

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ ИЗУЧЕНИЯ ЯВЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Н.Р. Беляев, В.Д. Ходусов

*Институт высоких технологий Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина
Украина*

Поступила в редакцию 04.06.2003

В работе проведены исследования влияния свойств поверхности на поведение эффективного коэффициента теплопроводности при стационарном переносе тепла фононами через плоскую монокристаллическую диэлектрическую пластину в области низких температур. Показано, что в совершенных монокристаллах с известными концентрацией примесей (изотопов) и коэффициентом трения фононов за счет процессов переброса сравнение рассчитанного эффективного коэффициента теплопроводности с экспериментально наблюдаемым дает возможность получить информацию о свойствах поверхности кристаллов. Проведены конкретные расчеты для совершенных монокристаллов NaF и LiF.

ВВЕДЕНИЕ

В области низких температур тепловое возбуждение твердых тел описывается с помощью слабонеидеального газа квазичастиц. Если характерные времена и расстояния изменения макроскопических параметров кристалла велики по сравнению со временем взаимодействия и длиной свободного пробега квазичастиц, то поведение газа квазичастиц можно описать уравнениями гидродинамики квазичастиц [1, 2]. Тепловое возбуждение диэлектрических кристаллов описывается слабонеидеальным газом фононов, в котором в области низких температур основную роль играют акустические фононы.

В работе [3] для описания свойств, слабонеидеального газа акустических фононов была предложена модель приведенного изотропного кристалла относительно модулей упругости второго и третьего порядков, которая по своим упругим свойствам наиболее близка к свойствам реального кристалла. При этом эффективные модули упругости второго и третьего порядков выражаются в виде линейной комбинации экспериментально измеренных модулей упругости реальных кристаллов. Эта модель является дальнейшим развитием обычной модели Дебая. В ней можно вычислить, достаточно просто, матричные элементы взаимодействия фононов между собой, рассеяние фононов на примесях (изотопах) и т.д.

Конечный коэффициент теплопроводности диэлектрических кристаллов обеспечивается, так называемыми, резистивными процессами (R -процессы) взаимодействия фононов, при которых квазиимпульс фононов не сохраняется: процессы переброса (U -процессы), рассеяние на примесях (изотопах), на несовершенствах структуры кристаллов, на поверхности и др. [4–6]. Однако с по-

нижением температуры U -процессы вымораживаются, и в случае почти совершенных достаточно чистых монокристаллов коэффициент теплопроводности проходит через максимум. Величина максимума и его положение определяется другими резистивными процессами. При этом особую роль начинают играть нормальные процессы (N -процессы) взаимодействия фононов с сохранением квазиимпульса. Было предложено несколько теоретических моделей, учитывающих особую роль нормальных процессов [7, 8]. Мы будем считать, что более быстрые нормальные процессы обеспечивают переход газа фононов в гидродинамический режим, описывающийся уравнениями фоновой гидродинамики. Вывод этих уравнений на основе кинетического уравнения Больцмана для функции распределения фононов проведен в работе [2], там же получены выражения для кинетических коэффициентов, входящих в эти уравнения.

В статье рассмотрен стационарный перенос тепла через плоскую монокристаллическую диэлектрическую пластину при низких температурах. Найден эффективный коэффициент теплопроводности, исследовано влияние различных R -процессов на величину и положение его максимума, в частности влияние граничных условий, которые определяются свойствами поверхности. Сравнение полученных графиков эффективного коэффициента теплопроводности с экспериментально наблюдаемыми для конкретных кристаллов, при известных значениях коэффициентов трения за счет U -процессов и процессов рассеяния фононов на примесях (изотопах), вычисленных в модели приведенного изотропного кристалла, дает возможность получить информацию о свойствах поверхности кристаллов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [2] была получена следующая система уравнений газодинамики квазичастиц для дрейфовой скорости \vec{u} в газе квазичастиц и относительной температуры $\theta = (T - T_0)/T_0$:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{ij} \dot{u}_i + ST \nabla_i \theta + r_{ij} u_j - \tilde{\eta}_{ilmn} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_l \partial x_n} &= 0; \\ C \dot{\theta} + S \text{div } \vec{u} - \tilde{\kappa}_{ij} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_j} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\tilde{\rho}_{ij}$ – тензор плотности квазичастиц, S , C – плотности энтропии и теплоемкости, r_{ij} – тензор коэффициентов внешнего трения, $\tilde{\eta}_{ilmn}$, $\tilde{\kappa}_{ij}$ – тензоры гидродинамической вязкости и теплопроводности газа квазичастиц.

Эти уравнения применимы для описания переноса тепла в кристаллах в области низких температур. Уравнения газодинамики квазичастиц для определения стационарного потока тепла вдоль бесконечного стержня при заданном продольном градиенте температуры были использованы в работах [9, 10]. Рассмотрим задачу о стационарном распространении тепла сквозь диэлектрическую монокристаллическую плоскопараллельную пластину, предполагая, что разность температур на ее поверхностях задана. При такой постановке задачи градиент температуры и дрейфовая скорость фононов внутри пластины будут находиться из решения граничной задачи. Для вывода граничных условий необходимо было бы решать кинетическое уравнение для функции распределения фононов с учетом границ, зная при этом законы взаимодействия фононов при столкновениях с границей. Какой-либо информации о выводе граничных условий таким путем нет. Обычно предполагают, что нормальная составляющая дрейфовой скорости на границе среды обращается в ноль. Рассмотрим общий случай, когда граничные условия задаются в виде линейной комбинации \vec{u} , θ и их производных в направлении нормали к границе среды. Единственное условие, выполнение которого мы потребуем при выборе этих комбинаций, – это отсутствие потока тепла при полном статистическом равновесии, когда разность температур на поверхностях пластины обращается в ноль. Коэффициенты в таких линейных комбинациях неизвестны, можно сказать только, что они зависят от свойств поверхностей, законов взаимодействия квазичастиц с поверхностью и от температуры поверхности. Феноменологические граничные условия с этими коэффициентами

аналогичны зеркальным и диффузным граничным условиям в модели Максвелла для обычных газов.

Сформулируем граничную задачу следующим образом. Плоскопараллельная кристаллическая пластина толщиной d расположена в декартовой системе координат с осью z , перпендикулярной ее поверхностям. Поверхность пластины подерживается при постоянной температуре T , другая поверхность граничит с термостатом с температурой T_0 . Последнюю примем условно равной температуре полного статистического равновесия и будем отсчитывать от нее температуру в других точках пластины. Для величины $\theta(z)$ эти условия запишем в виде:

$$\theta(0) \equiv \theta_0 = \frac{\Delta T}{T_0}; \quad \theta(d) = 0, \quad (2)$$

где ΔT – разность температур на поверхностях пластин.

Предполагаем, что газ квазичастиц внутри пластины описывается уравнениями газодинамики (1), полученными для безграничной среды. Эту систему уравнений далее удобно рассматривать в безразмерных переменных. Чтобы выбрать эти переменные, используем диффузионные длины пробега для гидродинамических коэффициентов вязкости $l_{\tilde{\eta}} = \tilde{\eta}/\tilde{\rho}W_{II}$, теплопроводности $l_{\tilde{\kappa}} = \tilde{\kappa}/CW_{II}$ и статистической теплопроводности $l_R = TS^2/rCW_{II}$, где $W_{II} = (TS^2/C\tilde{\rho})^{1/2}$ – скорость второго звука.

Если в уравнения (1) ввести новые безразмерные переменные $\zeta = z/l_{\tilde{\eta}}$; $v = (S/C)(u_z/W_{II})$ и безразмерный поток энергии $j_0 = (TSu - \tilde{\kappa}|\nabla T|)/CTW_{II}$, то система уравнений в стационарном случае будет зависеть лишь от двух параметров: $\gamma = l_{\tilde{\eta}}/l_R$ и $\varepsilon = Pr^{-1} = l_{\tilde{\kappa}}/l_{\tilde{\eta}}$, где $Pr = C\eta_{zzzz}/(\tilde{\rho}_{zz} \tilde{\kappa}_{zz})$ – число, аналогичное числу Прандтля в обычной гидродинамике. Обозначив штрихом производные по ζ , систему уравнений в безразмерных переменных, поток энергии и условия применимости, можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \theta' + \gamma v - v'' &= 0; \quad v' + \varepsilon \theta'' = 0; \quad \varphi = v - \varepsilon \theta'; \\ \varepsilon |\theta'| \ll 1; \quad |v'| \ll 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим следующие общие граничные условия, для которых $j = 0$ при $\theta_0 = 0$:

$$\begin{aligned} (1 - f_1)v_1 &= f_1 v'(0) - \varepsilon c_1 \theta'(0); \\ (1 - f_2)v_2 &= f_2 v'(\delta) - \varepsilon c_2 \theta'(\delta), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\delta = d/l_{\tilde{\eta}}$, $0 \leq f_{1,2} \leq 1$, $c_{1,2}$ – феноменологические коэффициенты. Решение системы урав-

нений (3) с этими граничными условиями имеет громоздкий вид, поэтому мы его не приводим. Рассмотрим наиболее интересный случай, соответствующий возможности существования волн второго звука в газе фононов, когда

$$\varepsilon\gamma = l_{\bar{x}}/l_R \ll 1; \quad \alpha = \delta/\sqrt{\varepsilon} = d/2\sqrt{l_{\bar{x}}l_{\bar{z}}} \gg 1.$$

С точностью до экспоненциально малых членов порядка $e^{-2\alpha}$, решение системы уравнений (3) имеет вид:

$$\theta = j_0 [\gamma\delta(1 - \zeta) + \Phi_1 e^{-2\alpha\zeta} + \Phi_2(1 - e^{-2\alpha(1-\zeta)})];$$

$$v = j_0 (1 - \sqrt{\varepsilon} \Phi_1 e^{-2\alpha\zeta} - \sqrt{\varepsilon} \Phi_2 e^{-2\alpha(1-\zeta)}), \quad (5)$$

где $\Phi_{1,2} = \frac{1 - f_{1,2}}{f_{1,2} + \sqrt{\varepsilon}(1 - f_{1,2} + c_{1,2})}$, $j_0 = \theta(\gamma\delta + \Phi_1 + \Phi_2)^{-1}$ – поток энергии, необходимый для поддержания заданной разницы температуры. Условия применимости уравнений (3) для этих решений выполняются. Из этих выражений следует, что скорости v_1 и v_2 вблизи поверхности пластины равны $v_1 = j_0\Phi_1$; $v_2 = j_0\Phi_2$. Скорость v достигает максимального значения в плоскости $z \sim d/2$. Температура внутри пластины падает вблизи границы на расстоянии $l \sim (l_{\bar{x}}l_{\bar{z}})^{1/2}$ по экспоненциальному закону и по линейному закону – внутри пластины.

Переходя к размерным переменным для плотности потока тепла получаем: $q = CTW_{II}j_0 = \kappa_{\text{eff}}T/d$, где

$$\kappa_{\text{eff}} = CW_{II}d \left(\frac{d}{l_R} + \Phi_1 + \Phi_2 \right)^{-1} \quad (6)$$

можно интерпретировать как средний коэффициент теплопроводности. Если $d/l_R \gg \Phi_1 + \Phi_2$, то $\kappa_{\text{eff}} \approx \kappa$, т.е. теплопроводность определяется R -процессами со статическим коэффициентом теплопроводности. При $d/l_R \ll \Phi_1 + \Phi_2$ имеем $\kappa_{\text{eff}} = CW_{II}d/(\Phi_1 + \Phi_2)$, т.е. коэффициент теплопроводности зависит от d и граничных условий. При $f_1 = f_2 = c_1 = c_2 = 0$; $v_1 = v_2 = 0$; которые соответствуют диффузионному отражению фононов от границ $\Phi_1 = \Phi_2 = 1/\sqrt{\varepsilon}$,

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{CW_{II}d}{d/l_R + 2(l_{\bar{x}}/l_{\bar{z}})^{1/2}} = \frac{CW_{II}l_R}{1 + 2(l_R/d)(l_{\bar{x}}/l_{\bar{z}})^{1/2}}, \quad (7)$$

откуда следует, что

$$\kappa_{\text{eff}} = \begin{cases} \kappa; & d \gg l_R(l_{\bar{x}}/l_{\bar{z}})^{1/2} \\ \frac{CW_{II}}{2}d(l_{\bar{x}}/l_{\bar{z}})^{1/2}; & d \ll l_R(l_{\bar{x}}/l_{\bar{z}})^{1/2}. \end{cases} \quad (8)$$

Поведение этого коэффициента теплопроводности при низких температурах качественно совпадает с экспериментальным. Количественное

сравнение этого коэффициента с экспериментальным дает возможность определить феноменологические константы в граничных условиях (4), а значит и характеристики поверхности кристалла.

РЕЗИСТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФОНОНОВ В МОДЕЛИ ПРИВЕДЕННОГО ИЗОТРОПНОГО КРИСТАЛЛА

В работе [3] была предложена модель приведенного изотропного кристалла относительно модулей упругости второго и третьего порядка. Поскольку мы исследуем процессы при низких температурах, а модули упругости зависят от температуры, то необходимо брать модули упругости второго порядка вблизи нуля температуры. Воспользуемся следующими значениями величин, входящих в уравнения фоновой гидродинамики (1), вычисленными в модели приведенного изотропного кристалла [3]:

$$C = 3S = \frac{2\pi^2}{15} T^3 \left(\frac{1}{v_l^3} + \frac{2}{v_t^3} \right) \frac{k_B^4}{\hbar^3}; \quad \tilde{\rho} = \frac{2\pi^2}{45} T^4 \left(\frac{1}{v_l^5} + \frac{2}{v_t^5} \right) \frac{k_B^4}{\hbar^3};$$

$$W_{II} = \frac{v_t}{\sqrt{3}} \left(\frac{2 + \beta^3}{2 + \beta^5} \right)^{1/2}, \quad \text{где } v_{l,t} \text{ – скорости продольного и поперечного звуков } \beta = v_l/v_t.$$

Если внешнее трение в газе фононов обусловлено процессами переброса и рассеяния фононов на примесях (изотопах), то $r = r_U + r_d$. Воспользовавшись определением диффузионных длин пробега, получим для частот столкновения: $v_R = r/\tilde{\rho} = v_U + v_d$.

Рассмотрим процессы переброса в модели приведенного изотропного кристалла [2]. Из возможных процессов взаимодействия трех фононов между собой наиболее существенными будут процессы типа $l_1 + l_2 \leftrightarrow l_3$ [11], для которых частота столкновений имеет вид:

$$v_U = A_1 T^{-4} \exp(-\Theta_1/T), \quad (9)$$

где $\Theta_1 = 2 \cdot k_D \cdot v_l \hbar / (1 + \beta) \cdot k_B$, k_D – дебасвский волновой вектор,

$$A_1 = \alpha \frac{2^9 \hbar^5}{\pi^5 k_B^4} k_D^9 \frac{v_l^4 \beta (1 + \bar{b} + 2\bar{c})^2 (15 - 10\beta^2 + 3\beta^4)}{\rho(1 + \beta)^7 (2 + \beta^5)}.$$

Чтобы найти вклад в коэффициент внешнего трения r от процессов рассеяния фононов на примесях (изотопах) r_d , воспользуемся приведенным в работе [1] выражением для интеграла столкновений для фоновой функции распределения. Умножая интеграл столкновений на квазиимпульс $\hbar\vec{k}$ и суммируя по волновому вектору и поляризациям фононов, получим в модели приве-

денного изотропного кристалла следующее значение для r_d :

$$r_d = \frac{8! \zeta(9) a^3 k_B^8}{3(2\pi)^3 v_i^8 \hbar^7} (2 + \beta^3)(2 + \beta^5) T^8 C_d \left(\frac{\Delta M}{M} \right)^2, \quad (10)$$

где $C_d = N_d/N$ концентрация примесей, ΔM – разность масс примеси (изотопа) и основного атома, масса которого M , $\zeta(n)$ – дзета-функция Римана. Частота столкновений фононов за счет рассеяния фононов на примесях (изотопах) равна

$$v_d = \frac{7!3(9) \cdot 15}{2\pi^5} \cdot \frac{a^3}{v_i^3} \left(\frac{k_B}{\hbar} \right)^4 (2 + \beta^3) T^4 C_d (\Delta M/M)^2. \quad (11)$$

Расчеты кинетических коэффициентов фоновой газодинамики в модели приведенного изотропного кристалла относительно модели упругости в работах [2, 3] дают следующие результаты для коэффициентов фоновой вязкости и гидродинамической теплопроводности: $\tilde{\eta} = \alpha_{\tilde{\eta}} \rho (v_i^2/T)$; $\tilde{\kappa} = \alpha_{\tilde{\kappa}} \rho (v_i^4/T^2)$. Численные коэффициенты имеют следующий порядок: $\alpha_{\tilde{\eta}} \sim 10^{-2}$; $\alpha_{\tilde{\kappa}} \sim 10^{-4}$. Число, аналогичное числу Прандтля в теории газов, для газа фононов имеет вид $Pr = C \tilde{\eta} / \tilde{\rho} \tilde{\kappa}$. Для большинства кристаллов, с достаточной точностью, $Pr = 10^2$. Это указывает на то, что основную роль в кинетических процессах играет фоновая вязкость. Соответствующая частота столкновений равна

$$v_{\tilde{\eta}} = \frac{2\pi^2}{45} (2 + \beta^3) \frac{k_B^5}{\hbar^4} \frac{T^5}{\alpha_{\tilde{\eta}} \rho V_i^2 V_i^3}. \quad (12)$$

В модели приведенного изотропного кристалла эффективный коэффициент теплопроводности можно записать в следующем виде:

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{\alpha T^3}{A_1 T^{-4} \exp(-\Theta_1/T) + D T^4 + B}, \quad (13)$$

где $\alpha = C \cdot W_{II}^2 / T^3$, $D = v_d / T^4$, $B = W_{II}(\Phi_1 + \Phi_2)/d$.

В точке локального максимума эффективного коэффициента теплопроводности T_0 величины D , B , Θ_1 и его значение κ_{eff} связаны следующим соотношением:

$$\kappa_{\text{eff}} [B(\Theta_1 - 4T_0) + D T_0^4 (\Theta_1 - 8T_0)] = \alpha T_0^3 (\Theta_1 - 7T_0). \quad (14)$$

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КРИСТАЛЛОВ NaF И LiF

Рассмотрим расчет эффективного коэффициента теплопроводности по формуле (13) для совершенных достаточно чистых монокристаллов NaF

и LiF, воспользовавшись соответствующими значениями для модулей упругости второго порядка вблизи нуля температур, взятыми из [13]. Заменяя зону Бриллюэна сферой равного объема, получим для кристаллов кубической сингонии $k_D = (48\pi^2)^{1/3}/a$.

Для кристалла NaF имеем следующие значения интересующих нас величин: $v_i = 4,46 \cdot 10^5$ см/с; $\beta = 0,669$; $W_{II} = 2,67 \cdot 10^5$ см/с; $C = 10,67 \cdot T^3$; $\rho = 2,79$ г/см³; $a = 4,62 \cdot 10^{-8}$ см; $\tilde{\rho} = 7 \cdot 10^{-11}$ г/см³; $\alpha = 7,6 \cdot 10^{11}$; $A_1 = 1,25 \cdot 10^{19}$; $\Theta_1 = 343$ К. Рассмотрим монокристаллы NaF с концентрациями примесей (K^+ или Ca^+) 2,3 ppm и 6 ppm, в которых экспериментально измерялся коэффициент теплопроводности в области низких температур и наблюдались волны второго звука [12]. Для этих монокристаллов коэффициент $D = 12,3$ и $D = 32,08$, значения максимума коэффициента теплопроводности $\kappa_{\text{eff}} = 240$ Ватт/см·К и $\kappa_{\text{eff}} = 150$ Ватт/см·К, а точка максимума $T_0 = 16,5$ К и $T_0 = 15,5$ К соответственно. Из формулы (14) получим следующее значение для коэффициентов $B = 6,47 \cdot 10^5$. Применяя формулу (13) для четырех известных экспериментальных значений коэффициента теплопроводности с $\kappa_{\text{eff}} = 240$ Ватт/см·К, при четырех температурах, получим систему уравнений для коэффициентов A_1 , Θ_1 , D , B , решив которую, найдем: $A_1 = 1,25 \cdot 10^{19}$, $\Theta_1 = 351$ К, $D = 9,305$, $B = 6,47 \cdot 10^5$. Полученные значения мало отличаются от рассчитанных теоретически. На рис. 1 приведены рассчитанные графики эффективного коэффициента теплопроводности для кристаллов NaF.

Для кристалла LiF имеем следующие значения интересующих нас величин: $v_i = 4,57 \cdot 10^5$ см/с; $\beta = 0,621$; $W_{II} = 2,729 \cdot 10^5$ см/с; $C = 9,662 \cdot T^3$; $\rho = 2,646$ г/см³; $\tilde{\rho} = 7 \cdot 10^{-11}$ г/см³; $\alpha = 7,4 \cdot 10^{11}$; $A_1 = 2,464 \cdot 10^{19}$; $\Theta_1 = 418$ К. Рассмотрим монокристаллы ⁷LiF с концентрациями изотопов ⁶Li 1000 ppm и 2000 ppm, в которых экспериментально измерялся коэффициент теплопроводности в области низких температур [11]. Для этих монокристаллов коэффициент $D = 31,85$ и $D = 63,7$, значения максимума коэффициента теплопроводности $\kappa_{\text{eff}} = 104,5$ Ватт/см·К и $\kappa_{\text{eff}} = 52$ Ватт/см·К, а точка максимума $T_0 = 17,5$ К и $T_0 = 14,5$ К соответственно. Из формулы (14) получим следующее значения для коэффициентов $B = 9,286 \cdot 10^5$. Применяя формулу (13) для четырех известных экспериментальных значений коэффициента теплопроводности с $\kappa_{\text{eff}} = 100$ Ватт/см·К, при четырех температурах, получим систему уравнений для коэффициентов A_1 , Θ_1 , D , B , решив которую найдем: $A_1 = 2,464 \cdot 10^{19}$, $\Theta_1 = 420$ К, $D = 30,47$, $B = 9,217 \cdot 10^5$. Полученные значения

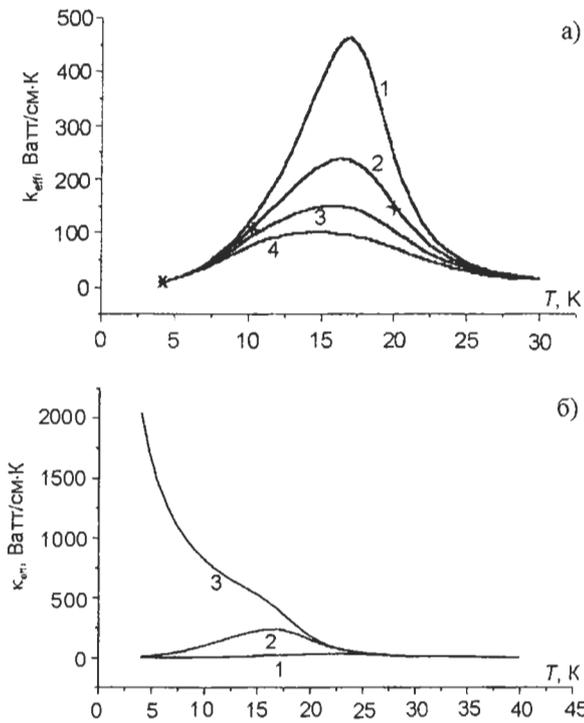


Рис. 1. Значение эффективного коэффициента теплопроводности для NaF при различных: а) концентрациях примесей: 1 – $D = 0$; 2 – $D = 9,305$; 3 – $D = 24,27$; 4 – $D = 37,22$; б) поверхностях кристаллов: 1 – $B = 1,58 \cdot 10^7$; 2 – $B = 6,47 \cdot 10^5$; 3 – $B = 0$ при $D = 9,305$; x – обозначены экспериментальные точки [12].

мало отличаются от рассчитанных теоретически. На рис. 2 приведены рассчитанные графики эффективного коэффициента теплопроводности для кристаллов LiF.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ теоретически рассчитанного эффективного коэффициента теплопроводности с экспериментально измеряемым, говорит о том, что формула (13) правильно описывает поведение коэффициента теплопроводности в области его максимума.

Найденное значение коэффициента B для монокристаллов NaF с максимумом коэффициентом теплопроводности 240 Вт/см·К дает возможность судить о свойствах поверхности этого монокристалла, по найденному значению коэффициента зеркальности f_1 , характеризующего свойства шероховатости поверхности. Если $f_1 = 1$, то происходит зеркальное отражение фононов от поверхности, если $f_1 = 0$, то происходит диффузное отражение от поверхности, являющейся шероховатой.

Экспериментальное измерение теплопроводности проводилось на образцах с площадью поперечного сечения s длиной l . Мы считаем, что коэффициент B для реального образца будет опре-

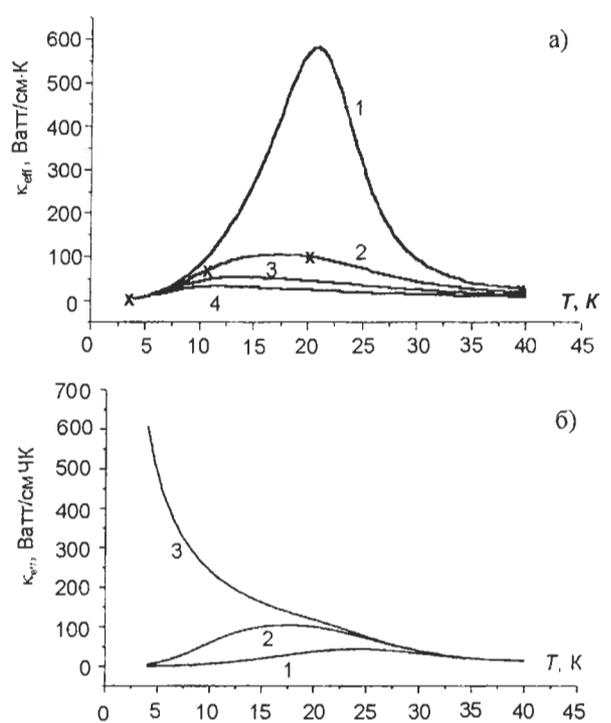


Рис. 2. Значение эффективного коэффициента теплопроводности для LiF при различных: а) концентрациях изотопов: 1 – $D = 0$; 2 – $D = 30,47$; 3 – $D = 60,94$; 4 – $D = 121,8$; б) поверхностях кристалла 1 – $B = 1,09 \cdot 10^7$; 2 – $B = 9,289 \cdot 10^5$; 3 – $B = 0$; при $D = 30,47$; x – обозначены экспериментальные точки [11].

деляться тем же значением, что и для бесконечной пластины толщиной d , определяющейся выражением: $1/d = 1/l_c + 1/l$, где $l_c = 1,12 \sqrt{s}$ – длина Казимира. В эксперименте использовались образцы следующих размеров: $s = 0,51 \times 0,51 \text{ см}^2$ и $l = 0,83 \text{ см}$, для d получаем значение 0,338 см. Считая, что поверхности пластины обладают одинаковыми свойствами ($\Phi_1 = \Phi_2$) и коэффициент $c_1 = 0$, получим следующее значение коэффициента $f_1 = 0,73$, которое говорит о том, что отражение фононов не является диффузным, а поверхность пластины имеет слабую шероховатость.

Проводя аналогичные вычисления для кристаллов LiF с максимальным коэффициентом теплопроводности равным 100 Вт/см·К, получим следующее значение для коэффициента $f_1 = 0,687$, которое говорит о слабой шероховатости поверхности этого монокристалла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич В.Л. Кинетика фононных систем. – М.: Наука, 1980. – 732 с.
2. Ахизер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. Газодинамика квазичастиц. I. Общая теория // ФНТ. – 1994. – Т. 20, № 12. – С. 1199-1238.

3. Алексин В.Ф., Беляев Н.Р., Ходусов В.Д. Коэффициенты переноса в газе фононов в кристаллических диэлектриках//Проблемы теоретической физики: Сб. науч. тр.– К.: Наукова думка, 1991.– С. 15–25.
4. Займан Дж. Электроны и фононы.– М.: ИЛ., 1962. – 310 с.
5. Р. Бергман. Теплопроводность твердых тел. – М.: Мир, 1979. – 286 с.
6. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. – М.: Наука, 1979. – 486 с.
7. Callaway J. // Phys. Rev. – 1959. – Vol. 113. – P. 1046.
8. Guyer R.A., Krumhause J.A. Thermal conductivity second sound and phonon hydrodynamic phenomena//Phys. Rev. – 1966.– Vol. A 148. – P. 778 -785.
9. Гуржи Р.Н. Гидродинамические эффекты в твердых телах при низких температурах // УФН. – 1968. – Т. 94, № 4. – С. 689 - 718.
10. Sussmann I.A., Thellung A. Thermal conductivity of perfect dielectric crystal in the absence of unklapp processes// Proc. Phys. Soc. – London (England). – 1963. – Vol. 81. – P. 1122.
11. Benin D. Thermal conductivity of LiF and NaF and the Ziman limit // Phys. Rev. – 1972. – Vol. 5, № 6. – P. 2344 - 2350.
12. Jackson H.E., Walker C.T. Thermal conductivity second sound and phonon interaction in NaF// Phys. Rev. B. – 1971. – Vol. 3, № 4. – P. 1428 - 1439.
13. Акустические кристаллы. Справочник./ Под ред. Шаскольского С. – М.: Наука, 1967. – 632 с.

ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОВЕРХНІ КРИСТАЛІВ НА ОСНОВІ ВИВЧЕННЯ ЯВИЩА ТЕПЛОПРОВОДНОСТІ ПРИ НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

М.Р. Бєляєв, В.Д. Ходусов

У роботі проведені дослідження впливу властивостей поверхні на поведінку ефективного коефіцієнту теплопровідності при стаціонарному переносі тепла фононами через плоску монокристалічну діелектричну пластину в області низьких температур. Показано, що в досконалих монокристалах з відомими концентрацією домішок (ізотопів) та коефіцієнтом тертя фононів за рахунок процесів перекиду порівняння розрахованого ефективного коефіцієнту теплопровідності з тим, що експериментально спостерігався, дає можливість здобути інформацію про властивості поверхні кристалів. Проведено конкретні розрахунки для досконалих монокристалів NaF та LiF.

DETERMINATION OF THE PROPERTIES OF CRYSTAL SURFACES BY STUDYING THE HEAT CONDUCTIVITY EFFECT AT LOW TEMPERATURES

N.R. Belyaev and V.D. Khodusov

The paper investigates an effect of properties of crystal surface on the behavior of effective heat conductivity factor at a steady-state heat transfer by phonons through a monocrystal dielectric plate in the low temperature range. It is shown that the comparison of the calculated effective heat conductivity factor and the experimentally observed one in the perfect monocrystals with the known concentration of admixtures (isotopes) and phonon friction coefficient due to carry-over processes enables us to get the information on the properties of crystal surfaces. Calculations related to perfect NaF and LiF monocrystals are made.