

ПРОБЛЕМА ФОРМУВАННЯ УГРУПУВАНЬ АГЕНТІВ У ЗАДАЧАХ ПЕРЕСЛІДУВАННЯ/УТІКАННЯ НА ПЛОЩИНІ

Досліджуються особливості задачі формування угруповань агентів. Виконується постановка задачі формування угруповань, на основі якої пропонуються та досліджуються два методи (метод перебору та евристичний метод) рішення цієї задачі. Обґрунтовується можливість використання розроблених методів для рішення задач про призначення.

Вступ

Проблема формування угруповань (коаліцій) агентів – це невід’ємна складова загальновідомої проблеми, що отримала назву *coalition structure generation problem* (CSGP). Можна стверджувати, що в цілому теоретичні підвалини CSGP сформовані та досліджувались в рамках вирішення розподільчих задач (у тому числі транспортних задач та задач про призначення). За останні роки дослідження CSGP отримали потужного розвитку завдяки задачам, вирішуваним у рамках теорії ігор та мульти-агентного підходу.

В даній статті CSGP розглядається з точки зору проблематики мультиагентного підходу. Відомо [1], що в загальному випадку формування коаліцій агентів відбувається в результаті проведення переговорів між ними з метою підвищення ефективності рішення деякої складної задачі за рахунок кооперації дій агентів (при цьому ефективність визначається в термінах вирішуваної задачі). Як правило, такі коаліції агентів можуть бути сформовані в довільний момент часу, функціонують на протязі короткого проміжку часу і далеко не завжди вимоги до їх формування відповідають вимогам оптимальності.

На відміну від цього, в нашому випадку [2] угруповання агентів формуються до початку процесу переслідування/утікання, функціонують на протязі всього часу цього процесу (тобто довгостроково) і мають відповідати вимогам оптимальності щодо їх формування. Як показано в [2], за результатами переговорів агенти можуть переходити з групи в групу, але такі переходи можуть відбутися вже в процесі переслідування. Для підкреслення таких роз-

біжностей ми використовуємо термін «угруповання» (або «група»), а не «коаліція» агентів, хоча у всіх інших аспектах розгляду ці терміни ідентичні за змістом.

Сутність задачі формування угруповань агентів полягає у наступному. Існує n переслідувачів та m утікачів (де $n \geq m$). Треба сформувати m оптимальних угруповань (що не перетинаються) агентів-переслідувачів, необхідних і достатніх для захоплення всіх агентів-утікачів. Як показано в [3], дана задача є NP-важкою у сильному смислі.

Слід відзначити, що загальна проблема переслідування/утікання на площині – це об’єкт досліджень теорії диференціальних ігор [4]. При цьому, хоча в рамках даної теорії вживається термін «наряд», що є аналогом використовуваного нами терміну «угруповання», в ній явно не ставиться питання формування множин оптимальних нарядів щодо захоплення всіх утікачів.

З цього випливає, що досліджувана нами задача це нова задача в проблематиці CSGP і для її вирішення необхідно розробляти відповідні математичні методи. Очевидно, що задача формування оптимальних угруповань агентів належить до класу задач цілочисельного лінійного програмування і її можна розглядати як окремий різновид розподільчої задачі [5].

1. Постановка задачі формування оптимальних угруповань агентів

Постановка задачі ґрунтується на двох передумовах:

1) розподіл переслідувачів по групах має бути рівномірним;

2) цільова функція – це мінімізація по всіх групах максимального часу захоплення переслідувачами, що належать окремій групі, відповідного утікача, за умови, що швидкість кожного переслідувача у групі більше швидкості утікача.

Детальніше розглянемо названі передумови. Рівномірний розподіл по групах орієнтований на гарантування умов захоплення кожного з утікачів. У тому випадку, якщо рівномірний розподіл неможливий (якщо кількість переслідувачів по групах не є однаковою), то більша кількість надається групі (групам), націлених на утікача, час захоплення якого більший у порівнянні з іншими утікачами.

Для визначення максимального часу захоплення переслідувачами утікача розглянемо приклад (див. рис. 1). Нехай на початку процесу переслідування утікач E та переслідувач P розташовані у місцях, показаних на рис. 1. Утікач E рухається зі швидкістю v_E , а переслідувач P – зі швидкістю v_P , причому $v_P > v_E$. Як ми показали в [6], оптимальним напрямом руху утікача в даному випадку буде напрям, що задається променем,

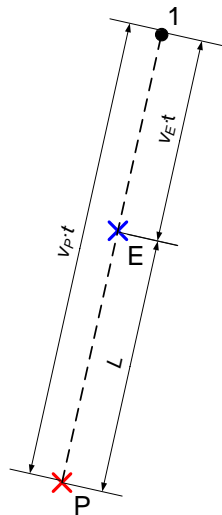


Рис. 1. Приклад

направленим від переслідувача P до цього утікача (будь-який інший напрям руху утікача E призведе до його більш скорішого захоплення). Переслідувач P для захоплення утікача E буде рухатись безпосередньо за ним. Припустимо, що захоплення утікача відбудеться у точці 1 за час t з моменту одночасного початку руху утікача та переслідувача. З рисунку легко помітити, що максимально можливий час t захоплення переслідувачем P утікача E визначається за допомогою виразу:

$$t = \frac{L}{v_P - v_E}. \quad (1)$$

Виходячи з наведених передумов виконаємо постановку задачі формування оптимальних угруповань агентів.

Нехай задано n ($n > 0$) переслідувачів та m ($m > 0$) утікачів, де $n \geq m$. Максимальний час, необхідний для захоплення j -тим переслідувачем (де $j = 1, 2, \dots, n$) i -того утікача (де $i = 1, 2, \dots, m$), визначений для випадків, коли швидкості $v_j > v_i$, відомий (див. (1)) і дорівнює t_{ij} ($t_{ij} > 0$).

Введемо булівську змінну x_{ij} , що дорівнює 1, якщо j -тий агент переслідує i -того утікача, і 0 – в протилежному випадку. З метою мінімізації загального максимального часу захоплення всіх m утікачів необхідно вирішити задачу оптимізації:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} t_{ij} &\rightarrow \min; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= k_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ x_{ij} &\in \{0, 1\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Як ми показали вище, k_i є наперед задані числа, що характеризують розподіл переслідувачів по групах, причому $\sum_{i=1}^m k_i = n$.

2. Метод перебору з формування оптимальних угруповань агентів

Метод перебору з формування оптимальних угруповань агентів заснований на генерації всіх можливих комбінацій різних сполучень m груп таких, що за складом кожна i -та група ($i = 1, 2, \dots, m$) міститиме k_i переслідувачів (де кількість переслідувачів у групах визначається у відповідності до передумови 1 (див. розділ 1 статті)) і кожний переслідувач у i -тій групі матиме швидкість, більшу ніж швидкість i -того утікача, та вибору такого сполучення груп, при якому загальний час захоплення всіх утікачів буде мінімальним.

Зазначимо, що в найгіршому випадку кількість комбінацій сполучень (КС), яка буде сформована за допомогою цього метода, складає

$$КС = \frac{n!}{\prod_{i=1}^m k_i!},$$

де n – загальна кількість переслідувачів,

m – загальна кількість утворюваних груп (збігається з загальною кількістю утікачів), k_i – кількість переслідувачів в i -тій групі (де $i = 1, 2, \dots, m$). Ця оцінка в точності виконується у тому випадку, якщо всі переслідувачі у кожній групі мають швидкості вище, ніж швидкість утікача, віднесеного до тієї ж групи.

Очевидно, що даний метод є неефективним оскільки має високу обчислювальну складність. Наприклад, якщо задано лише 12 переслідувачів та 6 утікачів, то загальна кількість комбінацій, що буде сформовано за даним методом, складатиме майже 40 млн. варіантів.

З цього випливає необхідність розробки евристичного методу рішення задачі формування угруповань агентів, який би мав низьку обчислювальну складність та давав рішення, близькі до оптимальних.

Зазначимо, що доцільність розробки та реалізації методу перебору продиктована необхідністю отримання еталонних оптимальних рішень щодо формування угруповань агентів задля їх порівняння з результатами роботи запропонованого нами евристичного методу (див. розділ 3 статті).

3. Евристичний метод формування угруповань агентів

Метод передбачає, що на початку процесу формування угруповань відомо: кількість n ($n > 0$) переслідувачів; кількість m ($m > 0$) утікачів (як наслідок, відома кількість утворюваних груп); координати точок розташування та поточна швидкість кожного переслідувача P_j ($j = 1, 2, \dots, n$) та утікача E_i ($i = 1, 2, \dots, m$); кількість переслідувачів у кожній групі.

Сутність метода полягає у виконанні наступних чотирьох кроків.

Крок 1. Побудова матриці максимального часу захоплення. Для кожної пари $P_j - E_i$ у відповідності із виразом (1) визначається максимальний час захоплення утікача E_i . На основі отриманих даних (часових одиниць (ч.од.)) будується матриця $n \times m$, рядки якої містять відповідні дані по переслідувачам, а стовбці – по утікачам.

Крок 2. Ранжирування рядків мат-

риці. В кожному рядку матриці знаходиться максимальний за значенням ч.од. елемент та виконується нумерація рядків у порядку зменшення таких значень.

Крок 3. Побудова опорного плану задачі формування угруповань агентів відбувається шляхом послідовного аналізу рядків за порядком, визначеним на кроці 2. При цьому в кожному аналізованому рядку вибирається мінімальний елемент та перевіряється стан групи, що відповідає утікачу, ідентифікатор якого розташований у заголовку стовпця, в котрому міститься вибраний елемент. Якщо кількість раніше вибраних елементів менше кількості запланованих переслідувачів у аналізованій групі, то ідентифікатор переслідувача додається до складу групи. В супротивному випадку в аналізованому рядку вибирається наступний мінімальний елемент і виконується перевірка стану відповідної групи. Крок 3 повторюється до тих пір, доки не будуть сформовані всі групи.

Крок 4. Формування угруповань агентів. На цьому кроці виконується коректування опорного плану, сформованого на кроці 3. Для цього послідовно попарно аналізуються (зліва направо) всі можливі сполучення стовпців. У процесі аналізу в таких стовпцях послідовно вибираються по одному елементу з елементів, доданих до складу груп на кроці 3 (або замінені на кроці 4 – див. далі), до яких знаходяться їх асоційовані елементи. Сутність асоційованого елементу полягає у наступному. Припустимо, що в стовпцях i та j (де $i, j = 1, 2, \dots, m; i \neq j$) вибрано елементи, що належать відповідно рядкам k та r (де $k, r = 1, 2, \dots, n; k \neq r$); перший елемент буде позначатися як P_{ik} , а другий – як P_{jr} . Тоді елемент, асоційований першому елементу, буде позначатися як P_{jk} , а другому – як P_{ir} . Якщо сума значень асоційованих елементів буде менше суми значень вибраних елементів (тобто, якщо $P_{jk} + P_{ir} < P_{ik} + P_{jr}$), то у i -тій групі елемент P_{ik} буде замінено на елемент P_{ir} , а у j -тій групі елемент P_{jr} – на елемент P_{jk} ; в іншому випадку стан цих груп залишиться незмінним. Процес аналізу стовпців продовжуватиметься до тих пір, поки не бу-

дуть таким же чином розглянуті всі комбінації елементів, вибраних на кроці 3 (або доданих на кроці 4). У випадку, якщо у складі груп відбулися зміни, то описаний процес аналізу повторюється для всіх стовпців. Виконання кроку 4 триватиме до тих пір, поки у склад груп вже буде неможливо внести якісь зміни.

Даний евристичний метод отримав назву **метода мінімальних перестановок (МП-метод)** завдяки своїм відмітним властивостям: на кроці 4 виконуються *перестановки* елементів і при цьому розглядається *мінімальна* їх кількість, а саме

тільки ті з них, що були додані до складу груп у процесі формування опорного плану (на кроці 3) або замінені на кроці 4.

Для демонстрації роботи МП-метода розглянемо приклад (див. рис. 2). Нехай задано 5 утікачів та 11 переслідувачів. Розподіл по групах здійснено наступним чином (ідентифікатор утікача – кількість переслідувачів): 10ЧРВ – 3; 11ЧРВ – 2; 12ЧРВ – 2; 19ЧРВ – 2; 20ЧРВ – 2. Результати виконання кроків 1–3 методу наведені в табл.1, де в рядках значення максимальних елементів (в ч.од.) викреслені, а мінімальних – показані в прямокутниках.

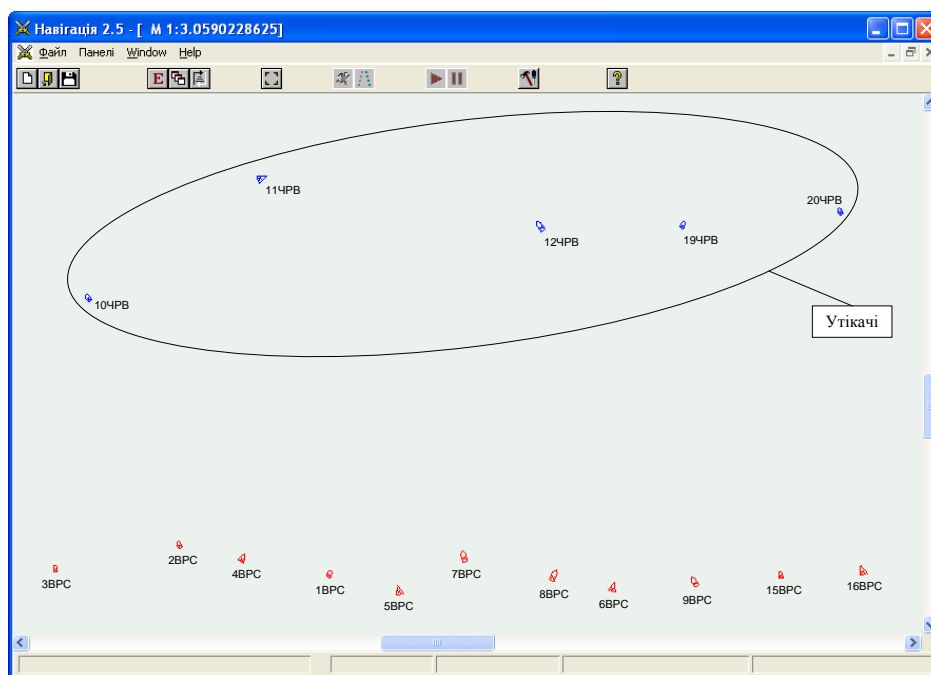


Рис. 2. Приклад розташування агентів на площині

Таблиця 1

Е Р	20ЧРВ	19ЧРВ	12ЧРВ	11ЧРВ	10ЧРВ	№ п/п
3ВРС	501.0327	345.4408	576.5754	213.3359	99.3058	6
2ВРС	429.6858	287.5740	467.0366	181.8730	95.4958	7
6ВРС	426.5303	268.0972	1064.2049	393.3504	288.4397	3
8ВРС	451.1424	272.3915	1016.2834	360.6651	261.1377	4
1ВРС	455.5799	288.0795	592.1700	234.0547	151.2320	5
4ВРС	335.5805	229.2313	325.9452	158.4404	97.1609	9
16ВРС	349.0485	284.3850	1364.8813	525.1277	397.0915	1
15ВРС	356.6386	264.5223	1223.7569	477.8088	360.4659	2
5ВРС	281.3778	191.3536	283.7464	181.6607	137.7018	10
9ВРС	230.9404	172.9960	373.8740	289.0887	243.0238	8
7ВРС	212.0029	144.0604	197.3407	157.4625	132.4870	11

В табл. 2 наведені результати виконання кроку 4. Для опису результатів роботи методу прийнято наступні умовні позначення. Символами $\leftarrow N$ позначено напрям (\leftarrow) та номер по порядку (N) виконаної перестановки. Комірці таблиці, які містять елементи, відкинуті в ході виконання кроку 4, перекреслені хрест-навхрест.

Як випливає з табл. 2, в процесі виконання кроку 4 відбулося п'ять перестановок. Розглянемо їх детально.

Аналіз стовпців (див. табл. 1, 2), що відповідають утікачам 20ЧРВ та 19ЧРВ, призвів до виконання першої перестановки, в результаті якої переслідувача 5ВРС було виключено зі складу групи, що переслідує утікача 20ЧРВ, та додано до групи, що переслідує утікача 19ЧРВ, а переслідувача 16ВРС – виключено зі складу групи, що переслідує утікача 19ЧРВ, та додано до групи, що переслідує утікача 20ЧРВ. Легко помітити, що це відбулося внаслідок того, що загальний час переслідування в попередніх групах цих переслідувачів перевищив їх загальний час переслідування у новообраних групах. Аналіз інших стовпців щодо стовпця, що відповідає утікачу 20ЧРВ, більше не призвів до перестановок.

Аналіз стовпців, що відповідають утікачам 19ЧРВ та 12ЧРВ призвів до другої перестановки, в результаті якої переслідувача 5ВРС (переставленого на попередньому етапі) виключено зі складу відповідної групи та додано до групи, що переслідує утікача 12ЧРВ, а переслідувача 4ВРС

– виключено зі складу групи, що переслідує утікача 12ЧРВ, та додано до групи, що переслідує утікача 19ЧРВ.

Подальший аналіз стовпців щодо стовпця (оновленого стану групи), що відповідає утікачу 19ЧРВ, призвів до третьої перестановки. Це відбулось в процесі аналізу стовпця, що відповідає утікачу 10ЧРВ. При цьому переслідувача 4ВРС (переставленого на попередньому етапі) виключено зі складу відповідної групи та додано до групи, що переслідує утікача 10ЧРВ, а переслідувача 6ВРС – виключено зі складу групи, що переслідує утікача 10ЧРВ, та додано до групи, що переслідує утікача 19ЧРВ.

В свою чергу, аналіз стовпців, що відповідають утікачам 11ЧРВ та 10ЧРВ, призвів до двох перестановок: переслідувачів 2ВРС та 3ВРС було виключено з групи, що переслідує утікача 11ЧРВ та додано до групи, що переслідує утікача 10ЧРВ, а переслідувачів 1ВРС та 4ВРС – виключено з групи, що переслідує утікача 10ЧРВ, та додано до групи, що переслідує утікача 11ЧРВ.

Легко перевірити, що інших перестановок, які б дозволили покращити загальний час переслідування, не існує.

Таким чином, за допомогою МП-метода сформовано наступні 5 груп (утікач – {його переслідувачі}): 20ЧРВ – {9ВРС, 16ВРС}; 19ЧРВ – {6ВРС, 15ВРС}; 12ЧРВ – {5ВРС, 7ВРС}; 11ЧРВ – {1ВРС, 4ВРС}; 10ЧРВ – {2ВРС, 3ВРС} (в табл. 2 комірки,

Таблиця 2

Е Р	20ЧРВ	19ЧРВ	12ЧРВ	11ЧРВ	10ЧРВ	№ п/п
3ВРС	501.0327	345.4408	576.5754	213.3359	4 → 99.3058	6
2ВРС	429.6858	287.5740	467.0366	181.8730	5 → 95.4958	7
6ВРС	426.5303	268.0972 ← 3	1064.2049	393.3504	288.4397	3
8ВРС	451.1424	272.3915	1016.2834	360.6651	261.1377	4
1ВРС	455.5799	288.0795	592.1700	234.0547 ← 4	151.2320	5
4ВРС	335.5805	229.2313 ← 2	325.9452	158.4404 ← 5	3 → 97.1609	9
16ВРС	349.0485 ← 1	284.3850	1364.8813	525.1277	397.0915	1
15ВРС	356.6386	264.5223	1223.7569	477.8088	360.4659	2
5ВРС	281.3778	1 → 191.3536	2 → 283.7464	181.6607	137.7018	10
9ВРС	230.9404	172.9960	373.8740	289.0887	243.0238	8
7ВРС	212.0029	144.0604	197.3407	157.4625	132.4870	11

в яких розташовані вибрані елементи, виділені сірим кольором). Відзначимо, що отриманий результат повністю збігається з оптимальним результатом, сформованим за допомогою метода перебору (див. розділ 2 статті).

Обчислювальні експерименти, виконані на різних ситуаціях щодо складу та станів агентів, показали, що в переважній більшості випадків результати, отримані за допомогою МП-метода, в точності збіга-

ються з оптимальними результатами, отримуваними за допомогою метода перебору.

Разом з тим, в окремих випадках можуть виникати колізії, коли МП-метод дає результати, близькі до оптимальних. Для демонстрації цього розглянемо приклад (див. рис. 3). Нехай задано 3 утікача та 10 переслідувачів. Розподіл по групах здійснено наступним чином: 11ЧРВ – 4; 12ЧРВ – 3; 13ЧРВ – 3. Результати виконання кроків 1–3 МП-метода наведені в табл. 3.

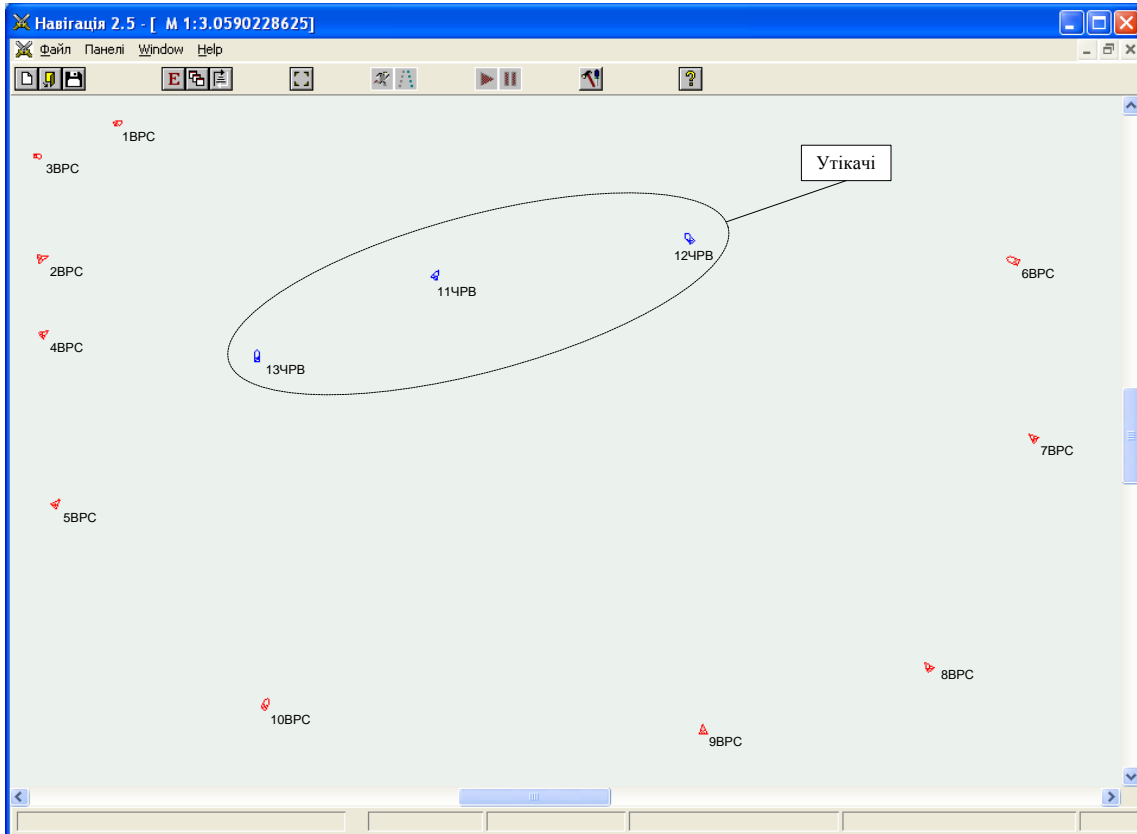


Рис. 3. Приклад розташування агентів на площині

Таблиця 3

Р \ Е	13ЧРВ	12ЧРВ	11ЧРВ	№ п/п
4ВРС	188.6599	425.2894	<u>342.2410</u>	6
3ВРС	<u>786.3593</u>	858.2734	1081.2086	1
2ВРС	<u>313.6001</u>	563.5073	511.6359	5
1ВРС	<u>717.8997</u>	762.5077	917.3206	3
8ВРС	954.8969	<u>421.0848</u>	816.3402	2
5ВРС	129.0136	297.2840	<u>228.6421</u>	8
10ВРС	112.1387	181.8862	<u>149.4858</u>	10
9ВРС	299.4278	<u>211.5444</u>	273.1016	7
7ВРС	673.0767	<u>255.9162</u>	536.7338	4
6ВРС	247.4528	93.6229	<u>188.6946</u>	9

В табл. 4 приведено результати виконання кроку 4. Як впливає з таблиці, в даному випадку відбулась тільки одна перестановка (переслідувач 9ВРС був виключений з групи, що переслідує утікача 12ЧРВ, та доданий до групи, що переслідує утікача 11ЧРВ, а переслідувач 6ВРС – виключений з групи, що переслідує утікача 11ЧРВ, та доданий до групи, що переслідує утікача 12ЧРВ).

Таким чином, як впливає з табл. 4, за допомогою МП-метода сформовано три групи (утікач – {його переслідувачі}): 11ЧРВ – {4ВРС, 5ВРС, 9ВРС, 10ВРС}; 12ЧРВ – {6ВРС, 7ВРС, 8ВРС}; 13ЧРВ – {1ВРС, 2ВРС, 3ВРС} з загальним часом переслідування $t_{evr} = 3581.9535$ ч.од. Зауважимо, що за допомогою метода перебору сформовано наступні групи: 11ЧРВ – {5ВРС, 6ВРС, 9ВРС, 10ВРС}; 12ЧРВ – {1ВРС, 7ВРС, 8ВРС}; 13ЧРВ – {2ВРС, 3ВРС, 4ВРС} з загальним часом переслідування $t_{opt} = 3568.0521$ ч.од. Порівняння отриманих результатів показує, що похибка МП-метода складає лише

$$\frac{t_{evr} - t_{opt}}{t_{opt}} = 0.0039.$$

Причиною виникнення подібних колізій є похибка методу, що виникає у вироджених випадках і пов'язана з неможливістю виконання окремої перестановки (яка характеризується близькістю значень порівнюваних сум), в результаті здійснення якої гарантовано було б отримано оптимальний результат. В розглянутому прикладі такою перестановкою мала бути перестановка 4ВРС – 1ВРС, яка не відбулась внаслідок того, що

$$188.6599 + 917.3206 > 342.2410 + 717.8997.$$

Якщо б таку перестановку було здійснено, то вона призвела б до перестановки 1ВРС – 6ВРС, яка б і дала оптимальне рішення.

Для більш детальної перевірки ефективності МП-метода ми розробили спеціалізовану систему тестування «Генератор тестів» (далі – ССТ ГТ), яку використали для виконання сукупності обчислювальних експериментів, результати яких наведені в наступному розділі статті.

Таблиця 4

Р \ Е	13ЧРВ	12ЧРВ	11ЧРВ	№ п/п
4ВРС	188.6599	425.2894	<u>342.2410</u>	6
3ВРС	<u>786.3593</u>	858.2734	1081.2086	1
2ВРС	<u>313.6001</u>	563.5073	511.6359	5
1ВРС	<u>717.8997</u>	762.5077	917.3206	3
8ВРС	954.8969	<u>421.0848</u>	816.3402	2
5ВРС	129.0136	297.2840	<u>228.6421</u>	8
10ВРС	112.1387	481.8862	<u>149.4858</u>	10
9ВРС	299.4278	<u>211.5444</u>	1 → 273.1016	7
7ВРС	673.0767	<u>255.9162</u>	536.7338	4
6ВРС	247.4528	93.6229 ← 1	<u>188.6946</u>	9

4. Тестування евристичного метода

Засобами ССТ ГТ забезпечується порівняння результатів формування груп за допомогою двох методів: метода перебору та МП-метода. Для генерування матриці максимального часу захоплення (див. *Крок 1* в розділі 3 статті) використовується генератор випадкових чисел (максимальне

значення випадкового числа дорівнювало 100). В рамках обчислювальних експериментів розглянуто 15 різних співвідношень «кількість переслідувачів – кількість утікачів», для кожного з яких було згенеровано 1000 різних випадків вхідних матриць максимального часу захоплення. Приклад робочого вікна ССТ ГТ з діалогом формування тестів показано на рис. 4. Результати виконаної серії тестувань наведені в табл. 5.

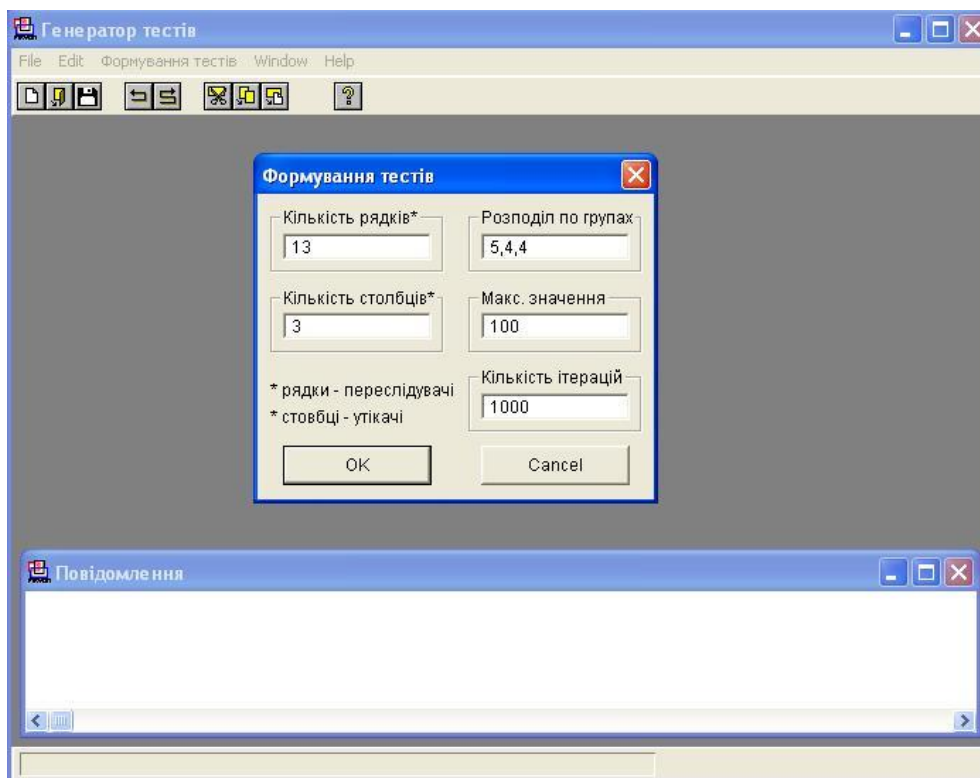


Рис. 4. Приклад робочого вікна ССТ ГТ

Таблиця 5

№ з/п	Кількість переслідувачів – кількість утікачів	Розподіл переслідувачів по групах	Відсоток оптимальних рішень (на 1000 експерим.)	Середня похибка
1	13 – 3	5, 4, 4	83.1%	0.035
2	12 – 3	4, 4, 4	81.3%	0.045
3	11 – 4	3, 3, 3, 2	68.9%	0.063
4	11 – 3	4, 4, 3	85.8%	0.041
5	10 – 5	2, 2, 2, 2, 2	58.1%	0.09
6	10 – 4	3, 3, 2, 2	70.6%	0.074
7	10 – 3	4, 3, 3	86.8%	0.051
8	9 – 5	2, 2, 2, 2, 1	63.2%	0.097
9	9 – 4	3, 2, 2, 2	71.9%	0.084
10	9 – 3	3, 3, 3	85.2%	0.065
11	8 – 4	2, 2, 2, 2	74.4%	0.098
12	8 – 3	3, 3, 2	88.7%	0.073
13	7 – 4	2, 2, 2, 1	78.2%	0.098
14	7 – 3	3, 2, 2	89.5%	0.072
15	6 – 3	2, 2, 2	90.8%	0.089

В табл. 5 у стовпці «Відсоток оптимальних рішень» подано відсоткову кількість рішень, отриманих засобами ССТ ГТ за допомогою МП-метода, що збігаються з оптимальними (з 1000 виконаних експериментів), сформованими за допомогою метода перебору. Розподіл похибок рішень, близьких до оптимальних, отриманих за допомогою МП-метода, подано на рис. 5 та 6, де кожна похибка вирахована у від-

повідності з наступним співвідношенням:

$$\frac{t_{evr} - t_{opt}}{t_{opt}}$$

Діаграми, подані на рис. 5 та 6, відображують кількість похибок, які потрапили в межі відповідних значень похибок. Легко помітити, що розподіл похибок у всіх виконаних експериментах підпорядкований загальному закону: абсолютна

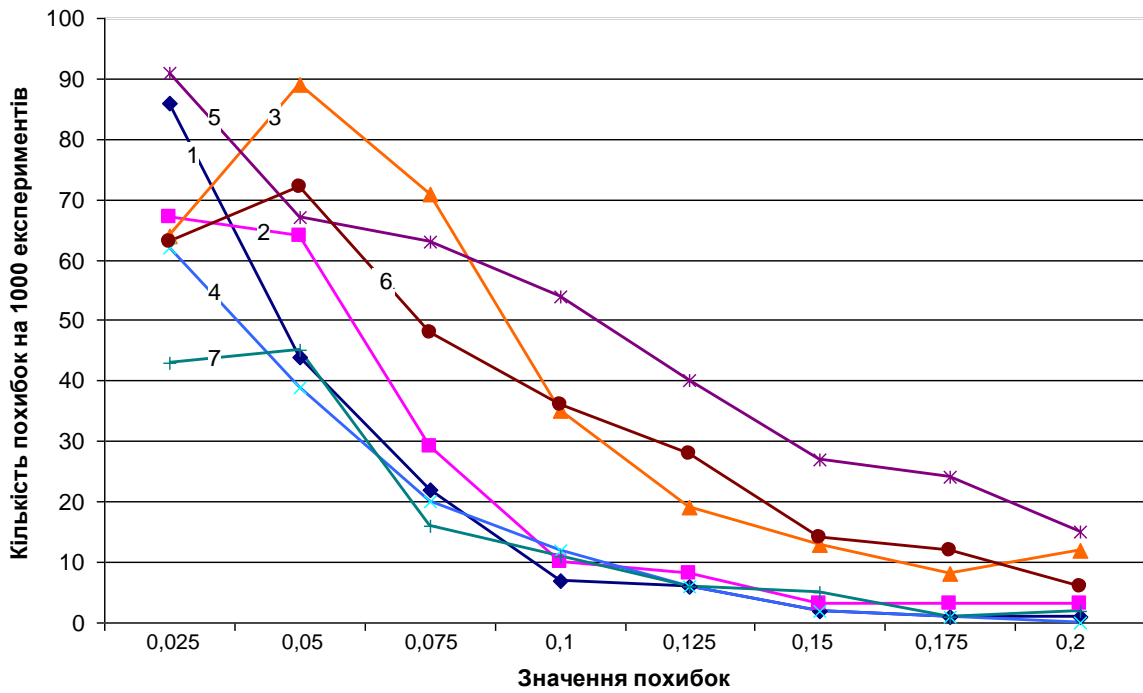


Рис. 5. Розподіл похибок МП-метода для експериментів 1 – 7 (див. табл. 5)

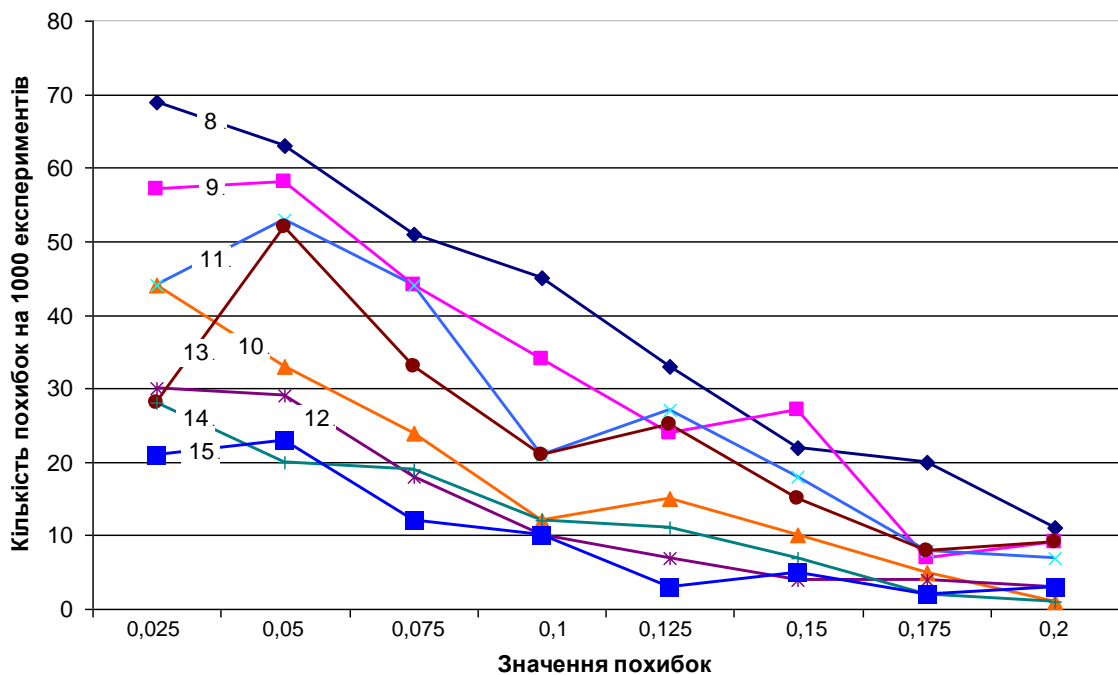


Рис. 6. Розподіл похибок МП-метода для експериментів 8 – 15 (див. табл. 5)

більшість похибок належить областям значень $0.025 \div 0.075$; зі збільшенням значень похибок кількість похибок суттєво зменшується.

Узагальнюючи результати виконаних обчислювальних експериментів можна стверджувати, що запропонований евристичний метод має достатньо високі показники щодо близькості рішень, отримуваних за його допомогою, до оптимальних рішень, отримуваних за допомогою метода перебору, і тому є доцільним для використання на практиці.

Зазначимо, що в реалізації мультиагентної системи «Навігація» [7] ми об'єднали можливості викладених методів. Метод перебору використовується у випадках, коли загальна кількість переслідувачів

не перевищує 15 одиниць або кількість комбінацій сполучень КС (див. розділ 2 статті), що буде утворена, менше 1 млн. варіантів. В інших випадках використовується МП-метод.

5. Використання МП-метода для рішення задач про призначення

Як показали дослідження, МП-метод також може успішно використовуватись для рішення задач про призначення.

Для проведення обчислювальних експериментів ми використали ССТ ГТ. Результати досліджень подані в табл. 6. Розподіл похибок рішень, близьких до оптимальних, отриманих за допомогою МП-метода, подано на рис. 7

Таблиця 6

№ з/п	Кількість робітників – кількість завдань	Відсоток оптимальних рішень (на 1000 експериментів)	Середня похибка
1	3 – 3	95.5%	0.198
2	4 – 4	87.9%	0.195
3	5 – 5	76.8%	0.185
4	6 – 6	68.2%	0.167
5	7 – 7	54.2%	0.182
6	8 – 8	47.6%	0.193

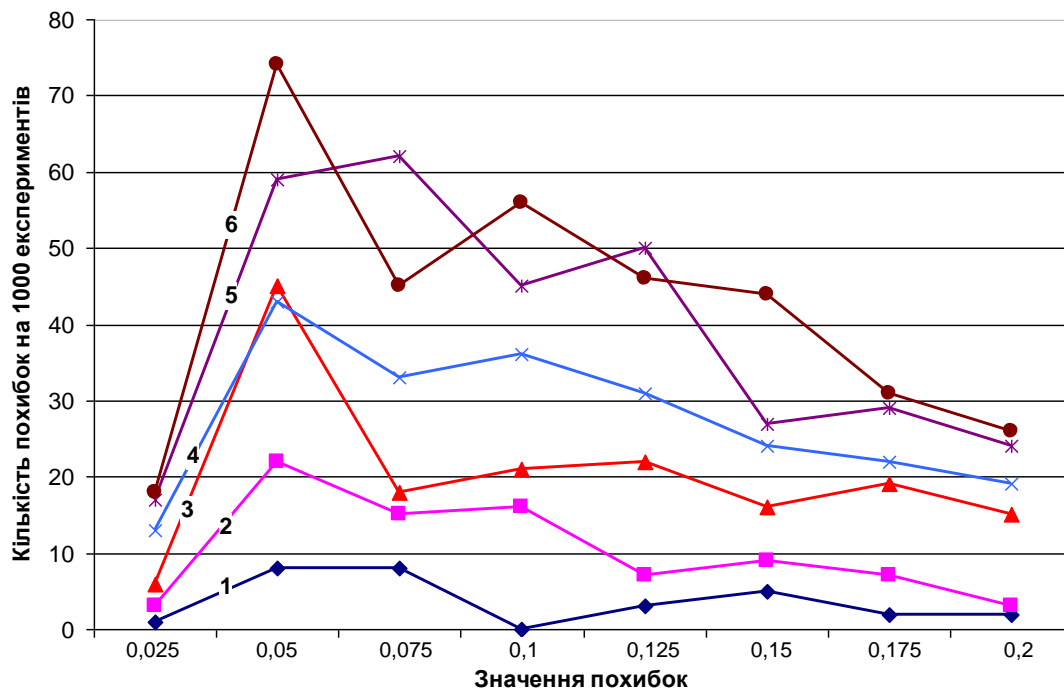


Рис. 7. Розподіл похибок МП-метода для експериментів 1 – 6 (див. табл. 6)

Як впливає з табл. 6 та рис. 7, середня похибка МП-метода не перевищує значення 0.2, а розподіл похибок у всіх виконаних експериментах підпорядкований загальному закону: абсолютна більшість похибок належить областям значень $0.05 \div 0.15$.

Зазначимо, що в рамках задач про призначення існують два класи задач: на мінімізацію (саме цей клас задач ми досліджували в обчислювальних експериментах) та максимізацію цільової функції. Встановлено, що МП-метод може успішно використовуватись і для рішення класу задач щодо максимізації цільової функції. Для цього необхідно (див. розділ 3 статті) на кроці 2 знаходити мінімальний елемент, на кроці 3 – максимальний елемент, на кроці 4 – вибирати значення суми асоційованих елементів, що буде більшою за суму початкових елементів.

Висновки

Як впливає з вищевикладеного, запропоновані в статті методи дозволяють ефективно вирішувати задачу формування оптимальних груп агентів у рамках модельованого процесу переслідування/утікання агентів на площині для випадку n переслідувачів та m утікачів (де $n \geq m$). При цьому, метод перебору дозволяє якісно вирішувати цю задачу для випадку, коли значення n та m достатньо малі. Як показано в статті, в загальному ж випадку доцільно використовувати запропонований нами евристичний метод – метод мінімальних перестановок, що дозволяє отримувати рішення, які або збігаються з оптимальними, або є близькими до оптимальних. На нашу думку, теоретичне та прикладне значення запропонованого метода мінімальних перестановок виходить за рамки досліджуваної задачі формування оптимальних груп агентів, – як ми показали, він може також використовуватись для рішення задач про призначення.

1. *Dunin-Keplicz B., Verbrugge R.* Teamwork in multi-agent systems: a formal approach. – Wiley, UK, 2010. – 224 p.
2. *Яловець А.Л.* До постановки задачі переслідування на площині // Проблеми програмування. – 2013. – № 2. – С. 95–100.
3. *Пашко С.В., Яловець А.Л.* Численные методы решения задач оптимизации преследования // Проблеми програмування. – 2013. – № 4. – С. 82–88.
4. *Петросян Л.А., Рихиев Б.Б.* Преследование на плоскости. – М.: Наука, 1991. – 91 с.
5. *Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б.* Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука, 1969. – 382 с.
6. *Яловець А.Л.* Про один метод переслідування на площині // Проблеми програмування. – 2013. – № 3. – С. 117–124.
7. *Яловець А.Л., Кондращенко В.Я., Арістов В.В.* Свідоцтво № 46897 про реєстрацію авторського права на твір «Комп'ютерна програма – “Мультиагентна система “Навігація”, версія 2.0”». – Державна служба інтелектуальної власності України, 2012.

Одержано 13.08.2013

Про автора:

Яловець Андрій Леонідович,
доктор технічних наук,
заступник директора інституту.

Місце роботи автора:

Інститут програмних систем
НАН України.
03187, Київ-187,
проспект Академіка Глушкова, 40.
Тел.: (044) 526 1538.
E-mail: yal@isofts.kiev.ua