УДК 004.021: 004.312.4: 004.414.2

О СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ КОМПОНЕНТНОЙ СЕТИ ПЕТРИ

Е.А. Лукьянова

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
факультет кибернетики, проспект Академика Глушкова, 4
e-mail: lukyanovaea@mail.ru

Рассмотрены вопросы конструирования и работы структурных элементов компонентной сети Петри (*CN*-сети). Такими структурными элементами являются составные компоненты: компоненты-места и компоненты переходы. От эффективного выделения составных компонент зависит размер модели реальной системы и время на ее верификацию.

The problems of designing and work of structural elements of a component Petri net (*CN*-net) are considered. Such elements are composite components: components-places and components passages. The size of model of real system and time for it`s verification depends on effective allocation of composite components.

Введение

Практически любая реальная сложная система, как правило, состоит из нескольких или множества взаимодействующих друг с другом объектов. Взаимодействию составных частей системы между собой и с окружающей их средой присущ параллелизм. Способ взаимодействия объектов определяет вид параллельных процессов, протекающих в системе. Параллельные процессы могут быть асинхронными и синхронными, при этом один и тот же процесс может быть синхронным по отношению к одному из активных параллельных процессов и асинхронным по отношению к другому. Для организации взаимодействия параллельных процессов используются подходы, основанные на взаимном исключении и синхронизации.

Реактивные распределенные системы характеризуются параллельным функционированием протекающих в системе процессов, наличием сложных межпроцессорных взаимодействий и дискретным изменением параметров работающей системы. Для моделирования и анализа поведения реактивных распределенных систем широко применяется теория сетей Петри [1], позволяющая путем установления связей между объектами и отслеживания изменений состояний системы, описывать динамические недетерминированные процессы этих сложных систем [2]. В терминах сетей Петри адекватно выражаются важные характеристики параллельных систем по синхронизации доступа к ресурсам и их корректной обработки. Анализ сетей Петри позволяет получить важную информацию о структуре и динамическом поведении моделируемой системы.

Актуальной на сегодняшний день является задача, нахождения возможностей сокращения размеров модели Петри исследуемой системы. Эта задача для систем с параллелизмом может быть решена, например, за счет использования в качестве модели системы такого расширения сети Петри, как *CN*-сеть (компонентная сеть Петри) [3]. Выявление групп одинаковых или однотипных процессов в детальной (подробной) модели системы и оформление их в виде блоков составных компонент модели, позволяет значительно сократить размеры модели и получить модель системы в виде *CN*-сети, в которой однотипные процессы заключены в соответствующие блоки – составные компоненты (компоненты-места и компоненты-переходы). А двух аспектный подход к функционированию этих компонент открывает новые возможности для сокращения времени на верификацию модели.

Цель данной работы – описание структуры и работы составных компонент *CN*-сети и демонстрация составных компонент из различных, ранее полученных, моделей (*CN*-сетей) [3, 4] широко известной задачи о пяти философах.

1. Предварительные сведения

Компонентная сеть Петри (*CN*-сеть) – это ориентированный граф, описываемый упорядоченной пятеркой:

$$CN = (P, T, F, W, M_0),$$

где P – конечное множество мест, состоящее из подмножеств P_1 и P_2 (P_1 – конечное множество компонент-мест, P_2 – конечное множество мест, понимаемое в обычном смысле мест сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-мест); T – конечное множество переходов, состоящее из подмножеств T_1 и T_2 (соответственно множество компонент-переходов и множество переходов понимаемое в обычном смысле переходов сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-переходов), $F \subseteq P \times T \bigcup T \times P$ – отношение инцидентности между местами и переходами, $W : F \to N \setminus \{0\}$ – функция кратности дуг, M_0 – начальная разметка сети.

Множества P и T удовлетворяют следующим условиям:

$P \neq \varnothing, T \neq \varnothing, P \bigcap T = \varnothing$ (граф *CN*-сети должен содержать хотя бы один переход и одно место, причем вершина графа не может быть одновременно элементом множеств P и T).

Отношение инцидентности F и функция кратности дуг W определяют функцию инцидентности I, задающую правило: $I : (P \times T) \bigcup (T \times P) \to N$ и определяющую то, что элементы одного множества дугами соединены быть не могут, а также описывающую наборы входных и выходных элементов.

Компонента-место C_p представляет собой участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс, начинающийся и заканчивающийся местом (местами), компонента-переход C_t – участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс, начинающийся и заканчивающийся переходом (переходами).

Компонентная сеть функционирует, переходя от разметки к разметке, как и регулярная сеть Петри. Составные компоненты в *CN*-сети свои функции выполняют мгновенно: компонента-место C_p – мгновенное использование условия реализации события, компонента-переход C_t – мгновенная реализация события, приводящая к изменению разметки мест всех типов.

Таким образом, компонентная сеть Петри имеет свои важные особенности. Места и переходы в *CN*-сети могут быть различных типов: конечные множества мест и переходов включают подмножества, состоящие из составных компонент (компонент-мест и компонент-переходов). Функционирование составных компонент в *CN* -сети понимается как мгновенное выполнение, что позволяет на этом уровне модели игнорировать внутреннюю работу составной компоненты. Но мгновенное срабатывание составной компоненты *CN*-сети для самой составной компоненты обуславливает нахождение ее некоторое время в активном состоянии. В этом и заключается двух аспектный подход к функционированию составных компонент, а значит и к функционированию детальной модели.

Такой подход позволяет устанавливать структурные свойства модели согласно правилам [3]:

1) если исследуемое структурное свойство не выполняется на *CN*-сети, то это структурное свойство не выполняется и для детальной (базовой) модели исходной системы;

2) если исследуемое структурное свойство выполняется на *CN*-сети, то это структурное свойство выполняется для детальной модели системы, если оно выполняется на одном представителе из групп одинаковых составных компонент *CN*-сети.

И с помощью теорем [4].

Теорема 1. Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-переходы и они живы, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на *CN*-сети.

Теорема 2. Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-места и соответствующие этим компонентам-местам системы линейных неоднородных диофантовых уравнений (СЛНДУ) совместны, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на *CN*-сети.

Теорема 3. Если у компонентной сети Петри компоненты-переходы являются живыми, а соответствующие компонентам-местам СЛНДУ совместны, то структурное свойство для детальной модели исследуемой системы выполняется, если это структурное свойство выполняется на *CN*-сети.

Следовательно, исследование процесса конструирования и функционирования составных компонент является важной неотъемлемой частью исследования свойств исходной системы на модели в виде *CN*-сети.

2. Составные компоненты *CN*-сети

Выявление возможных групп одинаковых или однотипных процессов в проектируемой детальной модели начинается при анализе исходной сложной системы. На этапах построения модели определяются и неоднократно уточняются группы одинаковых или однотипных процессов, которые оформляются в виде блоков составных компонент модели (компонент-мест и компонент-переходов). В результате полученная модель исходной системы, является детальной (подробной) моделью системы, но в которой однотипные процессы заключены в соответствующие блоки – составные компоненты. Рассматривая составные компоненты как места и переходы, получим компактную модель (*CN*-сеть) исследуемой системы, которая представляет собой расширение стандартного формализма сетей Петри. При формировании составных компонент необходимо учесть, во-первых, все возможные внутренние конструкции составных компонент и, во-вторых, тот факт, что функционирование составных компонент и самой *CN*-сети не должны нарушать основополагающих правил функционирования сетей Петри.

2.1. Компоненты-места *CN*-сети. Сеть Петри – тройка $N=(P,T,F)$, где P – конечное множество вершин-мест, T – конечное множество вершин-переходов, $F = P \times T \bigcup T \times P$ – отношение, задающее множество дуг, которые соединяют места и переходы. Компонента-место C_p представляет собой сеть Петри, в которой указаны входные и выходные места. Формально составную компоненту C_p определим следующим образом.

Компонентой-местом будем называть тройку $C_p=(N, X, Y)$, где N – сеть Петри, $X \subseteq P$, $Y \subseteq P$ – соответственно её входные (начальные) и выходные (заключительные) места, причем $X \bigcap Y = \varnothing$, $P \setminus (X \bigcup Y)$ – множество внутренних мест. Входные и выходные места не имеют соответственно входящих и исходящих дуг: $\forall p \in X: {}^{\bullet}p = \varnothing$, $\forall p \in Y: p^{\bullet} = \varnothing$. При этом сама компонента C_p, как элемент *CN*-сети, имеет входящие и исходящие дуги. Компонента-место C_p, моделирующая некоторый однотипный процесс детальной модели исследуемой системы, как структурный элемент *CN*-сети, представляется местом и как в обычной сети Петри является условием определяющим возможность наступления события – срабатывания перехода в *CN*-сети. Выполнение условия связано с появлением одной или нескольких фишек в соответствующем этому условию месте C_p и обеспечивает возможность реализации событий в *CN*-сети.

Компоненты-места позволяют моделировать любые параллельные процессы детальной модели системы. Функционирование составной компоненты-места начинается после срабатывания её входного перехода. В этот момент компонента C_p получает фишку или *k* фишек (в том случае, когда входной переход и компонента C_p имеют *k* дуг). При этом имеют место следующие возможности.

1. Если рассматриваемая компонента-место является выходным местом только для одного перехода *CN*-сети, то фишка (*k* фишек) помещается в начальное место компоненты, если оно единственное, или во все начальные места компоненты, если мест более одного. Выходной переход (выходные переходы) компоненты C_p сработают только тогда, когда компонента-место отработает. Для *CN*-сети это есть мгновенное выполнение условия C_p, а для самой компоненты C_p имеем, что фишка (фишки) переместятся в выходное место (во все выходные места) компоненты C_p. То есть, пока фишки находятся в C_p, компонента-место работает от начального до финального своего состояния, при этом начальная и финальная разметки компоненты C_p не совпадут.

2. Если компонента C_p, как место *CN*-сети, является выходным местом для двух и более переходов *CN*-сети и внутренняя составляющая C_p имеет одно и более начальных мест, тогда будем считать, что начало нахождения C_p в активном состоянии может быть следующим:

1) если срабатывает один из входных переходов компоненты C_p, то получение фишки компонентой C_p для внутренней структуры этой компоненты означает, что фишка поместилась в одно из начальных мест компоненты C_p;

2) если срабатывают k входных переходов компоненты C_p, то по одной фишке поместится в k начальных мест компоненты C_p, при этом значение k может быть меньше числа входных переходов и может быть меньше числа начальных мест компоненты C_p;

3) если же начальное место у компоненты C_p единственное, то срабатыванием каждого из входных переходов компоненты C_p помещается по фишке в начальное место компоненты C_p.

Взаимодействие параллельных процессов, моделируемых компонентой-местом, осуществляется их синхронизацией за счет моделирования внутренней структуры компоненты-места. В этом случае, когда компонента отработает, все её выходные места получат фишки. При этом компонента-место может быть входным условием как для одного перехода, так и для нескольких. Последний случай отметим отдельно, когда, наоборот нужно сохранить асинхронность. После срабатывания k входных переходов компоненты C_p и помещения по фишке в k начальных мест компоненты (при этом начальных мест у компоненты больше, чем k), составная компонента отработает и в выходных её k местах (выходных мест у компоненты больше, чем k) поместится по фишке. Будем считать, что теперь могут сработать только k выходных переходов компоненты C_p.

2.2. Примеры *CN*-сетей с компонентами-местами. Рассмотрим *CN*-сети, показанные на рис. 1 и 2. Эти *CN*-сети являются моделями, реализующими задачу о пяти размышляющих философах, которые проголодавшись, могут утолить голод в столовой за круглым столом с пятью местами и пятью вилками, при условии, что философ ест, имея обязательно две вилки: в левой и в правой руке. Эта задача представляет собой систему взаимодействующих и конкурирующих за доступ к общим неразделяемым ресурсам процессов, такая система вследствие ошибок в управлении может попасть в состояние дедлока. Модель задачи должна учитывать все возможные варианты поведения философов и осуществлять синхронизацию их независимых действий. В частности, необходимо:

1) обеспечить регламентацию использования вилок двумя соседними философами (обеспечение взаимного исключения);

2) не допустить состояния вечного ожидания, когда один из философов так и не сумеет получить доступ к ресурсу (вилке);

3) не допустить заговора соседей, когда обедают одни и те же;

4) решить проблему, когда все философы сидят за столом, каждый из них взял по одной вилке, и никто не может начать прием пищи. На моделях (*CN*-сетях), показанных на рис. 1 и 2, вышеизложенные условия реализуются.

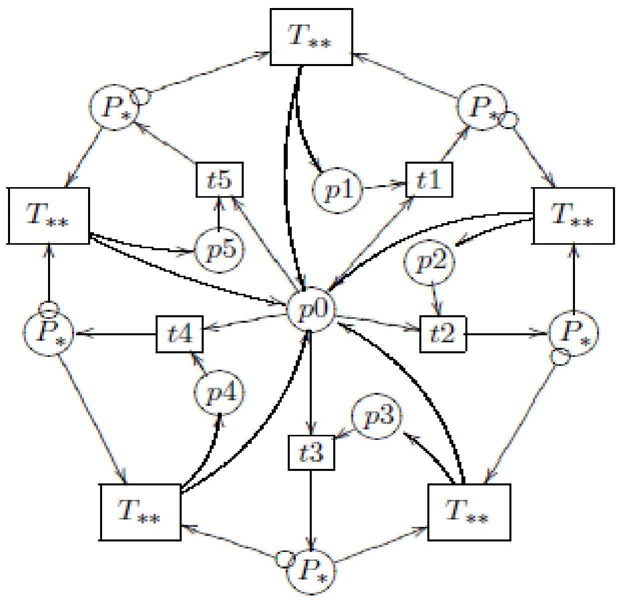


Рис. 1. *CN*-сеть с ингибиторными дугами, моделирующая задачу о пяти философах, где P_* – компонента-место, T_{**} – компонента-переход (соответственно рис. 3, а и 4)

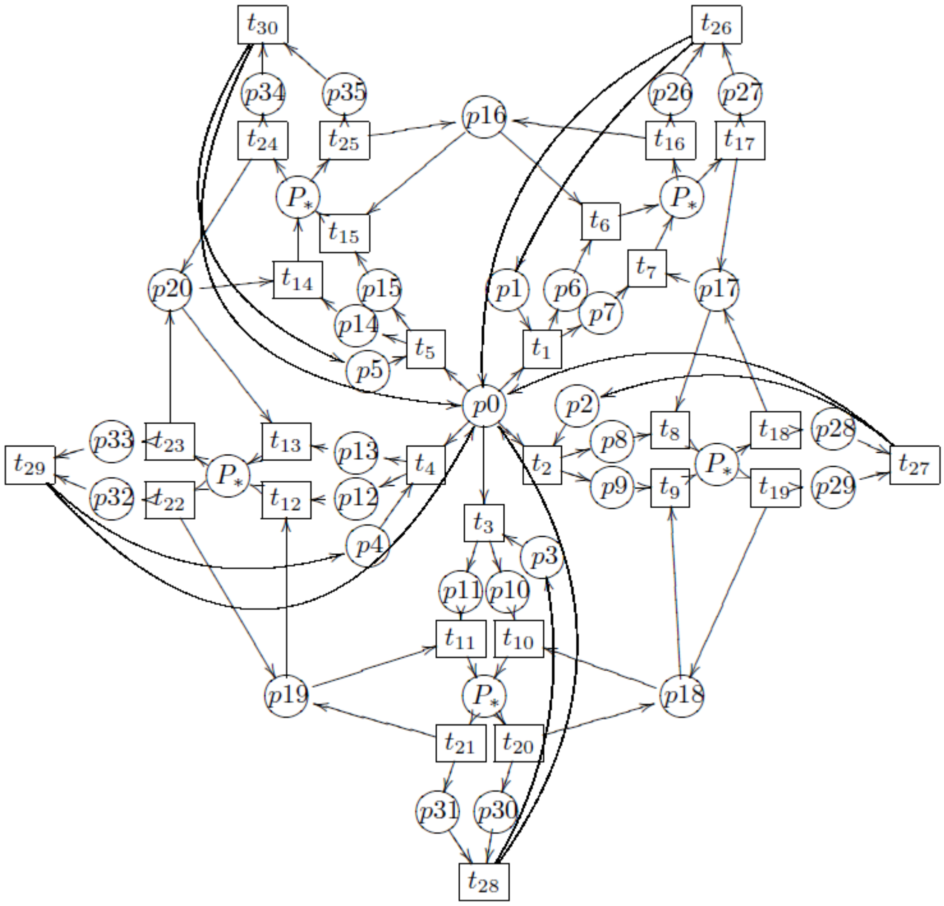


Рис. 2. *CN*-сеть, моделирующая задачу о пяти философах,

где P_* – компонента-место, моделирующая один и тот же процесс (рис. 3, б)

Данные *CN*-сети (рис. 1 и 2) имеют составные компоненты-места P_*, показанные на рис. 3, а и б соответственно.

а б

Рис. 3. Компоненты-места P_* в *CN*-сетях (рис. 1, 2 соответственно)

Компоненты-места P_* моделируют следующие поведения отдельного *i*-го философа ($i = 1 – 5$): составная компонента, показанная на рис. 3, а, – условие пребывания *i*-го философа в столовой и взятия им левой вилки, составная компонента, показанная на рис. 3, б, – условие того, что *i*-й философ держит в руках левую и правую вилки, ест, заканчивает есть и готов положить левую, правую вилки.

Моделирование систем *CN*-сетями дает возможность проводить эффективный анализ моделей с помощью формальных методов, основанных на применении методов линейной алгебры (фундаментального уравнения и инвариантов) [5 – 7] и значительно уменьшить время верификации.

Так, в модели (рис. 2) задачи о пяти философах удалось выделить только один тип составных компонент P_* (рис. 3, б). И хотя размеры выделенной компоненты-места P_* достаточно небольшие, но многократное её использование в модели, позволило построить матрицу инцидентности, отвечающую данной *CN*-сети, размерностью не 56x35, а 36x30. Выделение двух типов компонент – компоненты-места P_* (рис. 3, а) и компоненты-перехода T_{**} (рис. 4) в модели (рис. 1) для той же задачи о пяти философах позволило построить матрицу инцидентности компонентной сети Петри уже размерностью 11x10 [4].

2.3. Компоненты-переходы *CN*-сети. Компоненту-переход C_t представим в виде сети Петри, в которой отдельно выделим начальные и заключительные переходы. Такое определение корректно так, как отдельно от *CN*-сети составные компоненты не работают, реализация внутренней составляющей компоненты C_t произойдет лишь после выполнения входного условия для этой компоненты C_t. Формально составную компоненту C_t определим следующим образом.

Компонентой-переходом будем называть тройку $C_t = (N, U, V)$, где N – сеть Петри, $U \subseteq T$ – её начальные переходы, $V \subseteq T$ – заключительные переходы, причем множества начальных и заключительных переходов не пересекаются: $U \cap V = \varnothing$. Начальные и заключительные переходы не имеют соответственно входящих и исходящих дуг. При этом сама компонента C_t, как элемент *CN*-сети, имеет входящие и исходящие дуги.

Компонента-переход C_t, моделирующая некоторый однотипный процесс детальной модели исследуемой системы, как структурный элемент *CN*-сети, является событием и представляется переходом *CN*-сети. При мгновенном срабатывании компоненты C_t фишки из входных мест этого перехода перемещаются в выходные места, что соответствует совершению события в *CN*-сети. Компонента-переход C_t компонентной сети Петри сработает, если место (все места) *CN*-сети, являющиеся входными для компоненты C_t, получат фишки. Для *CN*-сети это срабатывание (реализация C_t) мгновенное. Нахождение же в активном состоянии для самой составной компоненты C_t начинается с запуска её начального перехода, если он единственный или всех её начальных переходов, если их больше одного. Завершение работы компоненты-перехода характеризуется срабатывание её заключительного перехода (всех заключительных переходов) компоненты C_t. Выделение компонент-переходов для верификации модели является благоприятным – начальная и финальная разметки компоненты C_t совпадают. Действительно, до того, как сработает начальный переход компоненты, он должен запуститься, в это момент фишка (фишки) еще не переместятся и разметка компоненты не изменится. Допущение противного влечет нарушение определения функционирования сетей Петри. При анализе компоненты-перехода получим систему линейных однородных диофантовых уравнений (СЛОДУ), что позволяет установить *T*- и *S*-инварианты составной компоненты-перехода.

Для эффективного выделения составной компоненты C_t в моделях сложных систем рассмотрение только вышеописанной возможности функционирования компонент-переходов недостаточно. Желательно обеспечить возможность запуска в компоненте-переходе не всех сразу внутренних переходов компоненты. На данный момент имеются предложения по расширению функционирования составной компоненты-перехода и для проверки этих возможностей рассматриваются реальные сложные системы.

2.4. Примеры *CN*-сетей с компонентами-переходами. На рис. 4, 5, 7 показаны компоненты-переходы для моделей, показанных на рис. 1, 6 и 8 соответственно.

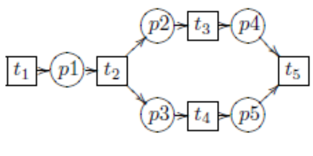


Рис. 4. Компонента-переход T_{**} в *CN*-сети с ингибиторными дугами (рис. 1)

Компонента-переход T_{**} (рис. 4) моделирует процесс взятия *i*-м философом правой вилки, приема пищи, возвращение левой, правой вилки, выхода философа из столовой.

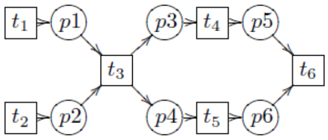


Рис. 5. Компонента-переход *CN*-сети, моделирующей задачу о пяти философах (рис. 6)

Указанная структура компоненты-перехода (рис. 5) отвечает компонентам-переходам t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10} модели *CN*-сети, показанной на рис. 6. Эти составные компоненты моделируют следующие действия отдельного *i*-го философа: философ берет левую вилку, берет правую вилку, ест, кладет левую вилку, кладет правую вилку, выходит из столовой. Переходы t_1 и t_2, а также t_3 и t_4 составной компоненты могут сработать независимо и одновременно.

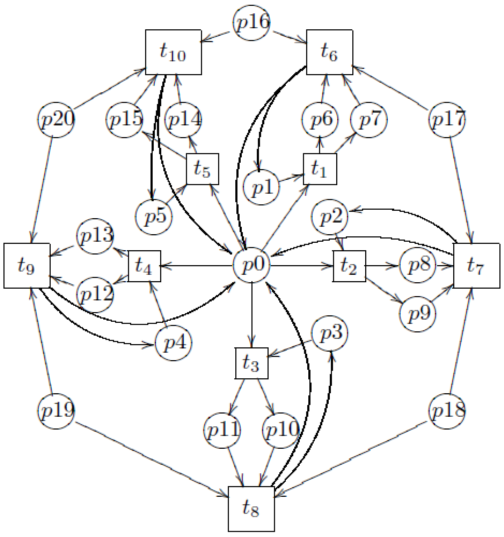
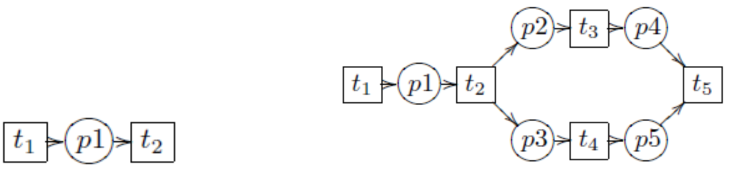


Рис. 6. *CN*-сеть, моделирующая задачу о пяти философах,

где t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10} – компоненты-переходы, моделирующие один и тот же процесс (рис. 5)



а б

Рис. 7. Компоненты-переходы: а – компонента-переход t_*;

б – компонента-переход t_{**} *CN*-сети с ингибиторными дугами (рис. 8)

Компонента-переход t_* (рис. 7, а) – первый тип компонент-переходов *CN*-сети, показанной на рис. 8, отражает процесс входа *i*-го философа в столовую и взятие им левого столового прибора. Второй тип компонент-переходов t_{**} (рис. 7, б) моделирует следующий процесс: *i*-й философ берет правую вилку, ест, кладет левую вилку, кладет правую вилку, выходит из столовой. Факт параллельности действий отображается параллельными ветвями сетей компонент (переходы t_3, t_4 могут сработать независимо и одновременно) и параллельными компонентами-переходами *CN*-сети (переходы t_* или переходы t_{**} могут сработать независимо и одновременно).

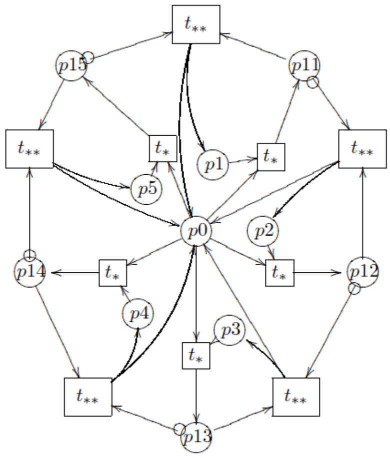


Рис. 8. *CN*- сеть с ингибиторными дугами, моделирующая задачу о пяти философах, где t_* и t_{**} компоненты-переходы (рис. 7)

Заключение

Основные проблемы, с которыми приходится сталкиваться при моделировании реальных сложных систем и объектов – размеры модели и адекватность полученной модели исследуемой системе. Сети Петри, являясь удобным средством детального моделирования и анализа таких систем, могут содержать сотни, а иногда и тысячи элементов, что делает анализ таких моделей практически неосуществимым. Компонентные сети Петри (*CN*-сети) за счет выделения однотипных составных компонент в детальной (базовой) сети Петри исследуемой системы позволяют значительно сократить размеры модели системы. При этом выполняемые *CN*-сетью функции вполне соответствуют функциям, выполняемым детальной моделью Петри. Составными компонентами *CN*-сети являются компоненты-места и компоненты-переходы. В работе даны формальные определения составных компонент *CN*-сети, рассмотрены вопросы конструирования, функционирования составных компонент и приведены примеры формирования возможных составных компонент на различных моделях задачи о пяти философах. При организации составных компонент основным критерием формирования таких структурных элементов было сохранение основополагающих правил функционирования сетей Петри. Возможности моделирования участков компонентной сети составной компонентой-местом шире возможностей составных компонент-переходов.

1. *Котов В.Е.* Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 157 с.
2. *Котов В.Е.* Алгебра регулярних сетей Петри // Кибернентика. – 1980. – № 5. – С. 10–18.
3. *Лук`янова О.О.* Про компонентне моделювання систем з паралелізмом // Наукові записки НаУКМА. Комп’ютерні науки. – 2012. – Т. 121
4. *Лукьянова Е.А.* О компонентном анализе параллельных распределенных систем // ТВИМ. – 2011. – № 2. – С. 71–81.
5. *Murata T.* Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. in "Proceedings of the IEEE". –1989. – Vol. 77, N 4. – P. 541–580.
6. *Крывый С.Л.* О некоторых методах решения и критериях совместности линейных диофантовых уравнений в области натуральных чисел // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 4. – С. 12–36.
7. *Крывый С.Л.* О вычислении минимального множества инвариантов сетей Петри // Штучний інтелект. – 2001. – № 3. – С. 199–206.