу из пласта. В связи с этим время t_m можно назвать максимальным временем безопасной непрерывной добычи угля. Не следует, конечно, забывать, что газоотдача идет не только из пласта, но также и из отбитого угля.

Из (28) видно, что при большом коэффициенте фильтрации, т.е. для рыхлого угля, время t_m становится большим, поэтому добыча угля даже с большой скоростью подвигания забоя (более 10 м/д) реально не скажется на газоотдаче из пласта.

Выводы

1. В явном виде установлена связь между концентрацией метана в блоках угольного вещества и концентрацией метана в поровом пространстве.
2. Показано, что на временах, значительно превышающих время диффузии, скорость выхода метана из угля совпадает со скоростью его поступления в поровое пространство из блоков.
3. Доказано, что выход метана из массива угля происходит в три этапа. Указаны длительности каждого из этих этапов в зависимости от структуры и физических параметров угля.
4. Найдено максимальное время непрерывной работы добычного оборудования, при котором выполняются безопасные условия труда.

1. *Е.Л. Звягильский, Б.В. Бокий, В.В. Назимко*, Исследование процесса перераспределения метана вокруг движущегося очистного забоя, Норд-Пресс, Донецк (2005).
2. *А.Д. Алексеев, Э.П. Фельдман, Т.А. Василенко, А.Н. Молчанов, Н.А. Калугина*, ФТВД **14**, № 3, 107 (2004).
3. *Э.П. Фельдман, Т.А. Василенко, Н.А. Калугина*, ФТВД **16**, № 2, 92 (2006).
4. *A.D. Alexeev, E.P. Feldman, T.A. Vasilenko*, Fuel **79**, 939 (2000).

Н.О. Калугіна

ВЗАЄМНИЙ ВПЛИВ ДИФУЗІЇ І ФІЛЬТРАЦІЇ В ПРОЦЕСІ ВИТІКАННЯ МЕТАНУ З ВУГІЛЬНОГО МАСИВУ

Досліджується внутрішня газодинаміка метану в макроскопічному вугільному масиві. Розглядається кінетика масопереносу метану усередині вугілля в рамках моделі, що враховує накладення двох фізично різних процесів: дифузії в твердому розчині і фільтрації через систему каналів, пор і тріщин.

Ключові слова: метан, вугільний масив, фільтрація, дифузія

N.A. Kalugina

MUTUAL EFFECT OF DIFFUSION AND FILTERING DURING METHANE EMANATION FROM COAL MASS

The internal gas dynamics of methane in a macroscopic coal massif is explored. The kinetics of methane mass transfer within coal in the model, taking into account the interplay of two physically different processes: diffusion in the solid solution and filtering through a system of channels, pores and cracks is considered.

Keywords: methane, coal massif, filtering, diffusion

Fig. Time dependence of amount of methane emanating from unit of area of coal massif:

$$\text{---} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \rho_0 \sqrt{D_f \gamma_0 t}, \text{ - - - - - } \frac{8\sqrt{2}b}{3\pi} \rho_0 \frac{\sqrt{D_f 3\gamma}}{t^{1/4}} t^{3/4}, \text{ } - \frac{2\rho_0}{\pi} \sqrt{D_f (\gamma_0 + \gamma_1)} \sqrt{t}$$