

РАССЕЯНИЕ ВОЛНОВОДНОЙ ВОЛНЫ НА ЗАПРЕДЕЛЬНОМ УЧАСТКЕ С ФЕРРИТО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ РЕЗОНАТОРОМ

В.Н. Мизерник, Н.И. Пятак*

Научный физико-технологический центр МОН и НАН Украины (Харьков)

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Поступила в редакцию 25.05.2004

Проведен анализ частотных характеристик базового элемента СВЧ устройств – запредельного прямоугольного волновода с феррито-диэлектрическим резонатором. Разработан алгоритм численного решения исходной задачи при произвольных параметрах структуры.

ВВЕДЕНИЕ

Запредельные волноводные структуры являются одним из основных компонентов радиоэлектронных устройств СВЧ диапазона. Большинство устройств на запредельных волноводах характеризуются наличием области с распространяющимся волновым процессом. Такие области создаются путем введения в запредельный волновод металлических, диэлектрических или ферритовых неоднородностей. Применение запредельных волноводно-диэлектрических и особенно волноводно-ферритовых структур в качестве базовых элементов СВЧ устройств существенно расширяет их функциональные возможности. Задавая, определенным образом, параметры неоднородностей и их взаимное расположение друг относительно друга, можно конструировать устройства с требуемыми частотными характеристиками. Важным этапом, предшествующим проектированию запредельных волноводных структур является детальное изучение свойств волноводно-диэлектрических или волноводно-ферритовых резонаторов.

В данной работе основное внимание уделено исследованию частотных характеристик участка запредельного прямоугольного волновода с феррито-диэлектрическим резонатором, помещенным в волновод другого сечения. Такая структура отличается рядом преимуществ: простотой конструкции резонансного звена; возможностью создания в корпусах СВЧ микросхем запредельных областей прямоугольной формы; возможностью управления характеристиками устройств электрическим способом посредством изменения величины магнитного поля.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим ступенчатое сочленение прямоугольных волноводов, различающихся своими поперечными размерами, которое возбуждается H_{10} -волной единичной амплитуды падающей из волновода большего поперечного сечения (рис. 1а).

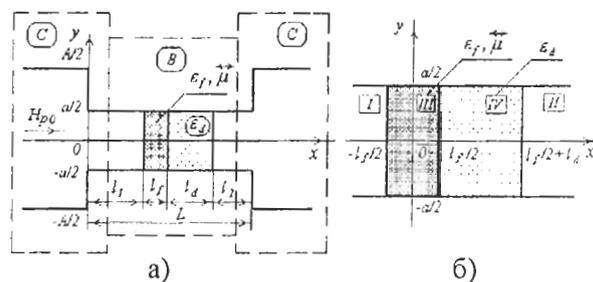


Рис. 1. Модель исследуемой волноводной структуры.

Феррито-диэлектрический резонатор (ФДР) полностью заполняют поперечное сечение отрезка прямоугольного волновода меньшего сечения. Необходимо найти общие выражения для коэффициентов матрицы рассеяния. При анализе электродинамических характеристик структуры используем метод декомпозиции [1]. В соответствии с этим методом исследуемую структуру разбиваем на элементарные блоки, представляющие собой отрезки регулярных линий передачи: скачок поперечного сечения прямоугольных волноводов (блок С) и феррито-диэлектрический резонатор прямоугольной формы в волноводе (блок В – рис. 1б). Особенностью структуры, (рис. 1а) является наличие дополнительных волноводных отрезков длиной l_1 и l_2 , через которые осуществляется связь резонатора с регулярными волноводами на входе и выходе.

Расчету матриц рассеяния на ступеньке в волноводе посвящен ряд работ, например [2]. При исследовании электродинамических характеристик прямоугольного волновода с ФДР в первую очередь следует отметить, что не взаимные свойства феррита и несимметрия относительно координаты x приводит к необходимости рассмотрения двух задач рассеяния волн, которые набегают на неоднородность как с одной стороны, так и с другой. Поэтому следует получить выражения для неизвестных коэффициентов полной матрицы рассеяния, т.е. решить краевую задачу при падении волны единичной амплитуды с двух сторон на ФДР.

Как известно [3], волноводные процессы описываются уравнениями Максвелла:

$$\text{rot}\vec{E} = -ik\vec{\mu}\vec{H}; \quad (1)$$

$$\text{rot}\vec{H} = -ik\vec{\epsilon}\vec{E}, \quad (2)$$

где \vec{E} , \vec{H} – векторы электрического и магнитного полей; $\vec{\epsilon}$, $\vec{\mu}$ – в общем случае тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости; k – волновое число.

Система уравнений (1)–(2) должна удовлетворять следующим условиям: условиям излучения, условиям непрерывности тангенциальных составляющих на границах частичных областей, условиям конечности энергии в любой ограниченной области пространства. При рассмотрении волновых процессов в металлических замкнутых областях дополнительно накладываются граничные условия – равенство нулю тангенциальных к металлическим поверхностям компонент электрического поля. Анализ систем, заполненных средой, которая характеризуется тензорными величинами магнитной и диэлектрической проницаемостей чрезвычайно сложен.

Рассмотрим случай заполнения некоторой структуры поперечно-намагниченным ферритом. Как известно [4], намагниченный феррит характеризуется скалярной величиной диэлектрической проницаемости ϵ и тензором магнитной проницаемости вида:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где μ , μ_a , $\mu_{||}$ – компоненты тензора, i – мнимая единица.

Если выполнить проектирование уравнений (1)–(2) в декартовой системе координат и предположить отсутствие распространения волн вдоль оси z ($\partial/\partial z = 0$), то система уравнений (1)–(2) распадается на две независимые системы, которые описывают волны E (E_x , E_y , H_z) и H (E_z , H_x , H_y) типов.

Таким образом, в случае отсутствия волн, которые распространяются вдоль оси Z , электромагнитную волну можно рассматривать в виде суперпозиции двух независимых волн E и H типов. Для систем с намагниченным ферритом наиболее интересные магнитные типы волн [5].

Комбинируя уравнения системы H -волн можно показать, что единственная отличная от нуля E_z компонента электромагнитного поля

должна удовлетворять волновому уравнению вида:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 y} + k^2 q(x, y) E_z = 0. \quad (4)$$

Функция $q(x, y)$ определяет форму ферритового или магнитодиэлектрического включения конкретной электродинамической структуры.

Поперечные компоненты магнитного поля H_x , H_y связаны с продольной компонентой электрического поля E_z следующими формулами:

$$H_x = \frac{i}{k\mu_{\perp}} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} + i \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} \right); \quad (5)$$

$$H_y = -\frac{i}{k\mu_{\perp}} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - i \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \quad (6)$$

где μ_{\perp} – эффективная магнитная проницаемость феррита ($\mu_{\perp} = \mu - \mu_a^2/\mu$).

В математическом отношении задача сводится к решению волнового уравнения Гельмгольца (4). При этом, так как ФДР полностью заполняет поперечное сечение прямоугольного волновода (рис. 1б), поэтому функция $q(x, y)$ не изменяется по координате y и для любой из выделенных частичных областей j ($j = I, II, III, IV$) имеет вид:

$$q_j(x) = \begin{cases} 1, & j = I \ (x < -l_f/2), \ j = II \ (x > -l_f/2 + l_d) \\ \epsilon_j \mu_{\perp}, & j = III \ (-l_f/2 < x < l_f/2) \\ \epsilon_d, & j = IV \ (-l_f/2 < x < l_f/2 + l_d) \end{cases}.$$

Из условий излучения следует, что в зависимости от материальных параметров ФДР в данной структуре возможны как затухающие волны, так и волны, которые распространяются. Поэтому полная постановка задачи рассеяния волн в области комплексных значений частотного параметра α ($\alpha = a/\lambda$, λ) – длина волны в свободном пространстве) включает рассмотрение бесконечной римановой поверхности [6]. Разрезы комплексной поверхности $\alpha = \alpha' + i\alpha''$ вдоль линий $P_n = [(\alpha')^2 - (\alpha'')^2] q_j(x) - (n/2)^2$, которые начинаются из точек разветвления вто-

рого порядка $\alpha = \pm \frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{q_j(x)}}$, обеспечивают од-

нозначный выбор постоянных распространения в любой из частичных областей j .

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Рассеянное поле в каждой из частичных областей блока В (рис. 1б) представим в виде беско-

нечного набора волноводных волн, которые распространяются или затухают в соответствующих направлениях:

$$E_z^I = \delta_1^j \psi_{pa}(y) e^{i\gamma_{pa}(x+l_f/2)} + \sum_n S_{np}^{(1j)-} \psi_{na}(y) e^{-i\gamma_{na}(x+l_f/2)};$$

$$E_z^{II} = \sum_n S_{np}^{(2j)+} \psi_{na}(y) e^{i\gamma_{na}(x-l_f/2-l_d)};$$

$$E_z^{III} = \sum_n \psi_{nb} \left[S_{np}^{(3j)+} (y) e^{i\gamma_{na}(x-l_f/2)} + S_{np}^{(3j)-} (y) e^{-i\gamma_{na}(x-l_f/2)} \right];$$

$$E_z^{IV} = \sum_n \psi_{nb} \left[S_{np}^{(4j)+} (y) e^{i\gamma_{na}(x-l_f/2)} + S_{np}^{(4j)-} (y) e^{-i\gamma_{na}(x-l_f/2)} \right],$$

$S_{np}^{(ij)}$ – неизвестные амплитуды H_{n0} волн в i -м плече тройника, возбуждаемые H_{p0} -волнами единичной амплитуды из j -го плеча;

$$\psi_{na}(y) = \sin \frac{n\pi}{a} \left(y + \frac{a}{2} \right) - \text{собственные функции}$$

электрического поля; $\gamma_{na} = \sqrt{k^2 - (n\pi/a)^2}$ – постоянные распространения вынужденных колебаний в незаполненных I, II;

$\Gamma_{na} = \sqrt{k^2 \epsilon_f \mu_{\perp} - (n\pi/a)^2}$ – постоянные распространения вынужденных колебаний в феррито-

вой области III; $\gamma_{na} = \sqrt{k^2 \epsilon_d - (n\pi/a)^2}$ – постоянные распространения вынужденных колебаний в диэлектрической области IV; μ_{\perp} – эффективная магнитная проницаемость ферритового слоя; μ_a, μ – диагональная и недиагональная компоненты тензора магнитной проницаемости; k – волновое число; l – длина волны в свободном пространстве.

С учетом формул связи продольных составляющих электрического поля и поперечных составляющих магнитного поля (5), (6) тангенциальная составляющая магнитного поля в ферритовой области III имеет вид:

$$H_y^{III} = \frac{1}{\mu_{\perp}} \sum_n \left[S_{np}^{(3j)+} F_{na}^+(y) + S_{np}^{(3j)-} F_{na}^-(y) \right],$$

где $F_{na}^{\pm}(y) = \pm \psi_{na}(y) \Gamma_{na} = \frac{\mu_a}{\mu} \frac{\partial \psi_{na}(y)}{\partial y}$ – собственные функции магнитного поля для прямых и обратных волн.

Использование условий непрерывности электрического поля в сечениях $x = \pm l/2$, $x = l_f/2 + l_d$ позволяет получить систему функци-

ональных уравнений относительно неизвестных коэффициентов Фурье полей. Известно [4], что в области волновода, которая заполнена ферритом, собственные функции электрического и магнитного полей не образуют ортогональной последовательности и обычные условия ортогональности для линий передачи с изотропным заполнением непригодны. Поэтому были использованы условия биортогональности собственных волн в волноводах с гиротропным заполнением [7]. В результате получена неоднородная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) II-го рода относительно неизвестных коэффициентов отра-

жения $S_{ip}^{(1j)-}$ и вспомогательного коэффициента $\hat{S}_{ip}^{(2j)+}$, который определяет коэффициент

прохождения $\hat{S}_{ip}^{(2j)+}$ ($\hat{S}_{ip}^{(2j)+} = S_{ip}^{(2j)+} \cos(\xi_{ia} l_d)$):

$$\begin{cases} S_{ip}^{(1j)-} V_{ia} + 2 \frac{\mu_a}{\mu} \sum_n \alpha_{in} S_{np}^{(1j)-} + \hat{S}_{ip}^{(2j)+} Z_{ia} - 2 \frac{\mu_a}{\mu} \sum_n \alpha_{in} Q_{in}^+ \hat{S}_{ip}^{(2j)+} = D_i^{(j)} \\ S_{ip}^{(1j)-} W_{ia} + 2 \frac{\mu_a}{\mu} \sum_n \alpha_{in} S_{np}^{(1j)-} - \hat{S}_{ip}^{(2j)+} Z_{ia} + 2 \frac{\mu_a}{\mu} \sum_n \alpha_{in} Q_{in}^+ \hat{S}_{ip}^{(2j)+} = U_i^{(j)} \end{cases} \quad (7)$$

где введены следующие обозначения:

$$V_{ia}^{\pm} = a[\mu_{\perp} \gamma_{ia} \pm i \Gamma_{ia} \operatorname{tg}(\Gamma_{ia} l_f/2)];$$

$$W_{ia}^{\pm} = a[\mu_{\perp} \gamma_{ia} \pm i \Gamma_{ia} \operatorname{ctg}(\Gamma_{ia} l_f/2)];$$

$$Z_{ia}^- = a[\mu_{\perp} \xi_{ia} Q_{ia}^- - i \Gamma_{ia} Q_{ia}^+ \operatorname{tg}(\Gamma_{ia} l_f/2)];$$

$$Z_{ia}^+ = a[\mu_{\perp} \xi_{ia} Q_{ia}^- + i \Gamma_{ia} Q_{ia}^+ \operatorname{ctg}(\Gamma_{ia} l_f/2)];$$

$$Q_{ia}^- = (1/\xi_{na})[\gamma_{na} - i \xi_{na} \operatorname{tg}(\xi_{na} l_d)];$$

$$Q_{ia}^+ = (1/\xi_{na})[\xi_{na} - i \gamma_{na} \operatorname{tg}(\xi_{na} l_d)];$$

$$D_i^{(1)} = \delta_p^t V_{pa}^+ - 2(\mu_a/\mu) \alpha_{ip};$$

$$U_i^{(1)} = \delta_p^t W_{pa}^- - 2(\mu_a/\mu) \alpha_{ip};$$

$$D_i^{(2)} = -\delta_p^t G_{pa}^- + 2(\mu_a/\mu) \alpha_{ip} P_{ia}^+;$$

$$U_i^{(2)} = \delta_p^t G_{pa}^+ - 2(\mu_a/\mu) \alpha_{ip} P_{ia}^+;$$

$$G_{pa}^- = a[\mu_{\perp} \xi_{ia} - i \Gamma_{pa} \operatorname{tg}(\Gamma_{pa} l_f/2)] P_{ia}^+;$$

$$G_{pa}^+ = a[\mu_{\perp} \xi_{ia} P_{ia}^- + i \Gamma_{pa} \operatorname{ctg}(\Gamma_{pa} l_f/2) P_{ia}^+];$$

$$P_{ia}^+ = (1/\xi_{ib})[\xi_{ia} \cos(\xi_{ia} l_d) \pm i \gamma_{ib} \sin(\xi_{ia} l_d)];$$

$$\alpha_{tm} = \begin{cases} \frac{2tn}{n^2 - t^2}, & \text{где } t+n=2,4,6,\dots \\ 0, & \text{где } t+n=1,3,5,\dots \end{cases}$$

Из анализа матричных элементов полученной СЛАУ (7) следует, что тензорный характер магнитной проницаемости приводит к связи четных и нечетных по поперечному индексу собственных функций, что соответствует преобразованию падающей волны основного типа в высшие волны.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Расчет элементов матрицы рассеяния рассматриваемой волноводной структуры проводился при следующих предположениях: сечения регулярных волноводов на входе и выходе резонатора одинаковы; относительные диэлектрические проницаемости областей задавались такими: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$, ϵ_p, ϵ_d – набор дискретных значений; размер A выбирался так, чтобы в подводящих волноводах распространялась только волна основная волна H_{10} . Это же требование соблюдалось при выборе значений диэлектрической проницаемости ФДР и компонент тензора магнитной проницаемости ферритовой области. Размер a меньшего сечения волновода выбирался таким, чтобы участки волноводов, связывающих ФДР с подводящими волноводами, были задельными для основной волны. Электродинамические свойства данной структуры изучались на основе зависимостей элементов матрицы рассеяния от материальных параметров ФДР и геометрических размеров структуры. Элементы матрицы рассеяния – неизвестные амплитуды рассеянных H_{q0} -волн в i -м плече при падении H_{p0} -волны единичной амплитуды из j -го плеча.

При описании свойств рассматриваемой структуры используем обозначения для частотного параметра: $ж = A/\lambda$ и геометрических параметров: $\theta_1 = l_1/a$; $\theta_2 = l_2/a$; $\theta_d = l_d/a$; $\theta_f = l_f/a$; $\theta_{st} = A/a$; $L' = L/a$, где L – полная длина резонатора. Сравнение одноволнового приближения и уточненного приближения, учитывающего ближайшую волну высшего типа, показало, что расхождение значений модуля коэффициентов матрицы рассеяния составляет 1 – 3 %. Таким образом, одноволновое приближение является вполне оправданным при анализе электродинамических характеристик и позволяет резко сократить затраты машинного времени. Результаты, полученные в данной работе относятся к дифракции волны основного типа.

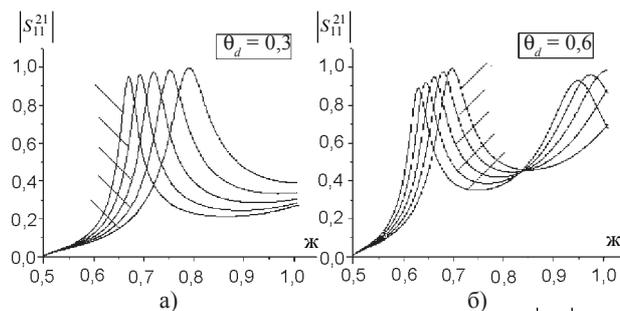


Рис. 2. АЧХ модуля коэффициента прохождения $|S_{11}^{21}|$ для различных значений нормированных ширин ФДР при $L = a$.

На рис. 2 построены типичные зависимости модуля коэффициента прохождения от нормированного частотного параметра регулярного волновода при различных значениях ширины ФДР. Материальные параметры диэлектрика и феррита, геометрические размеры структуры имели следующие значения: $\epsilon_d = 3$; $\epsilon_f = 8$; $\mu_a = 0,2$; $\mu_a = 0,7$; $L' = 1,0$; $\theta_1 = \theta_2 = \theta = (L' - \theta_f - \theta_d)/2$; $\theta_f = 2,0$. При определенных сочетаниях параметров появляются четко выраженные резонансы. Сравнение данных рис. 2а и рис. 2б показывает, что увеличение ширины ферритового резонатора θ_f при фиксированной ширине диэлектрического θ_d аналогично увеличению θ_d при фиксированном θ_f – резонансы смещаются в область меньших значений $ж$. При этом с увеличением длины резонатора L за счет расширения запредельных областей резонансы становятся более узкими.

С ростом длины L при фиксированной величине θ_f (рис. 3) наблюдается смещение максимума в сторону больших значений $ж$. Однако, существует предельно достижимое резонансное значение $ж^{pec}$. Расчеты показывают, что при $l > 2a$ дальнейшее увеличение длины запредельных областей практически не влияет на $ж^{pec}$.

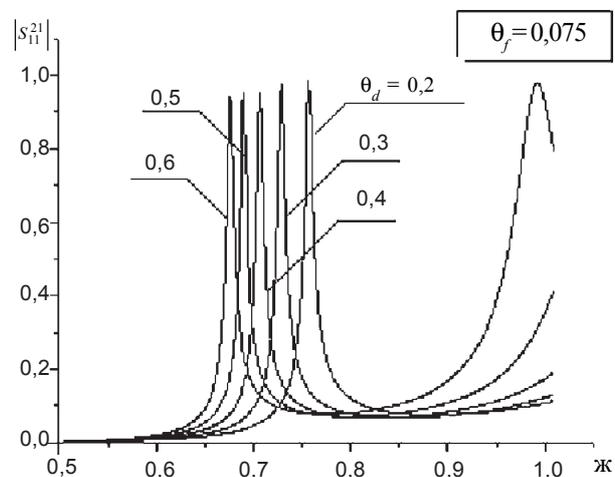


Рис. 3. АЧХ модуля коэффициента прохождения для различных значений нормированных ширин ФДР при $L = 2a$.

В случае несимметричных звеньев ($l_1 \neq l_2$), коэффициент передачи зависит от положения ферритового слоя относительно входа-выхода. На рис. 4 приведены частотные зависимости величины ослабления (в децибелах) за счет отражений $P = 20 \lg(1/|S_{11}^{21}|)$ для различных положений ферритового слоя l_1 . Расчеты проводились при следующих геометрических раз-мерах: $A = 23$ мм; $a = 10$ мм; $l_f = 0,1$ мм; $l_1 + l_2 = 10$ мм. Материальные параметры ФДР имеют такие же значения, как и на рис. 2. Из графиков следует, что отклонение от симметричного расположения слоя приводит к смещению резонансной частоты в область низких частот и уве-личению значения P в минимуме.

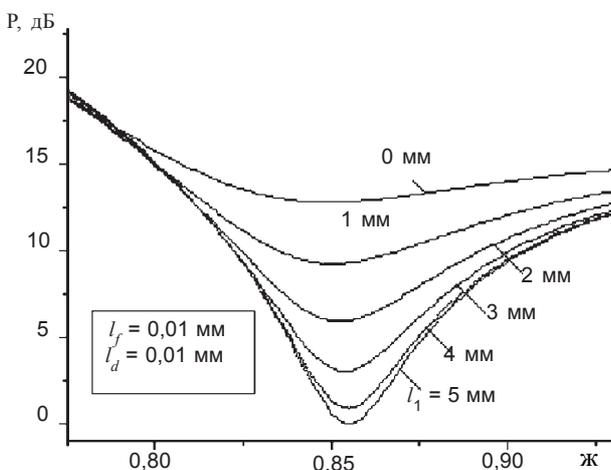


Рис. 4. Зависимость затухания P , вносимого несимметричным звеном, от частоты при различных положениях ФДР.

Влияние диэлектрической проницаемости выражается в том, что с ростом ϵ_f резонансные значения $f^{рез}$ сдвигаются в сторону укорочения длин волн (рис. 5). Это характерно для всех волноводно-диэлектрических структур. Увеличение величины поля намагничивания μ_a при фиксированных μ , ϵ аналогично уменьшению диэлектрической проницаемости при фиксированных μ_a , μ приводит к уменьшению эффективного объема области ФДР, а следовательно, к уменьшению частоты возбуждения соответствующего колебания (рис. 5). Следует обратить внимание, что при значениях эффективной магнитной проницаемости $\mu_a < (\mu_a)_{lim}$, где $(\mu_a)_{lim} = (\mu[\mu + 1/(4\epsilon_f \text{ж}^2)])^{1/2}$ наблюдается резкая зависимость значений $f^{рез}$ в малом интервале изменения величины μ_a (рис. 6). Эти резонансы классифицированы в [8] как волноводно-ферритовые и связаны с возбуждением в структуре поверхностной ферритовой волны. Следовательно при выделенных $(\mu_a)_{lim}$ существование волноводно-ферритовых резонансов и свя-

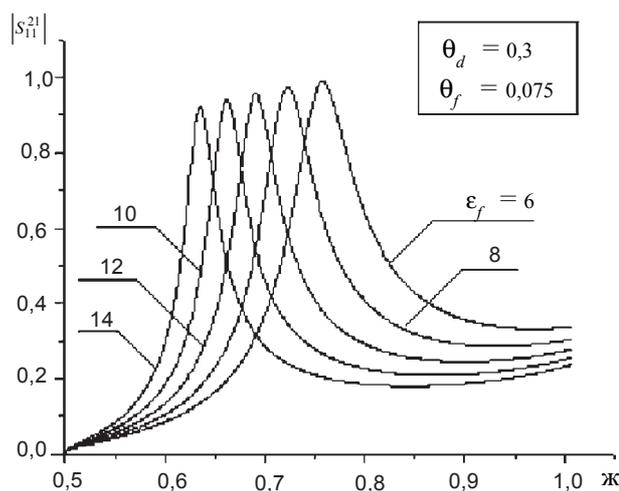


Рис. 5. АХЧ модуля коэффициента прохождения для различных значений ϵ_f .

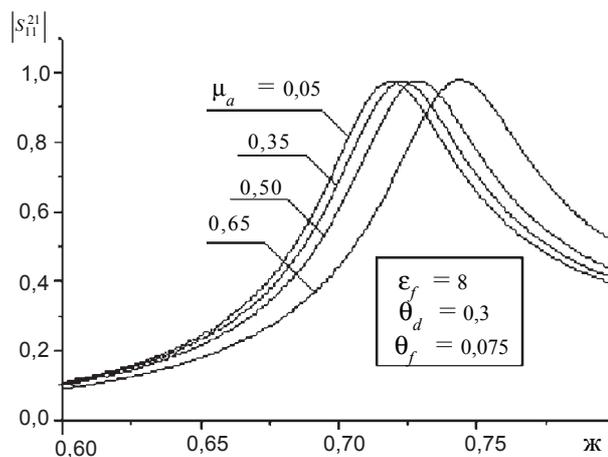


Рис. 6. АХЧ модуля коэффициента прохождения для различных значений μ_a .

занный с ними характер поведения АЧХ дает возможность плавной подстройки полос прозрачности или режекции реальных частотно-селективных устройств без изменения их геометрии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получено строгое решение задачи рассеяния волноводных волн в отрезке запредельного прямоугольного волновода с феррито-диэлектрическим резонатором. Наличие ферритовой области с одной стороны усложняет процедуру решения краевой задачи, а с другой – дает возможность относительно просто электрическим способом управлять выходными характеристиками сигнала. Конструкция структуры максимально приближена к практике, что позволяет использовать полученные результаты для проектирования реальных функциональных СВЧ устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский В.В., Никольская Т.И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. – М.: Наука, 1983. – 304 с.
2. Кириленко А.А., Яшина Н.П. К строгому расчету матриц рассеяния на ступеньке в волноводе // Вестник Харьк. ун-та. Радиотехника. – 1975. – Вып. 34 – С. 166 - 170.
3. Левин Л. Теория волноводов. – М.: Радио и связь, 1981. – 312 с.
4. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на СВЧ. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 664 с.
5. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1960. – 407 с.
6. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2 Волноводные неоднородности. – К.: Наукова думка, 1986. – 215 с.
7. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1977. – 327 с.
8. Mizernik V. N., Pyatak N. I. Waveguides dielectrics resonances in the rectangular waveguide with a transversely magnetized ferrite layer // Telecommunications and Radio Engineering. – 2000. – № 9 -10. – P. 31 - 40.

**РОЗСПОВАННЯ ХВИЛЕВИДНОЇ ХВИЛІ
НА ПОЗАМЕЖНІЙ ДІЛЯНЦІ З
ФЕРИТО-ДІЛЕКТРИЧНИМ РЕЗОНАТОРОМ**

В.М. Мизерник, Н.І. П'ятак

Проведено аналіз частотних характеристик базового елемента СВЧ пристроїв – позамежного прямокутного хвилеводу з ферито-діелектричним резонатором. Розроблено алгоритм числового розв'язку початкової задачі за будь-яких параметрів структури.

**DISSIPATION WAVEGUIDE WAVE ON
OVER-RANGE SEGMENT WITH A
FERRITE-DIELECTRIC RESONATOR**

V.N. Mizernik, N.I. Pyatak

The analysis of frequency characteristics of a base unit a very high frequency of devices – over-range rectangular waveguide with a ferrite-dielectric resonator has been performed. The algorithm of a numerical solution of the initial problem at random parameters of the structure has been developed.