

## МЕТОД АВТОМАТИЧНОГО ПРОЕКТУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ СХЕМ РОЗКРОЮ РУЛОННИХ МАТЕРІАЛІВ НА ДЕТАЛІ ВЗУТТЯ

*В.І. Чупринка, О.В. Чебанюк*

Київський національний університет технологій та дизайну, 01011, вул. Н.-Данченка 2,  
тел.: 256 8465, [Chuprinka\\_V\\_I@ukr.net](mailto:Chuprinka_V_I@ukr.net)

Національний авіаційний університет, 03058, проспект Космонавта Комарова 1,  
тел.: 406 7641, [Elena.Chebanyuk@livenau.net](mailto:Elena.Chebanyuk@livenau.net)

Виділені основні структурні компоненти задачі автоматизованого проектування раціональних схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття із врахуванням комплектного виходу. Розроблено математичні моделі цих структурних компонент, за допомогою яких втілюються ефективні методи автоматичного проектування схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття.

The basic structural components of task automatic computer-aided design of effective cutting schemas of roll material on shoes details with taking into account packaged output are dedicated. The mathematical models of this structural components are represented. This models help to implement effective methods of automatic computer-aided design of cutting schemas roll material on shoes details.

Розробка та впровадження у виробництво методів автоматизованої побудови раціональних схем розкрою дозволяє ефективно використовувати матеріальні ресурси, зменшити відходи, витрати на їх утилізацію, і відповідно знизити шкідливий вплив виробництва на навколишнє середовище. Мінімізація відходів необхідна умова для зниження собівартості та матеріалоємності виробу, а відповідно і забезпечення його конкурентоспроможності.

### Критерії ефективності методів автоматичної побудови розкрійних схем

Розкрійні схеми, побудовані автоматично, мають задовольняти наступним вимогам:

- системне розміщення деталей на площині;
- високий відсоток використання матеріалу за рахунок мінімізації міжшаблонних та крайових відходів;
- комплектний вихід деталей.

Дотримання умови системного розміщення деталей на площині необхідно для збереження інформації про деталі та розкрійну схему у векторних файлах, наприклад, \*.dgt та \*.shm [1]. Відповідні файли оброблюються програмними модулями розкрійного обладнання при підготовки до операцій вирубки деталей.

Відомі методи автоматичної побудови розкрійних схем з укладок для одного [2] та двох типів деталей, що мають довільну конфігурацію зовнішніх контурів, за допомогою решітчастого розміщення на схемі [3]. Ці методи не враховують ні потребу в деталях ні величину крайових відходів. Методи автоматичної побудови розкрійних схем на основі секцій хоч і дозволяють суміщати різнотипні деталі (до трьох типів деталей), але теж не задовольняють умові комплектного виходу та не враховують величину крайових відходів [4].

Тому задача розробки методу автоматичної побудови раціональних схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття з урахуванням всіх вищеперерахованих вимог є актуальною.

### Постановка задачі автоматичної побудови розкрійних схем

*Технологічна постановка задачі:* на рулонному матеріалі обмеженої довжини розмістити заданий набір деталей взуття з урахуванням технологічних вимог (орієнтація деталей, міжшаблонний місток), щоб сумарна довжина використаного матеріалу була найменшою.

Виходячи з практики розкрою в легкій промисловості розглянемо таку *математичну постановку задачі:* на напівнескінченній смугі шириною  $Sh$  для заданого комплексу плоских геометричних об'єктів  $S_i$  та заданої кількості цих об'єктів  $N_i$ , де  $i=1..q$ , знайти набір таких областей (секцій  $S_k$ ) прямокутної форми  $\Omega_k$  розміром  $Sh \times Dls_k$ , ( $Dl_0 > Dl_{S_k} > 0$ )  $k=1..q$ , на яких будуть раціонально розміщені задані плоскі геометричні об'єкти  $S_i$  так, щоб сумарна довжина областей була найменшою.

У такій постановці ця задача має множину екстремумів.

Для оцінки ефективності розміщення плоских геометричних об'єктів на напівнескінченній смугі будемо розглядати дві підзадачі: „Секція” та „Схема”.

### Підзадача „Секція”

*Технологічна постановка задачі „Секція”:* Знайти таке системне розміщення деталей взуття на матеріалі прямокутної форми із шириною  $Sh$  для фіксованої орієнтації деталей, яке забезпечує максимальне значення показника використання матеріалу із врахуванням потреби в деталях та технологічних умов та обмежень.

*Математична постановка задачі „Секція”:* Дано область прямокутної форми довжиною  $Dl$  та шириною  $Sh$ ,  $N$  плоских геометричних об’єктів  $S$  площею  $|S|$ . Серед множини допустимих решітчастих розміщень плоских геометричних об’єктів  $S$  на прямокутній формі, враховуючи їх фіксовану орієнтацію на матеріалі  $S(\alpha)$  та  $S(\beta)$  (кути повороту деталей на матеріалі –  $\alpha$ ,  $\beta = \alpha + \pi$  відносно вихідного положення) та потребу в таких об’єктах знайти такий відсоток використання матеріалу –  $P^*$ , для якого виконується рівність:

$$P^* = \max_{i=1..r} P_i = \max_{i=1..r} \frac{(k_{1i} + k_{2i}) \cdot |S|}{Sh \cdot Dl_i} = \frac{(k_1^* + k_2^*) \cdot |S|}{Sh \cdot Dl^*}, \quad (1)$$

де  $k_{1i}$  – кількість плоских геометричних об’єктів  $S$ , повернутих на кут  $\alpha$  ( $S(\alpha)$ ) у  $i$ -й розкрійній схемі;

$k_{2i}$  – кількість плоских геометричних об’єктів  $S$ , повернутих на кут  $\beta = \alpha + \pi$  ( $S(\beta)$ ) у  $i$ -й розкрійній схемі;

$k_1^*$  – кількість плоских геометричних об’єктів  $S(\alpha)$  у розкрійній схемі  $P^*$ ;

$k_2^*$  – кількість плоских геометричних об’єктів  $S(\beta)$  у розкрійній схемі  $P^*$ .

**Примітка:** позначення з зірочкою – величина на оптимальній схемі розкрою, наприклад  $k_1^*$  – кількість плоских геометричних об’єктів  $S$ , повернутих на кут  $\alpha$  у розкрійній схемі з відсотком використання матеріалу  $P^*$ .

Враховуючи, що секції формуються з щільних укладок, які будуються на решітках, задача „Секція” може бути сформульована також наступним чином:

Серед множини допустимих решіток

$$W_i = W_i(\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{g}_i), \quad i = 1..k \quad (2)$$

плоских геометричних об’єктів  $S$  з площею  $|S|$  з фіксованою орієнтацією на матеріалі, знайти таку

$$W^* = W(\bar{a}_1^*, \bar{a}_2^*, \bar{g}^*), \quad (3)$$

для якої виконується рівність (1). У виразах (2) та (3) використовуються наступні позначення:

$\bar{a}_{1i}$  – вектор, що сполучає полюси найближчих однотипних деталей у одному ряду;

$\bar{a}_{2i}$  – вектор, що сполучає полюси найближчих однотипних деталей у сусідніх рядах;

$\bar{g}_i$  – вектор, що визначає зсув решіток. Для одинарних решіток цей вектор дорівнює нулю [3].

В задачі автоматизованого проектування секцій можна виділити наступні структурні компоненти:

1. Аналітичне представлення інформації про зовнішні контури розміщуваних деталей.
2. Параметри, що визначають положення деталі на площині.
3. Аналітичний опис умов взаємного неперетинну деталей у схемі розкрою.
4. Аналітичний опис системи суміщення деталей в схемі розкрою.
5. Аналітичне представлення сталого міжшаблонного містка між деталями.
6. Аналітичний опис конфігурації матеріалу із врахуванням його різноширинності.
7. Аналітичний опис умов неперетинну деталей з границею матеріалу.
8. Математичний опис множини допустимих розв’язків задачі.
9. Аналітичне представлення функції цілі.

Опис компонентів 1–5 розглядається у роботах [2, 3], які присвячені побудові найщільніших решітчастих укладок та раціональних схем розкрою. Зупинимося на оцінці ефективності компонентів 6–9 задачі „Секція” враховуючи те, що вони мають забезпечити адекватність, універсальність та економічність математичної моделі.

### **Аналітичний опис конфігурації матеріалу**

Виберемо на площині прямокутну координатну систему  $XOY$ . В початок координат помістимо лівий нижній кут матеріалу. Нехай рулонний матеріал має довжину  $Dl$  та ширину  $Sh$ . Так як рулонний матеріал представляє собою прямокутник, то його конфігурація матеріалу описується наступною системою нерівностей:

$$\Omega : \begin{cases} 0 \leq x \leq Dl \\ 0 \leq y \leq Sh \end{cases}$$

Враховуючи різноширинність матеріалу  $\sigma$  конфігурацію матеріалу можна представити наступним чином:

$$\Omega : \begin{cases} 0 \leq x \leq Dl \\ \frac{\sigma}{2} \leq y \leq Sh - \frac{\sigma}{2} \end{cases}.$$

Ввівши коефіцієнт  $p$ , можна записати загальний вигляд виразу для конфігурації матеріалу.

$$\Omega : \begin{cases} 0 \leq x \leq Dl \\ p \frac{\sigma}{2} \leq y \leq Sh - p \frac{\sigma}{2} \end{cases},$$

де  $p=0$ , коли не потрібно враховувати різноширинність матеріалу та  $p=1$ , коли вона враховується.

### Аналітичний опис умов неперетинну деталей з границею матеріалу

Для того, щоб деталь розміщувати на матеріалі, потрібно, щоб полюс  $P_k (Xp^k, Yp^k)$  деталі  $S$  (будь-яка фіксована точка на деталі) лежав на матеріалі, тобто  $P_k \in \Omega$  або

$$\begin{cases} 0 \leq Xp^k \leq Dl, \\ p \frac{\sigma}{2} \leq Yp^k \leq Sh - p \frac{\sigma}{2} \end{cases} \quad (4)$$

Для представлення умов розміщення деталей на матеріалі потрібно виключити із множини деталей, що задовольняють нерівності (4) ті, які виходять за межі матеріалу. Для цього необхідна інформація, на якій відстані від краю матеріалу може розміщуватись полюс деталі.

Для опису аналітичних умов розміщення деталі на матеріалі введемо поняття – опорна пряма та опорна функція.

Пряма  $h$  називається опорною прямою для деталі  $S$ , якщо вона є дотичною до зовнішнього контуру деталі (рис. 1). Зв'яжемо з полюсом деталі систему координат  $X_1O_1Y_1$ . Довжина перпендикуляра, що сполучає полюс деталі  $O_1$  та опорну пряму  $h$  буде значенням опорної функції  $H(\varphi)$  для кута  $\varphi$ . Відрізок  $O_1T$  утворює з віссю  $O_1X_1$  кут  $\varphi_1$  (рис. 1). Тобто, опорна функція  $H(\varphi)$  ставить у відповідність відстань від опорної прямої до полюса деталі кута  $\varphi_1$ , який утворює нормаль до опорної прямої з віссю  $O_1X_1$ .

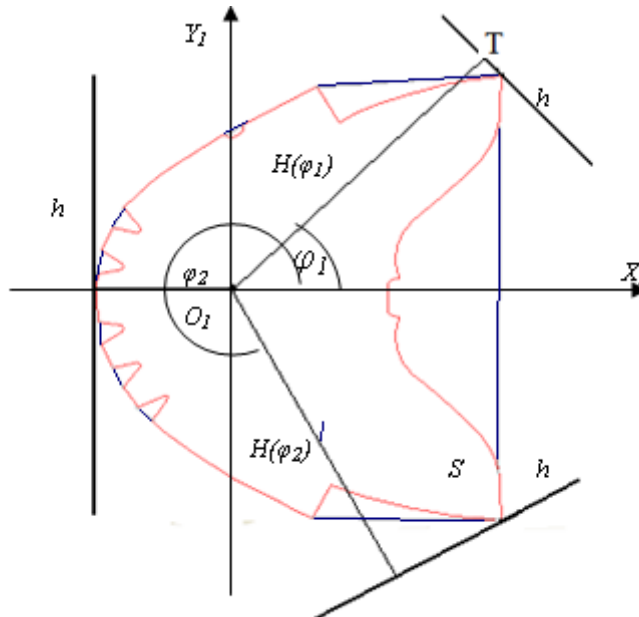


Рис. 1. Опорна пряма

При побудові опорної функції  $H(\varphi)$  використовується той факт, що опорна функція для будь-якого плоского геометричного об'єкта збігається з опорною функцією його опуклої оболонки.

Тобто опорна функція несе в собі інформацію про те, на якій мінімальній відстані від границі області  $\Omega$  у напрямку кута  $\varphi$  може знаходитися полюс деталі, щоб можна було гарантувати її розміщення в області  $\Omega$ .

У термінах опорної функції запишемо умови неперетинну плоского геометричного об'єкта  $S$ , що повернутий на кут  $\varphi$  щодо свого основного положення, з матеріалом.

$$\begin{cases} H(\pi + \varphi) \leq Xp^k \leq Dl - H(\varphi), \\ p \frac{\sigma}{2} + H(\frac{\pi}{2} + \varphi) \leq Yp^k \leq Sh - p \frac{\sigma}{2} - H(\frac{3\pi}{2} + \varphi) \end{cases} \quad (5)$$

### Математичний опис множини допустимих розв'язків задачі „Секція”

Серед множини допустимих решіток, які побудовані для деталей  $S(\alpha)$  та  $S(\beta)$ , знайти ту, яка забезпечить виконання умови (1).

Так як ширина матеріалу  $Sh$  та площі деталей, що входять до секції  $|S|$  є величинами постійними, то функція цілі  $P_i$  є функція від кількості деталей  $k_{1i}$  та  $k_{2i}$  у  $i$ -й розкрійній схемі. Для деталей  $S(\alpha)$  та  $S(\beta)$  у розкрійній схемі і довжини секції  $Dl_i$ , тобто  $P_i=f(k_{1i}, k_{2i}, Dl_i)$  функція цілі запишеться наступним чином:

$$|S_{\Sigma}| = \Psi(k_{1i}, k_{2i}, Dl_i) = (k_{1i} + k_{2i}) / Dl_i.$$

Нехай секція для деталей  $S(\alpha)$  та  $S(\beta)$ , побудована за допомогою подвійної решітки  $W = W(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g})$ .

Тоді  $S_{\Sigma}$  є функціоналом, що залежить від параметрів решітки  $W$ , за якою побудована секція, кутів повороту  $\alpha$  та  $\beta$  деталі  $S$ , та довжини секції  $Dl_i$ . Тоді

$$S_{\Sigma} = \max_{i=1..q} ((N_{\Omega}^{(1)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \alpha) + N_{\Omega}^{(2)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \beta)) / Dl_i), \quad (6)$$

де  $N_{\Omega}^{(1)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \alpha)$ ,  $N_{\Omega}^{(2)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \beta)$  – функціонали, значення яких дорівнюють відповідно кількості деталей  $S(\alpha)$  та  $S(\beta)$ , розташованих в області  $\Omega$ . За визначенням  $N_{\Omega}^{(1)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \alpha)$  та  $N_{\Omega}^{(2)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \beta)$  є цілочисельною кусково-сталою функцією.

### Аналітичне представлення функції цілі задачі „Секція”

Розглянемо процедуру підрахунку значень  $S_{\Sigma}$ . Використаємо функцію  $sign(x)$

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \geq 0 \\ -1, & \text{якщо } x < 0 \end{cases}.$$

Змінні компоненти функції цілі можна записати в такому вигляді:

$$N_{\Omega}^{(1)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \alpha) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} (1 + sign(x'_{nm} - H(\alpha + \pi))) \cdot (1 + sign(Dl - H(\alpha) - x'_{nm})) \cdot \left(1 + sign(y'_{nm} - H(\alpha + \frac{3}{2}\pi))\right) \cdot \left(1 + sign(Sh - H(\alpha + \frac{\pi}{2}) - y'_{nm})\right). \quad (7)$$

$$N_{\Omega}^{(2)}(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{g}, \beta) = \frac{1}{16} \sum_{n,m} (1 + sign(x''_{nm} - H(\beta + \pi))) \cdot (1 + sign(Dl - H(\beta) - x''_{nm})) \cdot \left(1 + sign(y''_{nm} - H(\beta + \frac{3}{2}\pi))\right) \cdot \left(1 + sign(Sh - H(\alpha + \frac{\pi}{2}) - y''_{nm})\right), \quad (8)$$

де

$$\begin{cases} x'_{nm} = na_{1x} + ma_{2x}, \\ y'_{nm} = na_{1y} + ma_{2y}, \\ x''_{nm} = na_{1x} + ma_{2x} + g_x, \\ y''_{nm} = na_{1y} + ma_{2y} + g_y. \end{cases} \quad (9)$$

Підставивши вирази (7) – (9) в (6) отримаємо аналітичний вираз для функції цілі при побудові секції.

### Підзадача „Схема”

*Технологічна постановка задачі „Схема”* Знайти таку послідовність секцій, при щільному суміщенні яких утворена схема матиме найменшу довжину.

*Математична постановка задачі „Схема”* Для всієї множини перестановок  $\mu=[\hat{S}1, \hat{S}2... \hat{S}q]$  секцій  $\hat{S}_k$ ,  $k=1..q$  знайти таку  $\mu^*$ , при якій їх щільне суміщенні утворить схему найменшої довжини  $L^*$ , тобто  $L^* = L(\mu^*) = \min_{\mu} (L(\mu))$ .

### Математична модель задачі „Схема”

Виділимо два основні компоненти у цій задачі, а саме: щільне суміщення двох секцій та пошук оптимальної перестановки секцій.

*Задача „Щільне суміщення двох секцій”* При побудові розкрійної схеми секції суміщаються як описані навколо них прямокутники. А це не завжди забезпечує їх щільне суміщення (рис. 2). Нехай довжина  $i$ -ї секції дорівнює  $Dl_{-s_i}$ , координати полюсів деталей, що розміщені в цій секції  $-Xp_k^i = Xp_k^i + Dl_{-s_j}$ , де  $k=1..n(i)$  (координати полюсів деталей без врахування можливості щільного суміщення розкладок). Для щільного суміщення  $j$ -ї та  $i$ -ї секцій необхідно знайти нові координати полюсів деталей.

Для щільного суміщення розкладок необхідно знайти праву границю  $j$ -ї секції та ліву границю  $i$ -ї секції після попереднього суміщення.

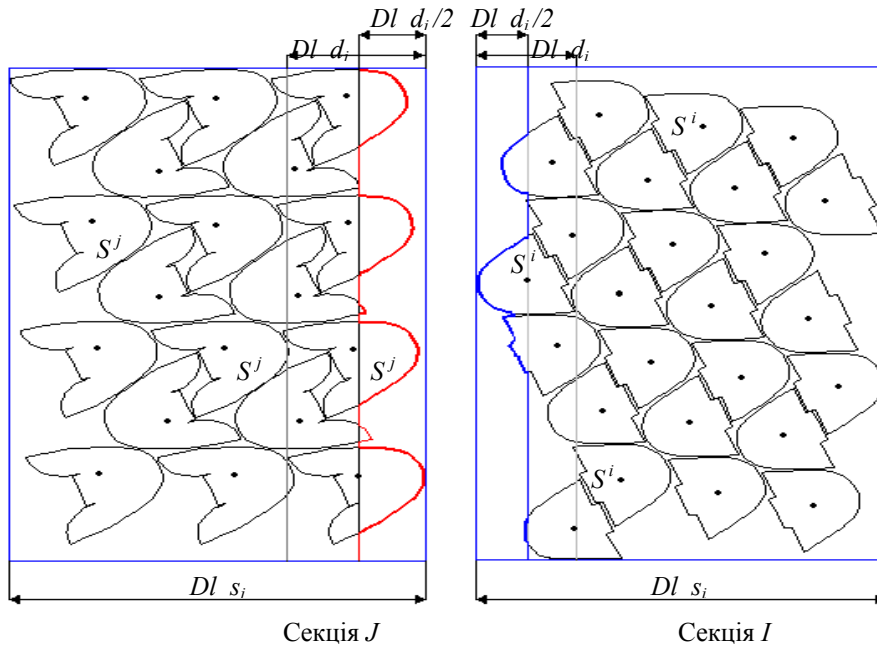


Рис. 2. Секції  $J$  та  $I$  до суміщення

Права границя деталі  $G_j^R$   $j$ -ї секції складається з контурів деталей, які знаходяться праворуч від опорної прямої, що проведена від правого краю на відстані  $Dl_{d_j}/2$  паралельно вісі  $OY$ , де  $Dl_{d_j}$  – довжина прямокутника, який описаний навколо деталі  $S_j$  (рис. 2). Сторони цього прямокутника паралельні сторонам  $j$ -ї секції. Права границя  $j$ -ї секції складається із всіх правих границь  $G_{jt}^R$ ,  $t=1..t_R$  деталей, для яких виконується нерівність  $Xp_k^j \geq Dl_{s_j} - Dl_{d_j}$ , де  $Dl_{s_j}$  – довжина  $j$ -ї секції (рис. 3) і являє собою об'єднання лівих границь деталей  $S_i$   $G_i^L = \bigcup_{t=1}^{t_i} G_{it}^L$ .

Відповідно ліва границя деталі  $G_i^L$  складається з контурів деталей, які знаходяться ліворуч від опорної прямої, що проведена від лівого краю  $i$ -ї секції на відстані  $Dl_{d_i}/2$  паралельно вісі  $OY$ , де  $Dl_{d_i}$  – довжина прямокутника, який описаний навколо деталі  $S_i$  (рис. 2). Сторони прямокутника паралельні сторонам  $i$ -ї секції. Ліва границя  $i$ -ї секції складається із лівих границь деталей  $G_{it}^L$ ,  $t=1..t_L$ , для яких виконується нерівність  $Xp_k^i \leq Dl_{d_i}$  (рис. 3). Аналогічно праву границю  $G_j^R$  для  $j$ -ї розкладки можна представити як об'єднання правих границь деталей  $S_j$ , тобто  $G_i^R = \bigcup_{t=1}^{t_{ri}} G_{it}^R$ .

Праві та ліві границі секцій являють собою ломані лінії.

Для щільного суміщення  $j$ -ї та  $i$ -ї секції необхідно щільно сумістити праву границю  $j$ -ї секції та ліву границю  $i$ -ї секції (рис. 3) Для цього виконаємо наступні дії:

1. Виділимо ліву границю  $G_{it}^L$ ,  $t=1..t_L$  для кожної із деталей  $S_i$   $i$ -ї розкладки, координати полюсів яких задовольняють наступній умові:  $Xp_k^i \leq Dl_{d_i}$ .

2. Виділимо праву границю  $G_{jt}^R$ ,  $t=1..t_R$  для кожної із деталей  $S_j$   $j$ -ї секції, координати полюсів яких задовольняють наступній умові:  $Xp_k^j \geq Dl_{s_j} - Dl_{d_j}$ .

3. Проведемо з кожної вершини правої границі  $j$ -ї секції (лівої границі  $i$ -ї секції) пряму, паралельну вісі  $OX$  до перетину з лівою границею  $G_i^L$   $i$ -ї секції (правою границею  $G_j^R$   $j$ -ї секції) та знайдемо найменший із утворених відрізків  $\delta^1$  ( $\delta^2$ ). Знайдемо  $\delta_{ij} = \min(\delta^1, \delta^2)$ , де  $\delta^1 = \min_{k=1..k_L}(\delta_k^1)$  та  $\delta^2 = \min_{k=1..k_{RL}}(\delta_k^2)$ .

Знайдена відстань  $\delta_{ij}$  буде тією величиною, на яку потрібно зсунути  $i$ -ю секцію, щоб вона щільно сумістилася із  $j$ -ю секцією (рис. 3). Тоді координати полюсів деталей в  $i$ -ї секції після щільного суміщення із  $j$ -ю секцією можна визначити наступним чином:

$$Xp\_нов^i_k = Xp^i_k + Dl\_s_j - \delta_{ij} \text{ та } Yp\_нов^i_k = Yp^i_k, \text{ де } \kappa=L..h_i.$$

Дві секції  $\hat{S}^i$  та  $\hat{S}^j$  щільно суміщаються на величину  $\delta_{ij}$ , якщо секція  $\hat{S}^i$  знаходиться ліворуч, а секція  $\hat{S}^j$  – праворуч.

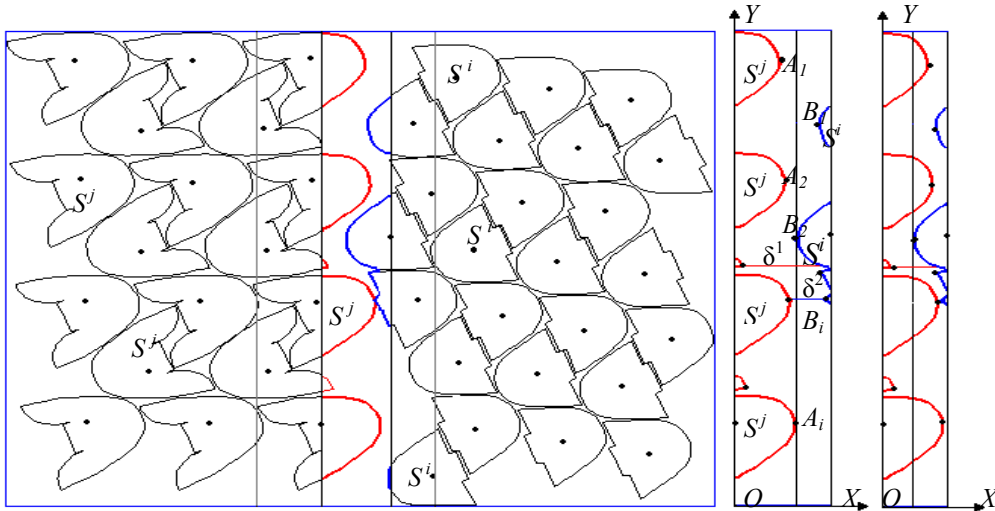


Рис. 3. Секції  $J$  та  $I$  після суміщення

### Задача „Пошук оптимальної перестановки секцій”

Серед всіх можливих перестановок секцій визначити таку, яка дозволить побудувати схему мінімальної довжини, тобто:

$$L = \sum_{i=1}^q Dl\_s_i - \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \delta_{ij} \cdot x_{ij} \tag{10}$$

при наступних обмеженнях:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^q x_{ij} = 1, \\ \sum_{j=1}^q x_{ij} = 1, \\ x = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}. \end{cases} \tag{11}$$

В результаті вирішення цієї задачі отримаємо порядок суміщення секцій у розкрійній схемі, який при щільному розміщенні секцій забезпечить мінімальну довжину розкрійної схеми. Цю задачу можна звести до задачі комівояжера. Введемо наступні позначення:

$$L_0 = \sum_{i=1}^q Dl\_s_i$$

$$\text{Тоді } L_k = \sum_{i=1}^q Dl\_s_i - \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \delta_{ij} \cdot x_{ij} = L_0 - \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \delta_{ij} \cdot x_{ij} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \left( \frac{L_0}{q} - \delta_{ij} \right) \cdot x_{ij} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \chi_{ij} \cdot x_{ij},$$

$$\text{де } \chi_{ij} = \frac{L_0}{q} - \delta_{ij}.$$

Після цього математичну модель задачі можна представити наступним чином:

$$L_k^* = \min_{\mu} (L_k) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \chi_{ij} \cdot x_{ij} \tag{12}$$

при обмеженнях (11).

Таким чином, задача пошуку мінімального маршруту який проходить через усі секції від визначеної секції  $\hat{S}^k$ , зводиться до операції суміщення за довжиною всіх секцій та пошуку найщільнішого їх положення. Результатом буде оптимальний маршрут  $\mu_k^*$ , який починається із секції  $\hat{S}^k$ ,  $\kappa=L..q$  та проходить через усі секції комплекту.

При визначенні оптимального маршруту  $\mu_k^*$ , для секції  $S_k$ ,  $k=1..q$ , вважаючи, що  $\chi_{pk} = \max_{i,j=1..q} (\chi_{ij})$ ,  $p=1,2..k-1$  та  $\chi_{ii}, i=1..q$  – наперед задане велике число, наприклад,  $\chi_{ii} = 999 \cdot \max_{i,j=1..q} (\chi_{ij})$ . Серед локально оптимальних маршрутів  $\mu_k^*$  визначається такий  $\mu^*$ , для якого виконується рівність (12).

На основі математичних моделей, запропонованих у статті, розроблено ефективне програмне забезпечення для автоматизованого проектування схем розкрою рулонних матеріалів на деталі взуття, що дозволяє щільно суміщати секції, враховуючи потребу в деталях. Приклад побудованої розкрійної схеми в автоматизованому режимі представлений на рис. 4.

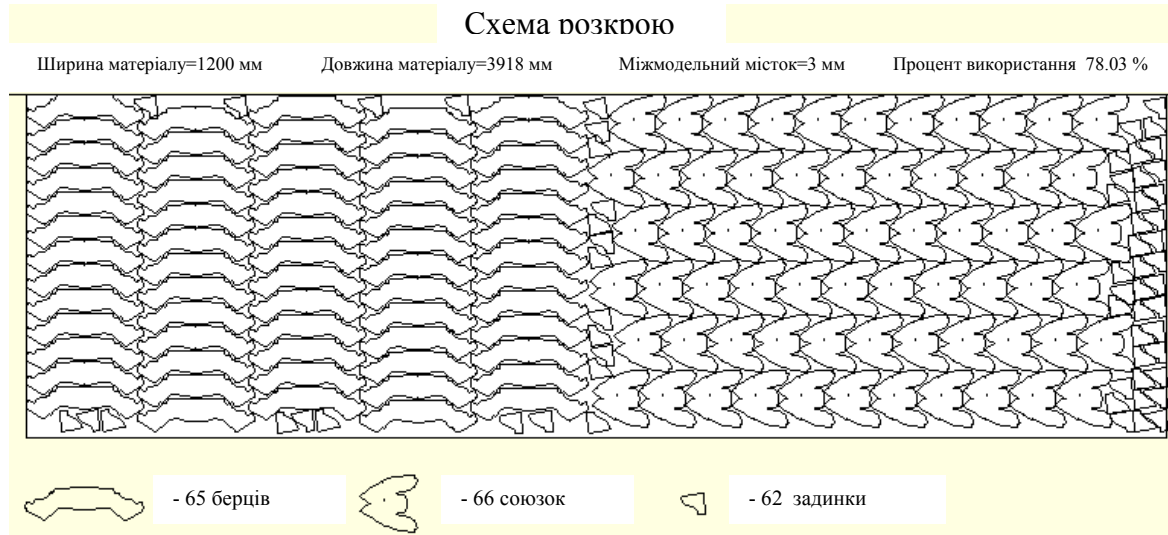


Рис. 4. Приклад побудованої розкрійної схеми в автоматизованому режимі

## Висновки

На відміну від відомих методів автоматичної побудови розкрійних схем на основі щільних укладок для одного та двох типів деталей [2, 3] та секції, запропонований метод дозволяє, враховуючи різноширинність матеріалу, комбінувати секції за довжиною та зменшувати крайові відходи.

Представлені в статті методи, алгоритми, функції цілі, та аналіз виділених структурних компонент задачі «Автоматична побудова розкрійних схем рулонних матеріалів» можна використовувати при розробки нових та удосконаленні наступних CAD компонентів.

1. Використовуючи математичну модель задачі „Пошук оптимальної перестановки секцій” розробити метод суміщення секцій, що представлені довільними многокутниками. Це дозволить підвищити відсоток використання матеріалу на розкрійній схемі.

2. Спираючись на властивості опорної функції та аналітичний опис матеріалу виконати автоматичне розміщення деталей на областях матеріалу, що належать до крайових відходів, замість інтерактивного докроювання. Це дозволить зберегти час та позбутися людського фактору, необхідності використовувати CAD компоненти контролю дій користувача при інтерактивному коригуванні розкрійних схем.

3. Виділення структурних складових задачі «Автоматична побудова розкрійних схем для виробів взуття та шкіргалантереї» дозволить застосувати компонентний підхід до розробки нового та удосконалення існуючого програмного забезпечення.

4. Використовувати запропоновані математичні моделі при оцінці ефективності існуючих та розробки нових методів побудови розкрійної схеми з урахуванням потреби в деталях (дотримання умови комплектного виходу).

1. *Омельченко П.В, Коновал В.П., Чупринка В.І.* Автоматизована підготовка інформації про контури деталей шкіргалантерейних виробів // Вісник КНУТД –К.: КНУТД. – 2004. – № 4. – С. 138–142.
2. *Фесенко А.Г.* Методи и алгоритмы наиболее плотнейшей решетчатой укладки плоских объектов / Автореф... канд. физ.-мат. наук.– Киев, 1981.– 24 с.
3. *Чупринка В.І., Чебанюк О.В.* Метод програмного проектування найщільніших решітчастих укладок // Проблеми програмування. – 2010, – № 2-3. – С. 629–635.
4. *Чупринка В.І., Хоменко О.О., Світунова Л.Т.* Комплексний підхід до розв’язання задачі щільного розміщення об’єктів складної форми // Проблеми програмування. – 2010. – № 2-3. – С. 621–628.