
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ТОЛЩИНЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ФЕРРИТОВЫХ ОБРАЗЦОВ С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКОЙ

В.Н. Мизерник¹, А.А. Шматько²

¹Научный физико-технологический центр МОН и НАН Украины (Харьков)
Украина

²Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
Украина

Поступила в редакцию 28.10.2010

Предложена модель Т-образного сочленения волноводов для измерения материальных параметров и толщины однослойной гиротропной среды с металлической подложкой волновым способом через амплитуду и фазу коэффициента отражения H_{p0} -волноводной волны от образца. Для этой цели получено строгое решение задачи рассеяния H_{p0} -волны на Т-разветвлении волноводов с гиротропной средой в одном из волноводов. В общем случае решение задачи сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 2-го рода относительно амплитуд волноводных волн в области связи Т-волноводного разветвления, через которые и находится модуль и фаза коэффициента отражения исходной волны. Рассмотрены предельные случаи одноволнового и двухволнового распространения волн в связанной области волноводного Т-разветвления, для которых найдены из СЛАУ аналитические выражения для комплексного коэффициента отражения при произвольных соотношениях материальных параметров исследуемого слоя, размеров волноводов и длины волны. Проведено сравнение приближенных и строгих решений для этих случаев. Приведены зависимости амплитуды и фазы коэффициента отражения волноводной волны от различных материальных параметров образца и его толщины для диэлектрической, магнитодиэлектрической и ферритовой сред.

Ключевые слова: гиротропная среда, метаматериалы, тонкопленочные материалы, диэлектрик, феррит, неразрушающий контроль, волноводный тройник, рассеяние волноводной волны, измерение материальных параметров, строгое решение.

Запропонована модель Т-образного розгалуження хвилеводів для вимірювання матеріальних параметрів і товщини одношарового гиротропного середовища з металевою підкладкою хвильовим способом через амплітуду й фазу коефіцієнта відбиття H_{p0} -хвилеводної хвилі від зразка. Для цієї мети отримано строгі рішення задачі розсіяння такої хвилі на Т-розгалуженні хвилеводів з гиротропним середовищем в одному із хвилеводів. У загальному випадку рішення задачі зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАУ) 2-го роду щодо амплітуд хвилеводних хвиль в області зв'язку Т-розгалуження, через які й знаходяться модуль і фаза коефіцієнта відбиття початкової хвилі. Розглянуто граничні випадки однохвильового й двоххвильового поширення хвиль у області зв'язку хвилеводного Т-розгалуження, для яких знайдені зі СЛАУ аналітичні вирази комплексного коефіцієнта відбиття для довільних співвідношень матеріальних параметрів досліджуваного шару, розмірів хвилеводів і довжини хвилі. Проведено порівняння наближених і строгих рішень для цих випадків. Наведено залежності амплітуди й фази коефіцієнта відбиття хвилеводної хвилі від різних значень матеріальних параметрів зразка і його товщини для діелектричного, магнітодіелектричного і феритового середовища.

Ключові слова: гиротропне середовище, метаматеріали, тонкоплівкові матеріали, діелектрик, феррит, неруйнівний контроль, хвилеводний трійник, розсіювання хвилеводної хвилі, вимірювання матеріальних параметрів, строгі рішення.

Is offered model T-junction for measuring the material parameters and thickness of a single-layered gyrotropic medium with a metal substructure wave method through amplitude and a phase of a reflection coefficient H_{p0} of the waveguide wave from a pattern. For this purpose the rigorous solution of a scattering problem of wave on the T-junction of waveguides with a gyrotropic medium in one of waveguides is obtained. Generally the a problem solution is reduced to linear algebraic equations system (LAES) second kind concerning amplitudes of the waveguide waves in the field of connection of the T-junction through which there is a module and a phase of a reflection coefficient of an initial wave. Limiting cases of an one-wave and two-wave advance of waves in the coupled field of the waveguide T-junction for which are discovered from LAES analytical forms for a complex reflectivity

at the arbitrary parities of the material parameters of an investigated stratum, dimensions of waveguides and a wave length are considered. Comparison of the approximate and rigorous solutions for these cases is lead. Dependences of amplitude and a phase of a reflection coefficient of the waveguide wave on various material parameters of a pattern and its thickness for the dielectric, magnetodielectric and ferrite media are reduced.

Keywords: gyrotropic medium, metamaterials, thin-films materials, dielectric, ferrite, nondestructive testing, T-junction, scattering of the waveguide wave, material parameters measurement, regions solution.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время с развитием нанотехнологий и метаматериалов существенное значение приобретают методы неразрушающего контроля материальных параметров используемых образцов. При промышленном производстве магнитодиэлектрических и ферритовых материалов с металлизированными поверхностями представляется важным определение параметров наполняющей среды и толщины слоя методами неразрушающего контроля с целью их использования в различных функциональных узлах СВЧ приборов, опто- и полупроводниковой электроники в микроволновой и миллиметровой области длин волн. Способность электромагнитных волн проникать внутрь измеряемого образца и правильно передавать информацию о значениях его материальных параметров при известной толщине или, наоборот, при известном значении материальной константы о значении толщины образца посредством величины коэффициента отражения волны даже при наличии металлических поверхностей, указывает на подходящий инструмент для выполнения таких измерений. Современные микроволновые методы измерения значений материальных параметров изотропной или анизотропной среды образцов или толщины образца предполагают известной зависимость коэффициента отражения (модуля и фазы) от длины волны, параметров среды и толщины слоя. Одной из наиболее простых моделей измерительного инструмента для определения диэлектрических свойств материалов в микроволновом и миллиметровом диапазоне может служить традиционный прямоугольный волновод с фланцами. При наличии плоского образца с металлизированной проводящей поверхностью на одной из его сторон такая модель представляет собой Т-образное сочленение двух ортогональных волноводов, один из которых полностью заполнен ферритовым,

магнитодиэлектрическим или полупроводниковым материалом, лежащим на металлической подложке, а другой – полый волновод, по которому распространяется волноводная волна. В таком сочленении волноводов электромагнитное поле в основном сконцентрировано в общей области связи двух пересекающихся ортогональных плоскопараллельных волноводов. Следует различать толстые и тонкие образцы относительно длины волны с учетом значений материальных параметров исследуемой среды. В одном из них измерению подлежит энергетический коэффициент отражения волны, а в другом – фаза отраженной волны. С математической точки зрения существует ряд численных и аналитических методов анализа рассеянных полей на конце открытого волновода и применения их для расчета и анализа диэлектрических свойств материалов, а также для оценки взаимодействия электромагнитного поля с поверхностью тканей биологических объектов. Одним из наиболее целесообразных в математическом отношении строгих методов при решении задачи рассеяния волноводной волны на конце открытой области с заданным образцом представляется метод решения электродинамической задачи с выделением области связи волноводов, поле в которой представляется в виде суперпозиции решений уравнений Максвелла для ортогональных волноводов с неизвестными полевыми коэффициентами, подлежащими определению. Такой метод позволяет не только разработать эффективные численные алгоритмы решения, но и построить надежные приближенные аналитические решения задачи для инженерных расчетов с наперед контролируемой точностью расчетов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Перейдем к постановке и решению электродинамической задачи. Структура Т-образного сочленения волноводов с исследуемым образ-

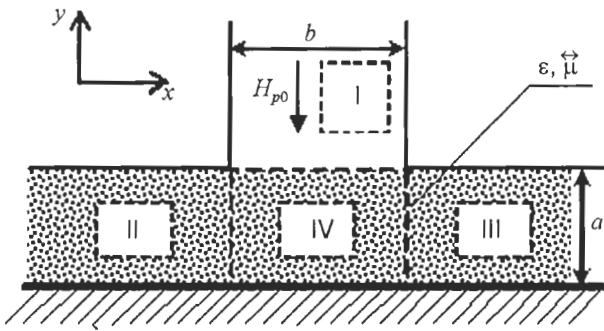


Рис. 1. Модель электродинамической структуры.

цом в одном из них представлена на рис. 1. Будем рассматривать задачу рассеяния волноводной волны H_{p0} , набегающей из плеча волновода I, на исследуемом образце с идеально проводящей подложкой. Целью работы является нахождения зависимостей модуля и фазы коэффициента отраженной волны от параметров среды (диэлектрической и магнитной проницаемостей исследуемого образца или компонент тензоров этих величин для анизотропных структур) и размеров пересекающихся волноводов.

В дальнейшем при рассмотрении задачи ограничимся случаем отсутствия распространения волн вдоль оси z ($z(\partial/\partial z) = 0$ – двумерная модель). В качестве исследуемого образца в общем случае будем использовать анизотропный гиромангнитный материал, например, феррит, со стандартным видом тензора магнитной проницаемости [1] при совпадении направления подмагничивающего магнитного поля с осью Oz и предполагаемой временной зависимости полей $\exp(-i\omega t)$:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где μ, μ_a – компоненты тензора ферритового образца, i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$). Естественно, что такая модель предполагает исследование и образцов из изотропных магнитодиэлектриков, в которые переходит гиромангнитный материал при определенных значениях материальных параметров феррита ($\mu_a = 0$). Предположим, что поле вне ферритового заполнения волноводов однородно и изотропно. Потери в феррите (хотя это и необязательно, так как полученные результаты при-

годны и для этого случая) и в металле не учитываются. В случае гироэлектрической среды тензором будет диэлектрическая проницаемость среды аналогичного вида и в этом случае задача тождественна рассматриваемой при замене исходной падающей волны на другую поляризацию.

Таким образом, требуется найти строгое решение задачи рассеяния волноводной волны выбранной поляризации набегающей на область связи T-образного сочленения с гиротропной анизотропной средой. В такой постановке решение электродинамической задачи для выбранной поляризации исходного поля целесообразно находить для единственной E_z -компоненты электрического поля, что соответствует H_{p0} -волне. Рассеянное поле такой волноводной волны должно удовлетворять уравнению Гельмгольца, условиям излучения на бесконечности, условиям непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля на границах выделенных частичных областей, граничным условиям на металлических поверхностях, условию конечности энергии в любой ограниченной области пространства.

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Решение уравнения Гельмгольца для E_z -компоненты поля будем проводить известным методом частичных областей с выделением области связи двух ортогональных волноводов [2]. В каждой из выделенных подобластей (рис. 1 – подобласти I – IV) решение уравнения Гельмгольца будем представлять в виде разложения по собственным функциям поперечного оператора Лапласа $\psi_{nb}(x), \psi_{ma}(y)$ с учетом выполнения граничных условий на идеальнопроводящих поверхностях металлических волноводов. Так в областях I – III это решение имеет вид:

$$E_z^I = \delta_n^p \psi_{pb}(x) e^{-i\gamma_{pn}(y-a)} + \sum_n S_{np}^{(11)-} \psi_{nb}(x) e^{i\gamma_{nb}(y-a)}; \quad (1)$$

$$E_z^{II} = \sum_m S_{mp}^{(21)+} \psi_{ma}(y) e^{-i\Gamma_{ma}(x+b/2)}; \quad (2)$$

$$E_z^{III} = \sum_m S_{mp}^{(31)+} \psi_{ma}(y) e^{i\Gamma_{ma}(x-b/2)}. \quad (3)$$

В области связи двух пересекающихся ортогональных прямоугольных волноводов решение уравнения Гельмгольца представим в виде суперпозиции полей этих волноводов с неизвестными коэффициентами, а именно:

$$E_z^{IV} = \sum_m \Psi_{ma}(y) \left[S_{mp}^{(41)-} e^{-i\Gamma_{ma}x} + S_{mp}^{(41)+} e^{i\Gamma_{ma}x} \right] + \sum_n \frac{\Psi_{nb}(x)}{2i \sin(\Gamma_{nb}a)} \left[S_{np}^{(41)-} e^{-i\Gamma_{nb}y} + S_{np}^{(41)+} e^{i\Gamma_{nb}y} \right]. \quad (4)$$

В выражениях (3), (4) введены следующие обозначения: $S_{np}^{(ij)}$, $S_{mp}^{(ij)}$ – неизвестные амплитуды волн H_{n0} и H_{m0} соответственно в i -ом плече волноводного тройника, возбуждаемые H_{p0} -волнами единичной амплитуды из j -го плеча;

$$\Psi_{ma}(y) = \sin\left(\frac{m\pi}{a}y\right), \Psi_{nb}(x) = \sin\frac{m\pi}{b}\left(x + \frac{b}{2}\right) -$$

собственные функции поперечного оператора Лапласа в y - и x -направлениях соответственно;

$$\Gamma_{ma} = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu_{\perp} - (m\pi/a)^2}, \Gamma_{nb} = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu_{\perp} - (n\pi/b)^2}$$

– поперечные постоянные распространения волноводных волн в ферритовых областях II

$$-IV \text{ исследуемого образца}; \gamma_{nb} = \sqrt{k^2 - (n\pi/b)^2}$$

– поперечные постоянные распространения волноводных волн в незаполненной области

$$\text{средой I подводящего волновода}; \mu_{\perp} = \mu \left(1 - \frac{\mu_c^2}{\mu^2} \right)$$

– эффективная магнитная проницаемость ферритового образца; b, a – ширина главного и бокового волноводов соответственно; δ_n^p – символ Кронекера; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны в свободном пространстве. Суммирование в выражениях (1) – (4) ведется по всем положительным целым индексам n и m (рассматривается весь спектр волноводных волн).

Условие равенства нулю E_z – составляющей на подстилающей металлической подложке образца при $y = 0$ приводит к следующему уравнению неизвестных коэффициентов для рассеянных полей в боковом волноводе для области связи IV: $S_{np}^{(41)-} = -S_{np}^{(41)+}$.

Это позволяет переписать выражение для электромагнитного поля (4) в более простом виде:

$$E_z^{IV} = \sum_m \Psi_{ma}(y) \left[S_{mp}^{(41)-} e^{-i\Gamma_{ma}x} + S_{mp}^{(41)+} e^{i\Gamma_{ma}x} \right] + \sum_n \frac{S_{np}^{(41)} \Psi_{nb}(x)}{2i \sin(\Gamma_{nb}a)} \left[e^{-i\Gamma_{nb}y} - e^{i\Gamma_{nb}y} \right]. \quad (5)$$

Использование условий непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах частичных областей приводит к системе функциональных уравнений для неизвестных амплитуд волноводных волн в выражениях (1) – (4). Для перехода от системы функциональных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений необходимо использовать метод Фурье. Систему функций, полной на одном интервале, следует переразложить в ряд Фурье по системе функций, полной на другом интервале [2]. Следует заметить, что наличие гиротропной среды в одном из волноводов усложняет процедуру перехода от системы функциональных уравнений к системе алгебраических уравнений. Для этой цели используются условия биортогональности собственных функций для волноводов с анизотропным заполнением [2]. Физически эта процедура связана с тем, что наличие гиротропной среды приводит к тому, что волны одной четности по поперечному сечению преобразуются в волны другой четности на границе раздела сред независимо от того – есть координатная неоднородность или ее нет [2, 3]. В результате применения такой процедуры к системе функциональных уравнений, полученных в результате использования граничных условий, можно получить, используя метод Фурье, систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 2-го рода для нахождения амплитуд волноводных волн в области связи $S_{np}^{(41)}$, а именно:

$$S_{np}^{(41)} W_{nb} - \sum_n \left\{ i \frac{\mu_a}{\mu} \pi n \alpha_m \sin \Gamma_{nb} a + Q_m \right\} \times S_{np}^{(41)} = \delta_i^p \mu_{\perp} \gamma_{nb}, \quad (6)$$

где введены следующие обозначения:

$$W_{nb} = b [i \mu_{\perp} \gamma_{nb} \sin(\Gamma_{nb} a) - (\Gamma_{nb} \cos(\Gamma_{nb} a))];$$

$$Q_m = \sum_m (-1)^m \frac{m\pi\pi^2}{a} \cos \frac{\pi}{2}(t-n) \frac{e^{i\frac{\Gamma_{mb}}{2}}}{\Gamma_{ma}} L_{tm}^n K_{mn};$$

$$Q_m = \sum_m (-1)^m \frac{m\pi\pi^2}{a} \times \cos \frac{\pi}{2}(t-n) \frac{e^{i\frac{\Gamma_{mb}}{2}}}{\Gamma_{ma}} L_{tm}^n K_{mn};$$

$$K_{mn} = \text{sinc}(\pi m + \Gamma_{nb}a) - \text{sinc}(\pi m - \Gamma_{nb}a);$$

$$\alpha_m = \sin \frac{\pi}{2}(t+n) \sin \frac{\pi}{2}(t+n) + \sin \frac{\pi}{2}(t-n) \sin \frac{\pi}{2}(t-n).$$

Выписанная СЛАУ (6) пригодна для нахождения неизвестных коэффициентов волноводных волн $S_{np}^{(41)}$ при произвольных значениях материальных параметров исследуемой среды и произвольных соотношениях между длиной волны и геометрическими размерами волноводов. Коэффициенты отражения $S_{np}^{(11)-}$ и прохождения $S_{np}^{(21)+}, S_{mp}^{(31)+}$ электромагнитных волн в соответствующих областях определяются через значения коэффициентов $S_{np}^{(41)}$ по следующим пересчетным формулам:

$$S_{mp}^{(21)+} = \frac{1}{\Gamma_{ma}} \sum_n \frac{\pi n}{b} [1 - (-1)^n e^{i\Gamma_{mb}}] K_{mn} S_{np}^{(41)}; \quad (7)$$

$$S_{mp}^{(21)+} = \frac{1}{\Gamma_{ma}} \sum_n \frac{\pi n}{b} [e^{i\Gamma_{mb}} - (-1)^n] K_{mn} S_{np}^{(41)}; \quad (8)$$

$$S_{np}^{(11)-} = 2i S_{np}^{(41)} \sin \Gamma_{mb} a - \delta_n^p. \quad (9)$$

Из вида матричных элементов СЛАУ (6) следует, что наличие анизотропного ферритового заполнения в данном разветвлении волноводов, как и в других исследуемых ранее волноводных структурах, содержащих феррит [3] – [5], приводит к связи четных и нечетных колебаний, как указывалось выше, т.е. к преобразованию волны определенного типа в бесконечный спектр высших волн.

В случае использования магнитодиэлектрического образца, параметры которого соот-

ветствуют значениям $\mu_a = 0, \mu_{\perp} = \mu$ в выражении тензора $\vec{\mu}$ СЛАУ (6) упрощается и сводится к виду:

$$S_{ip}^{(41)} W_{ib} - \sum_n Q_n S_{np}^{(41)} = \delta_i^p \mu \gamma_{ib}. \quad (10)$$

При этом вид пересчетных формул (7) – (9) для вычисления коэффициентов $S_{np}^{(11)-}, S_{np}^{(21)+}, S_{mp}^{(31)+}$ остается неизменным.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ВИДЕ

Фактически на практике довольно часто наблюдается такая ситуация, что соотношение между значениями материальных параметров среды, длиной волны излучения и толщиной измеряемого образца таково, что в области связи волноводных разветвлений может распространяться без затухания одна или две волноводные волны. Для других выделенных областях задачи такого ограничения нет и можно учитывать все возможные волны, как распространяющиеся, так и затухающие. Такая ситуация позволяет использовать случаи одноволнового или двухволнового приближения при решении систем алгебраических уравнений, что оказывается достаточно эффективным для вычисления модуля и фазы коэффициента отражения волны от образца с заданной наперед точностью и, более того, получить аналитические выражения для искомых неизвестных амплитуд волноводных волн. Для этих случаев из системы линейных алгебраических уравнений (10) можно найти аналитические выражения для комплексного коэффициента $S_{ip}^{(41)}$ при произвольных соотношениях материальных параметров магнитодиэлектрического слоя и длины волны [6]:

- для одномодового распространения волн:

$$S_{ip}^{(41)} = D_i \left(\delta_i^p + \frac{2L'_{i1} K_{i1}}{W_{ib} Q_{11}} \right); \quad (11)$$

– для двухмодового распространения волн:

$$S_{ip}^{(41)} = D_i \left(\delta_i^p + \frac{2K_{i1}}{Q_{\Delta} W_{ib}} [L'_{i1} Q_{31} - L'_{i3} Q_{13}] \right), \quad (12)$$

здесь $Q_{11} = 1 - 2 \sum_s \frac{L'_{s1} K_{1s}}{W_{sb}}; Q_{31} = 2 \sum_s \frac{L'_{s3} K_{1s}}{W_{sb}};$

$$Q_{13} = 2 \sum_s \frac{L'_{s1} K_{3s}}{W_{sb}}; \quad Q_{33} = 1 - 2 \sum_s \frac{L'_{s3} K_{3s}}{W_{sb}};$$

$$Q_{\Delta} = Q_{11} Q_{33} - Q_{13} Q_{31}; \quad D_i = \mu \gamma_i.$$

СХОДИМОСТЬ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА И ТОЧНОСТЬ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ

Один из распространенных методов решения систем линейных алгебраических уравнений, подобных (6), (10), является метод редукции, который состоит в замене матричных элементов системы, представляющей собой бесконечные ряды, системой с конечным числом неизвестных коэффициентов.

Известно, что поле в непосредственной близости от границы раздела двух сред формируется не только за счет распространяющихся волноводных волн, но и за счет вклада достаточного количества затухающих волн с еще заметной амплитудой. Поэтому при численной реализации алгоритма использовался

критерий, установленный в [3], согласно которому порядок редукции (усечения) системы уравнений T определялся максимальным количеством распространяющихся волн в главном или боковом волноводах. Точность расчета модулей коэффициентов матрицы рассеяния зависит от количества учитываемых затухающих волн. О быстроте сходимости СЛАУ (6) можно судить по данным табл. 1, в которой приведены численные значения модуля коэффициента отражения для следующих параметров исследуемой структуры: $\varepsilon = 8$, $\mu = 0.9$, $\theta = 0.5$ и значения нормиро-

$$\varpi = \frac{kb}{2\pi} = \frac{b}{\lambda} = 0.8.$$

Здесь первая строка каждой ячейки соответствует величине $|S_{np}^{(11)-}|$ при значении параметра $\mu_a = 0$, вторая – при $\mu_a = 0.4$, третья – при $\mu_a = 0.77$. Выбранное безразмерное значение отношение ширины волноводов θ оп-

Таблица 1

Модуль коэффициента отражения при изменении порядка определителя T и количества слагаемых во внутренней сумме M СЛАУ (7)

T \ M	1	5	9	13	17	21	25
1	0,999849 0,999904 0,938076	0,926485 0,999955 0,937520	0,926466 0,999955 0,937502	0,926462 0,999955 0,937497	0,926461 0,999955 0,937496	0,926460 0,999955 0,937495	0,926460 0,999955 0,937494
3	0,999842 0,999786 0,913820	0,983362 0,984111 0,913668	0,983497 0,983945 0,913639	0,983528 0,983905 0,913631	0,983540 0,983890 0,913628	0,983546 0,983882 0,913627	0,983549 0,983878 0,913626
5	0,999844 0,999777 0,909846	0,985373 0,984992 0,909288	0,985594 0,984779 0,909189	0,985647 0,984727 0,909161	0,985667 0,984706 0,909150	0,985677 0,984696 0,909144	0,985683 0,984690 0,909141
7	0,999844 0,999776 0,908509	0,985959 0,984925 0,907669	0,986225 0,984667 0,907504	0,986289 0,984602 0,907456	0,986315 0,984576 0,907436	0,986327 0,984563 0,907426	0,986334 0,984556 0,907420
9	0,999844 0,999776 0,907900	0,986225 0,984829 0,906879	0,986522 0,984533 0,906658	0,986596 0,984459 0,906591	0,986626 0,984428 0,906562	0,986641 0,984413 0,906548	0,986649 0,984404 0,906539
11	0,999844 0,999775 0,907572	0,986371 0,984756 0,906431	0,986692 0,984434 0,906165	0,986774 0,984349 0,906080	0,986807 0,984314 0,906044	0,986824 0,984297 0,906025	0,986833 0,984287 0,906014
13	0,999845 0,999775 0,907375	0,986461 0,984704 0,906153	0,986800 0,984361 0,905850	0,986889 0,984267 0,905749	0,986925 0,984229 0,905705	0,986943 0,984209 0,905683	0,986953 0,984198 0,905669
15	0,999845 0,999775 0,907247	0,986520 0,984667 0,905968	0,986874 0,984306 0,905635	0,986968 0,984206 0,905521	0,987007 0,984164 0,905470	0,987026 0,984143 0,905443	0,987038 0,984131 0,905428
17	0,999845 0,999775 0,907160	0,986561 0,984640 0,905839	0,986926 0,984266 0,905481	0,987025 0,984159 0,905355	0,987066 0,984115 0,905298	0,987087 0,984092 0,905268	0,987099 0,984079 0,905251

Модуль коэффициента отражения при изменении порядка определителя T
и количества слагаемых во внутренней сумме M СЛАУ (7)

T \ M	1	5	9	13	17	21	25
1	0,845507 0,714336 0,979850	0,839276 0,675622 0,985223	0,839114 0,675101 0,985244	0,839074 0,674977 0,985249	0,839059 0,674928 0,985251	0,839051 0,674905 0,985252	0,839047 0,674891 0,985252
3	0,832628 0,734896 0,986336	0,830388 0,729483 0,996959	0,830392 0,729944 0,997041	0,830395 0,730064 0,997061	0,830396 0,730112 0,997068	0,830396 0,730136 0,997072	0,830397 0,730149 0,997074
5	0,831122 0,736614 0,986461	0,829753 0,736626 0,997460	0,829815 0,737432 0,997555	0,829832 0,737645 0,997578	0,829839 0,737731 0,997587	0,829843 0,737773 0,997592	0,829845 0,737798 0,997595
7	0,830646 0,737115 0,986493	0,829625 0,739232 0,997630	0,829719 0,740256 0,997734	0,829746 0,740535 0,997760	0,829757 0,740648 0,997770	0,829763 0,740705 0,997775	0,829766 0,740737 0,997779
9	0,830434 0,737331 0,986506	0,829587 0,740500 0,997710	0,829703 0,741678 0,997821	0,829737 0,742007 0,997850	0,829751 0,74213 0,997861	0,829758 0,742211 0,997867	0,829762 0,742250 0,997870
11	0,830321 0,737445 0,986513	0,829574 0,741216 0,997754	0,829704 0,742505 0,997871	0,829744 0,742876 0,997902	0,829760 0,743030 0,997914	0,829769 0,743692 0,997920	0,829773 0,743742 0,997924
13	0,830254 0,737512 0,986517	0,829568 0,741660 0,997782	0,829710 0,743031 0,997903	0,829754 0,743435 0,997935	0,829772 0,743606 0,997948	0,829782 0,743108 0,997955	0,829787 0,743153 0,997958
15	0,830211 0,737555 0,986520	0,829566 0,741953 0,997800	0,829716 0,743388 0,997924	0,829763 0,743819 0,997957	0,829783 0,744003 0,997971	0,829794 0,744098 0,997978	0,829800 0,744153 0,997982
17	0,830181 0,737585 0,986521	0,829566 0,742158 0,997812	0,829722 0,743641 0,997939	0,829771 0,744095 0,997974	0,829793 0,744291 0,997988	0,829804 0,744392 0,997995	0,829811 0,744451 0,998000

ределяет, что при фиксированных материальных параметрах максимальное из количества волн, распространяющихся в ортогональных волноводах – это число распространяющихся волн в боковом волноводе. Так, первая строка соответствует четырем распространяющимся волнам, вторая – трем, третья – двум. Из сравнения данных, приведенных в табл. 1, следует, что для нахождения значения величины $|S_{np}^{(11)-}|$ с точностью до 1% необходимо выбрать количество затухающих волн порядка 5 – 7. Так для случая, когда величина $\mu_a = 0$, отличие результатов для $T = 5$ и $T = 11$ составляет порядка 0.1%. Увеличение значения величины μ_a при фиксированных значениях параметров ε , μ , θ приводит к уменьшению эффективного объема области разветвления $\sim(\mu_{\perp})^{1/2}$, и, как следствие, к уменьшению числа волн, распространяющихся при заданном значении ε . Поэтому решение СЛАУ (6) схо-

дится к точному решению при меньших порядках системы, о чем свидетельствуют данные табл. 1 при значении величины $\mu_a = 0.77$. Анализ данных, приведенных в табл. 1, показывает, что при выбранных значениях материальных параметров ε магнитного образца и геометрических размерах волноводов количество слагаемых, учитываемых во внутренних суммах СЛАУ необходимо выбирать равным $M = 15 \div 20$. Дальнейшее увеличение M не приводит к изменению результатов вычислений после четырех – пяти знаков после запятой. Быстрая стабилизация значения величины $|S_{np}^{(11)-}|$ наблюдается даже в случае учета только распространяющихся волн, что указывает на высокую эффективность используемого алгоритма.

При решении СЛАУ (10) в случае магнито-диэлектрического образца ($\mu_a = 0$) наблюдается аналогичное поведение коэффициентов

отражения в зависимости от изменения порядка системы и количества слагаемых, учитываемых во внутренней сумме. В табл. 2 приведен модуль коэффициента отражения при следующих параметрах: $\epsilon = 4$, $\mu = 0.57$, $\theta = 0.57$.

Точность аналитического решения была проверена при его сравнении с численным решением СЛАО на примере магнитодиэлектрика. Максимальная разница результатов расчета модуля и фазы коэффициента отражения $S_{np}^{(1)}$ точного решения СЛАО и аналитического не превышает 2% (табл. 3), что указывает на возможность использования аналитических выражений в одноволновом (11) или двухволновом (12) приближении при моделировании процесса измерений параметров как толстых, так и тонкопленочных гиротропных материалов.

Таблица 3

Исследование точности приближенных решений (11) (12)

T	Приближенное решение	$\mu = 1,0$	$\mu = 1,4$	$\mu = 1,8$
1	(2,8) (2,9)	0,845507 0,844760	0,714336 0,711361	0,979850 0,980082
5	(2,8) (2,9)	0,831122 0,831169	0,736614 0,738104	0,986461 0,987541
9	(2,8) (2,9)	0,830434 0,830578	0,737331 0,739294	0,986506 0,987639
13	(2,8) (2,9)	0,830254 0,830428	0,737512 0,739624	0,986517 0,987666
17	(2,8) (2,9)	0,830181 0,830368	0,737584 0,739762	0,986521 0,987677
19	(2,8) (2,9)	0,830144 0,830338	0,737621 0,739832	0,986523 0,987683
25	(2,8) (2,9)	0,830123 0,830321	0,737641 0,739872	0,986524 0,987686
29	(2,8) (2,9)	0,830110 0,830311	0,737654 0,739898	0,986525 0,987688
33	(2,8) (2,9)	0,830101 0,830304	0,737663 0,739915	0,986526 0,987690

В качестве примера, указывающего на эффективность приближенного аналитического решения, на рис. 2 представлена амплитудно-частотная характеристика в случае численного решения СЛАО (10) (сплошная кривая) и аналогичные зависимости для одноволнового приближения (кривая 11) и двухволнового приближения (кривая 12) для одинаковых параметров среды и геометрических размеров волноводов.

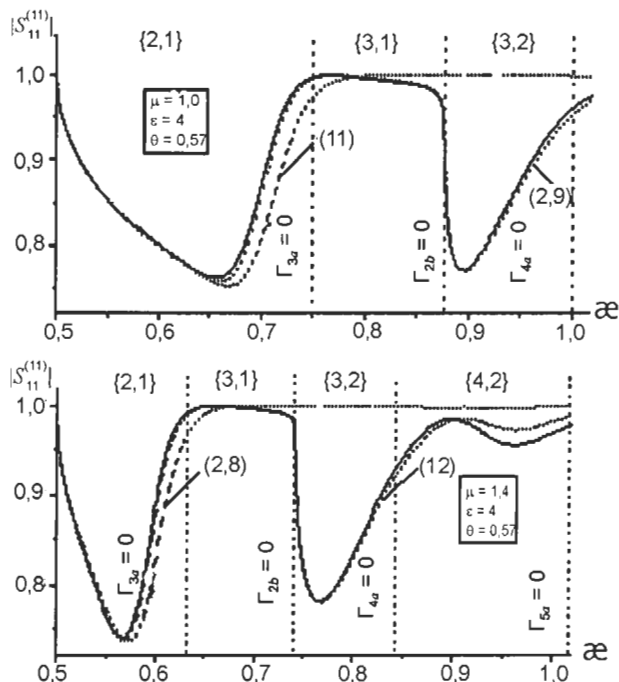


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики T-разветвления волноводов с диэлектрическим – а) и магнитодиэлектрическим – б) образцами для численного строгого и приближенных решений.

Результаты расчета модуля коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)}|$ в диапазоне безразмерного частотного параметра $0 < \omega < 1$ при фиксированном геометрическом размере структуры $\theta = 0.57$ для двух значений материальных параметров магнитодиэлектрического образца приведены на рис. 2: рис. 2а) – $\epsilon = 4$, $\mu = 1$ (диэлектрик), рис. 2б) – $\epsilon = 4$, $\mu = 1.4$ (магнитодиэлектрик). Как показывает анализ продольного волнового числа

$$\Gamma_{ma} = \sqrt{k^2 \epsilon \mu - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2} = \frac{2\pi}{b} \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{m}{2\theta}\right)^2},$$

при таких значениях материальных параметров ϵ , μ образца в боковом волноводе может распространяться больше одной волне водной волны ($m > 1$). На рис. 2 вертикальными пунктирными линиями отмеченные значения частотного параметра ω , при котором в главном или в боковом волноводах появляется очередная волноводная волна, т.е.

$$\Gamma_{ma} = \frac{2\pi}{b} \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{m}{2\theta}\right)^2} = 0$$

или
$$\Gamma_{nb} = \frac{2\pi}{b} \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - \left(\frac{n}{2}\right)^2} = 0.$$

Сплошной линией на графиках обозначено значение модуля коэффициента отражения, полученное на основании численного решения СЛАУ (10). Штриховыми линиями обозначены значения модуля коэффициента отражения, полученные на основе аналитического решения для одномодового приближения (11) и для двухмодового приближения (12). Сравнение кривых в разных участках частотного диапазона указывает на их качественное и количественное соответствие.

Следует отметить, что найденные аналитические выражения (11) или (12) в некотором смысле универсальны, так как могут быть использованы для определения материальных параметров практически при любых значениях частотного параметра α в области существования одномодового распространения волны в подводящем волноводе как для диэлектрических, так и магнитоэлектрических образцов различной толщины. При анализе кривых, представленных на рис. 2, видно, что двухмодовое приближение практически не отличается от строгого численного решения во всем частотном интервале изменения параметра α . Это указывает на эффективность предложенного подхода, что позволяет его использовать в качестве прямых формул для инженерного расчета таких структур. Аналогичный подход может быть применен и для получения аналитического приближенного решения для ферритовых образцов.

АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные неоднородные СЛАУ (6), (10) позволяют определить коэффициенты полной матрицы рассеяния и составить численные алгоритмы расчета электродинамических характеристик данной структуры, которые не имеют ограничений по материальным параметрам образца и соотношениям между длиной волны и геометрическими размерами структуры. С этой целью на алгоритмическом языке FORTRAN была составлена программа для вычисления элементов матрицы рассеяния. Дальнейшие расчетные данные получены в одномодовом частотном диапазоне для подводящего волновода при дифракции волны H_{10} на неоднородности.

Критерием достоверности численного решения СЛАУ служило сравнение с известными результатами задачи дифракции волноводной волны на T-образном разветвлении прямоугольных волноводов без магнитоэлектрической среды ($\epsilon = 1, \mu = 1, \mu_a = 0$) [3], а при произвольных параметрах контролировалось выполнением закона сохранения энергии. Так, в частности, с целью сравнения характеристик, рассчитанных с использованием СЛАУ (6), и в качестве подтверждения достоверности составленных численных алгоритмов на рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики модуля коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ для структуры без заполнения (кривая 1) при равных ширинах волноводов $a = b$ ($\theta = 1$). Эти численные данные полностью совпадают с АЧХ модуля коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ работы [3].

Полученное решение краевой задачи в виде неоднородной СЛАУ (6) при соответствующих предельных переходах позволяет рассматривать как частные случаи такие образцы: диэлектрический, магнитоэлектрический и ферритовый. Так как каждый из образцов характеризуется лишь ему присущими материальными параметрами, то основное внимание уделялось выяснению непосредственной связи между этими конкретными параметрами и формой частотных характеристик коэффициентов матрицы рассеяния.

На основании полученных результатов при исследовании сходимости СЛАУ (6), (10) все вычисления электродинамических характеристик данной структуры проводились при ограничении числа уравнений количеством волн, которые распространяются в образце и учете 3–5 затухающих волн, которые обеспечивают нахождение резонансных частот с погрешностью, не превышающей 1%. Количество членов, удерживаемых во внутренней сумме СЛАУ, выбиралось равным $M = 15 \div 20$, что обеспечивает довольно высокую точность расчета элементов определителя (до 6 значащих цифр).

Прежде чем переходить к непосредственному изучению влияния материальных параметров на амплитудно-частотные характеристики системы остановимся на анализе возможных собственных режимов исследуемых образцов.

Если исследуемая среда представляет собой диэлектрик или магнитоэлектрик, то хорошо известно [3], что в такой системе наблюдаются волноводно-диэлектрические резонансы, которые фактически являются определяющими при нахождении материальных параметров среды или толщины образца. Для тонких по сравнению с длиной волны волноводной волны образцов резонансов не наблюдается, поскольку коэффициент отражения близок к единице. В этом случае основными представляются фазовые характеристики отраженного поля в подводящий волновод, которые полностью определяют параметры среды.

В случае гиротропной среды может реализовываться несколько случаев в зависимости от знака величины μ_{\perp} . Так, если $\mu_{\perp} > 0$, то, фактически, резонансы аналогичны случаю с магнитоэлектриком. Если $\mu_{\perp} < 0$, то наблюдаются новые резонансы, связанные с распространением поверхностной волны на границе с ферритом. Однако такие поверхностные волны, как собственные волны, наблюдаются в отсутствие распространяющихся волноводных волн во всех областях, для которых продольные волновые числа в ортогональных волноводах чисто мнимые. Аналогичные явления наблюдаются в метаматериалах в терагерцовом диапазоне [7]. Такие поверхностные волны называются плазмон-поляритонными волнами. В данном случае такие волны могут реализовываться на границе с гиромангнитной средой, но в более длинноволновом диапазоне.

Перейдем к анализу зависимости коэффициента отражения волноводной волны (модуля и фазы) от различных параметров задачи в соответствии с определенной последовательностью исследований. Рассмотрим последовательно: диэлектрик, магнитоэлектрик, феррит и тонкопленочные образцы.

Диэлектрический образец. На рис. 3 приведены зависимости модуля коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ от частотного параметра α для разных значений диэлектрической проницаемости ϵ образца. Расчеты проводились для равных ширин подводящего волновода и диэлектрического образца, т.е. при $\theta = 1$. Анализ графиков на рис. 3 показывает,

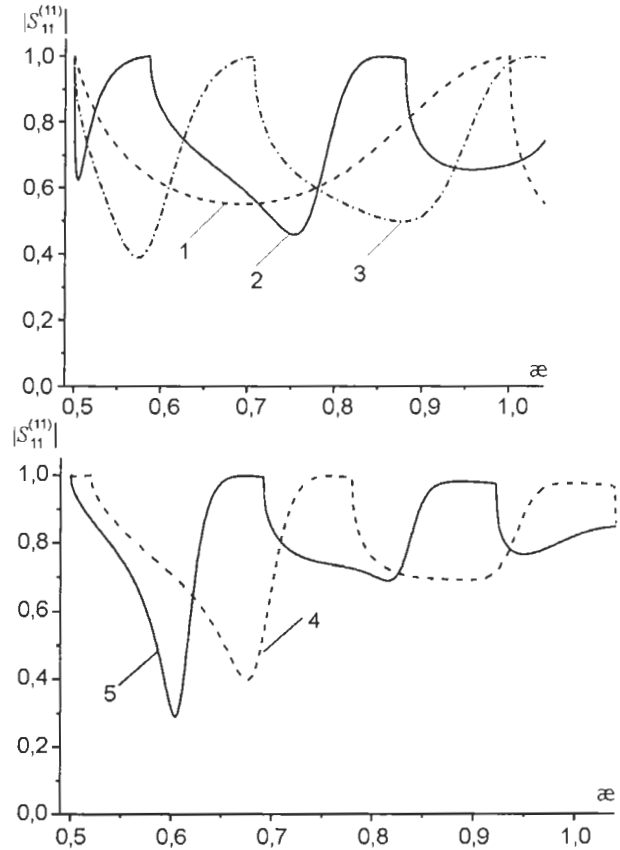


Рис. 3. АЧХ структуры для диэлектрического образца при $\theta = 1$ и различных значениях диэлектрической проницаемости ϵ : 1 – $\epsilon = 1,0$; 2 – $\epsilon = 2,0$; 3 – $\epsilon = 2,9$; 4 – $\epsilon = 3,7$; 5 – $\epsilon = 4,7$.

что при увеличении величины ϵ минимум коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ смещается в область меньших значений α , при этом добротность резонансов возрастает. Такое поведение данных зависимостей характерно для всех волноводно-диэлектрических структур. Более полную информацию об изменении частотного параметра $\alpha_{рез}$ (и резонансного значения $|S_{11}^{(11)-}|$) и добротности резонансов Q соответственно для разных значений величины диэлектрической проницаемости можно получить из рис. 4. Добротность Q рассчитывалась по известной формуле: $Q = f_0 / |f_2 - f_1|$, где f_1 и f_2 – частоты которые отвечают значениям $|S_{11}^{(11)-}| = 0.707 |S_{11_{min}}^{(11)-}|$, $|S_{11_{min}}^{(11)-}|$ – минимальное значение модуля коэффициента отражения на резонансной частоте f_0 .

Численные зависимости на рис. 4 для резонансного значения параметра $\alpha_{рез}$ и вели-

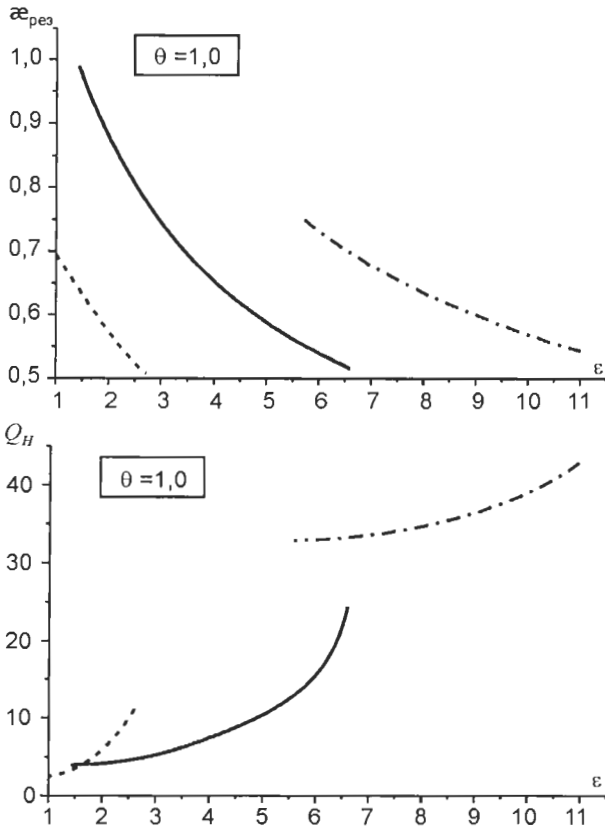


Рис. 4. Зависимости резонансной частоты $\omega_{рез}$ и добротности Q от величины диэлектрической проницаемости ϵ .

чины Q от изменения величины ϵ представлены для первых двух резонансов $|S_{11}^{(11)-}|(\omega)$ в данном частотном диапазоне (вблизи частоты распространения волны H_{10}), так как именно они имеют наиболее ярко выраженный резонансный характер и наибольшую добротность Q (рис. 3) с возрастанием величины ϵ .

Магнитодиэлектрический образец. Для малых величин произведения $\epsilon\mu < 10$ характер поведения АЧХ модуля коэффициента отражения волноводной волны от магнитодиэлектрического образца (рис. 5а) не отличается от характера поведения $|S_{11}^{(11)-}|(\omega)$ для диэлектрического образца (рис. 3). При дальнейшем увеличении величины ϵ или μ резонансы вблизи частоты распространения волны H_{10} становятся менее добротными, а больше резонансный характер имеют резонансы вблизи частоты распространения волны H_{20} (рис. 5б). При этом АЧХ становятся больше изрезанными. Это связано с выполнением условий излучения волн высших типов, т.е. с увеличением количества волн, которые распространяются в образце.

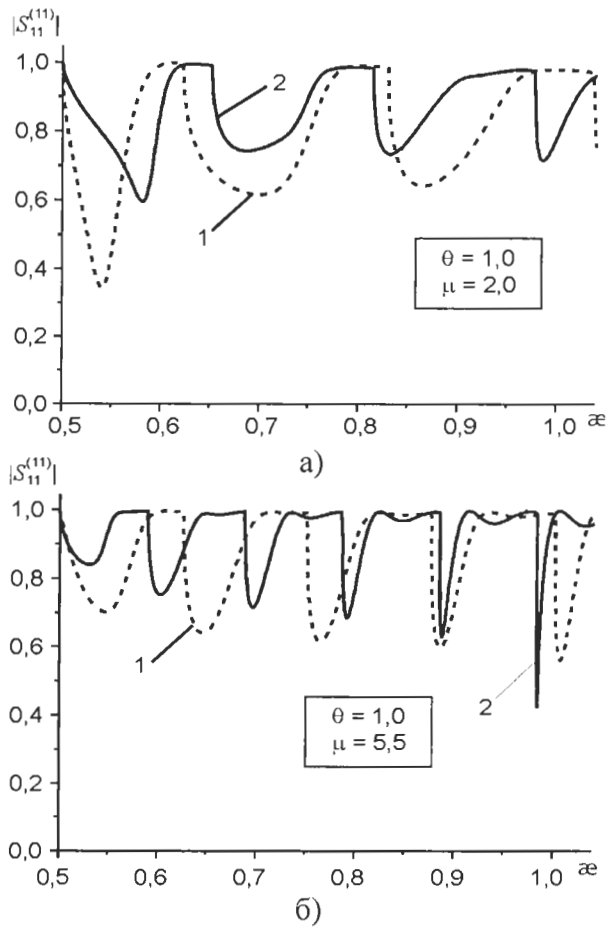


Рис. 5. АЧХ модуля коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ от магнитодиэлектрического образца для двух значений величин ϵ : 1 – $\epsilon = 2,9$; 2 – $\epsilon = 4,7$.

Ферритовый образец. Проведенная классификация электромагнитных волн показывает, что существуют в структуре с анизотропным образцом два класса резонансов – волновоодно-диэлектрические и поверхностные.

Перейдем непосредственно к исследованию электродинамических характеристик и выяснение поведения каждого из выделенных классов резонансов данной структуры при изменении величин материальных параметров образца.

На рис. 6 приведенные зависимости резонансных значений $\omega_{рез}$ от величины μ_a . Расчеты проведены при $\mu = 0,7$ и $\theta = 1$. Рис. 6а отвечает величине $\epsilon = 4,7$, рис. 6б – величине $\epsilon = 6,3$. Анализ графиков на рис. 6 показывает, что увеличение значения величины μ_a приводит к сдвигу резонансной частоты $\omega_{рез}$ в область высоких частот. Это явление связано с тем, что увеличение величины μ_a приводит к уменьшению значения параметра μ_{\perp} и, как следствие, – электрической длины образца,

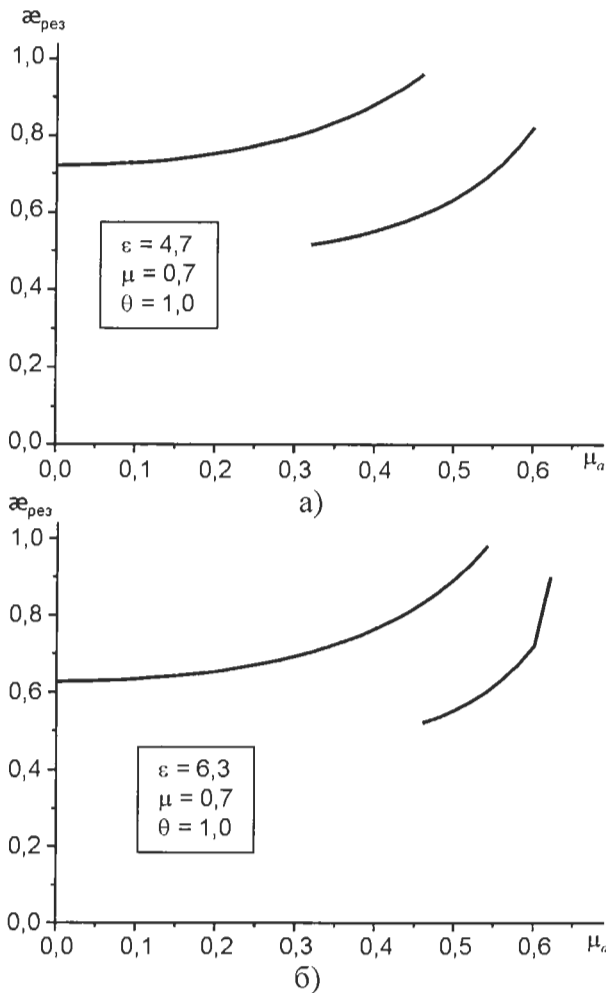


Рис. 6. Зависимости резонансного значения частотно-го параметра $\alpha_{рез}$ от величины недиагональной компоненты тензора магнитной проницаемости μ_a .

а значит и уменьшению резонансного значения волны. Кроме этого, увеличение магнитной проницаемости μ_a приводит к переходу из области существования волноводно-диэлектрических резонансов в область существования резонансов на поверхностных волнах. Зависимости $\alpha_{рез}(\mu_a)$ волноводно-диэлектрических резонансов в сравнении с поверхностными резонансами имеют более монотонный характер.

На рис. 7 изображены зависимости добротности резонансов Q от величины μ_a для таких же материальных параметров образца и геометрических размеров структуры, как и на рис. 6. Как следует из анализа численных результатов на рис. 7, поведение зависимостей $Q(\mu_a)$ для выделенных волноводно-диэлектрических резонансов и резонансов на поверхностных волнах существенно отличается. Так, для волноводно-диэлектрических резонансов увеличение величины внешнего

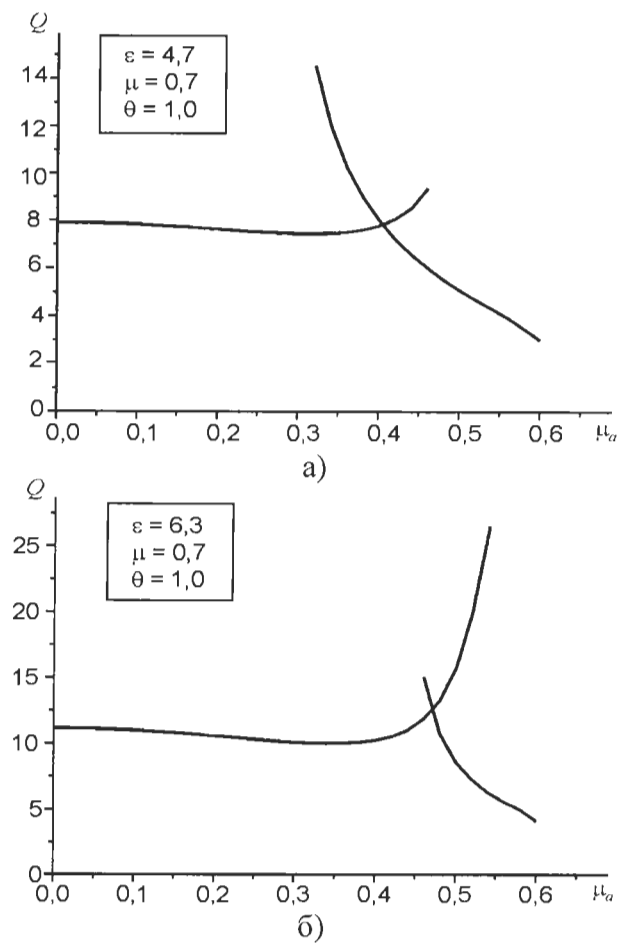


Рис. 7. Зависимости добротности резонансов Q от величины недиагональной компоненты тензора магнитной проницаемости μ_a .

магнитного поля или параметра μ_a приводит к уменьшению Q , это связано с тем, что для этих резонансов с ростом μ_a ($\mu_a >$), где $(\mu_a)_{lim} = (\mu[\mu + 1/(4\epsilon_f \alpha^2)])^{1/2}$ – электромагнитное поле менее втягивается в область ферритового образца и энергия, которая запасается в образце уменьшается, что и приводит к уменьшению добротности этих резонансов. Для резонансов на поверхностных волнах наоборот добротность резонансов Q резко возрастает с увеличением величины μ_a , так как эти резонансы вызваны поверхностными волнами на границе распределения областей и являются запертыми между поверхностями волновода и их энергия накапливается только на поверхности раздела областей, которые не имеют потерь.

Тонкопленочный образец. Для тонкопленочных материалов модуль коэффициента отражения волноводной волны близок к единице, а его фаза может меняться как с изменением частоты при постоянной толщине пленки так и, наоборот. Поэтому для измерения

материальных параметров такой тонкопленочной среды целесообразно использовать высокочувствительные схемы измерения фазы коэффициента отражения систем [6].

В качестве примера на рис. 8 представлены зависимости фазы φ_R коэффициента отражения $|S_{11}^{(11)-}|$ от частотного параметра $\alpha = ka$ для четырех значений относительной толщины ферритовой пленки $\theta = a/b$ при фиксированных значениях материальных параметров ϵ , μ и μ_a . Фаза коэффициента отражения определяется стандартным образом:

$$\varphi_R = \arctg(\text{Im } S_{11}^{(11)-} / \text{Re } S_{11}^{(11)-}).$$

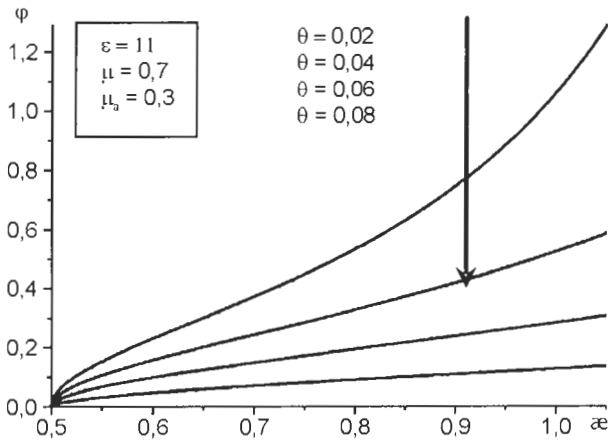


Рис. 8. Зависимость фазы коэффициента отражения от частотного параметра.

На рис. 9 представлены зависимости фазы коэффициента отражения φ_R от величины диэлектрической проницаемости пленки для разных толщин ферритовой пленки θ при значениях $\alpha = 0.63$, $\mu = 0.7$ и $\mu_a = 0.3$.

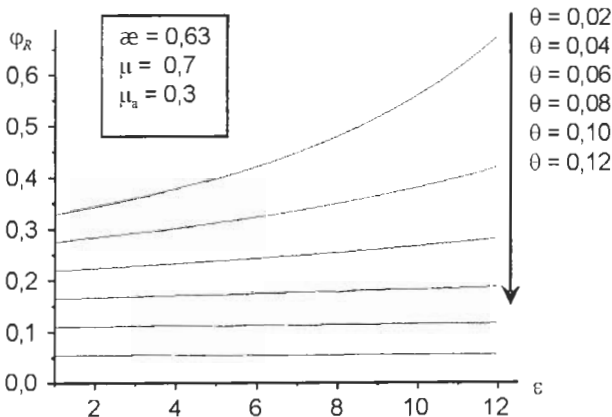


Рис. 9. Зависимость фазы коэффициента отражения от диэлектрической проницаемости.

На рис. 10 представлены зависимости фазы коэффициента отражения φ_R от параметра μ_a для постоянных значений α , μ и ϵ .

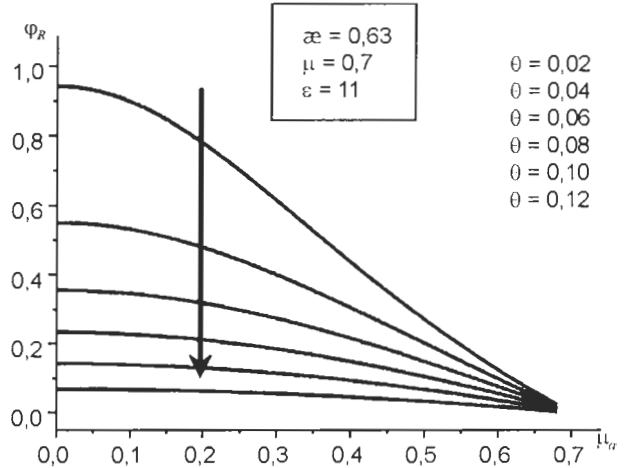


Рис. 10. Зависимость фазы коэффициента отражения от величины μ_a .

Представленные на рис. 8 – рис. 10 зависимости фазы коэффициента отражения φ_R от различных материальных параметров и толщины исследуемого образца позволяют по ее значению находить значение соответствующего параметра тонкопленочного образца при известной его толщине, и наоборот. Следует отметить относительно плавный ход кривых практически для всех зависимостей. Такое их поведение обусловлено тем, что резонансные явления не связаны с изменением энергии волны (коэффициент отражения близок к единице), а определяются, в основном, фазовым набегом волны, который меняется как с изменением значений материальных параметров, так и толщины образца.

Полученные теоретические зависимости модуля коэффициента отражения и его фазы показывают практическую возможность определения методами неразрушающего контроля как материальных параметров среды при известной толщине подложки, так и самой толщины подложки при известном материале.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали перспективность предложенного подхода на основе T-образного сочленения волноводов для определения материальных параметров однослойных образцов и их толщины с металлической подложкой на основе измерения амплитуды и фазы коэффициента отражения волноводной волны.

Полученные простые аналитические выражения для инженерных расчетов коэффициента отражения от диэлектрического и магнитодиэлектрического слоев пригодны для оперативного определения материальных параметров как толстых, так и тонкопленочных промышленных образцов, метаматериалов. Эти методы применимы также и для различных жидкостей.

Сочетание разработанного теоретического подхода с экспериментальными методами нахождения амплитуды и фазы коэффициента отражения позволяет разрабатывать на этой основе современные автоматические измерительные комплексы для определения материальных параметров различных гиромагнитных и магнитодиэлектрических сред.

Данный подход относительно просто можно перенести на измерения параметров гироэлектрических сред и полупроводниковых материалов, так как для этого случая процедура решения электродинамической задачи сохраняется такой же.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микаэлян А.А. Теория и применение ферритов на СВЧ. М.: Госэнергоиздат, 1963. – 663 с.
2. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1974. – 323 с.
3. Мизерник В.Н., Пятак Н.И. Феррито-диэлектрические волноводно-резонаторные системы//Тр. 13 Международной Крымск. Конф. “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” (КрыМиКо’2003). – Севастополь, Украина. – 2003. – С.483-484.
4. Мізерник В.М., П’ятак М.І. Вимушені електромагнітні коливання прямокутного хвильоводу з ферито-діелектричним шаром//Вісн. Харківск. Національн. Університету імені В.Н. Каразіна. – 2002, № 544 – с. 92-96.
5. Pyatak N.I., Mizernik V.N. Resonance dissipation electromagnetic waves in plane-parallel waveguide with a transversely magnetized ferrite layer// Conf. Proceedings 1998 Inter. Conf. on Mathematical Method in Electromagnetic Theory. – Kharkov. – 1998. – Vol. 2. – P. 706-709.
6. Демченко М., Мирошниченко В., Ермак Г., Сенкевич Е. Высокостабильный векторный вольтметр мм диапазона радиоволн//Радиофизика и электроника. – 2000. – 5, № 2. – С. 81-84.
7. Raether H. Surface Plasmons. – Shpringer, 1986. – 140 p.