

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ РАННЬОЇ ВІБРОДІАГНОСТИКИ ОБЕРТОВИХ ВУЗЛІВ МЕХАНІЗМІВ ПРИЧАЛЬНИХ КОНТЕЙНЕРНИХ ПЕРЕВАНТАЖУВАЧІВ

І.М. Яворський^{1,2}, Р.М. Юзефович^{1,3}, О.В. Личак¹, П.О. Семенов⁴

¹Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України. 79060, м. Львів, вул. Наукова, 5.
E-mail: roman.yuzefovych@gmail.com

²Бидгощська Політехніка. 85796, Польща, Бидгощ, алея проф. С. Каліського, 7

³Національний університет «Львівська політехніка». 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12

⁴Одеський національний морський університет. 65029, м. Одеса, вул. І. Мечнікова, 34

Описано властивості моделі вібрацій взаємозв'язаних обертових механізмів у вигляді біперіодично нестационарних випадкових процесів (БПНВП). Розглянуто окремі випадки такої моделі, що дають змогу проводити аналіз даних методами періодично нестационарних випадкових процесів (ПНВП). З використанням цих методів проаналізовано стан механізмів з підвищеним рівнем вібрацій. Проведено розділення детермінованих і стохастичних вібрацій та визначено параметри, які описують структуру прихованих періодичностей першого і другого порядку. Встановлено причини підвищеного рівня вібрацій. Бібліогр. 18, табл. 3, рис. 14.

Ключові слова: підйомний механізм, вібрація, періодична нестационарність, детерміновані коливання, амплітудний спектр, стохастична високочастотна модуляція, дисперсія

Вступ. У системах вібраційної діагностики носіями інформації про технічний стан механізму є переміщення, швидкість чи прискорення контактних поверхонь механізмів, які виникають у результаті взаємодії їх дефектних деталей. Характер такої взаємодії відображається у параметрах зареєстрованих вібраційних сигналів. Для опису та аналізу закономірностей останніх необхідно обґрунтувати їх адекватні математичні моделі, методи й алгоритми обробки та комп'ютерної підтримки процесів виділення діагностичних ознак і прийняття рішень про технічний стан об'єкта діагностування.

Вібраційні сигнали обертових механізмів характеризуються ритмічною мінливістю, основними рисами якої є циклічна повторюваність і стохастичність. Нелінійні ефекти, які виникають у механічних системах при появі дефектів, спричиняють їх взаємодію, яка відображається у властивостях сигналів у вигляді модуляцій. Така модуляція кількісно характеризується параметрами, що описують структуру періодичних чи майже періодичних часових змін моментних функцій першого та другого порядків відповідних класів нестационарних випадкових процесів [1–11]. Ці параметри доцільно використовувати при формуванні діагностичних ознак для виявлення дефектів. Як показали дослідження [1, 7–9, 12], використання таких ознак дає можливість виявляти дефекти на ранніх стадіях їх

розвитку та проводити ефективний моніторинг об'єкта діагностування.

Вібрації механізмів, які складаються з багатьох обертових вузлів, мають складну поліритмічну структуру. Вона зумовлена, насамперед, різними швидкостями обертання окремих елементів. Так, вібрації підшипника кочення в залежності від місця розташування дефекту можуть характеризуватися коливаннями з частотами обертання валу, частотами обертання тіл кочення по зовнішньому чи внутрішньому кільцях, частотами сепараторів, а також частотами, що визначаються їх комбінаціями. Вібрації зубчатої пари можуть мати коливання з частотами обертання валів, частотами зубозачеплення та їх комбінаціями. Тому в загальному випадку вібрації можуть описуватися поліперіодично нестационарними випадковими процесами [1, 3, 4], що належать до класу майже періодично нестационарних. У найпростішому випадку, коли взаємодіють між собою тільки два стохастичних ритми, приходимо до моделі у вигляді біперіодично нестационарного випадкового процесу. Нижче ми коротко охарактеризуємо таку модель вібраційного сигналу, розглянемо окремі випадки, котрі дають можливість обґрунтувати аналіз вібрацій об'єктів зі складною кінематикою з використанням методів періодично нестационарних випадкових процесів.

БПКВП модель вібраційного сигналу. Ефективність методів обробки циклостационарних сиг-

Яворський І.М. – <https://orcid.org/0000-0003-0243-6652>, Юзефович Р.М. – <https://orcid.org/0000-0001-5546-453X>

Личак О.В. – <https://orcid.org/0000-0001-5559-1969>

© І.М. Яворський, Р.М. Юзефович, О.В. Личак, П.О. Семенов, 2022

налів у моніторингу стану машин можна загалом пояснити їх здатністю виявляти модуляції, викликані появою несправностей. Ефекти модуляції у вібраційній моделі у вигляді періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП), які описують стохастичну повторюваність з одним періодом, характеризуються взаємостационарними випадковими процесами в їх гармонічному представленні [1, 11, 13]:

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_k(t) e^{ik \frac{2\pi}{P_1} t},$$

де Z – множина цілих чисел і; P_1 є періодом нестационарності (періодом обертання однієї з шестерень). Узагальнюючи це подання, можна зробити висновок, що модуляція двох стохастичних періодичностей, зумовлена обертанням двох шестерень, може бути представлена наступним чином:

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_k^{(P_2)}(t) e^{ik \frac{2\pi}{P_1} t}, \quad (1)$$

де гармоніка частоти $2\pi/P_1$ і кратні їй модулюються ПКВП з періодом P_2 :

$$\xi_k^{(P_2)}(t) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} \xi_{kl}(t) e^{il \frac{2\pi}{P_2} t}.$$

Отже, для випадкового процесу (1), маємо:

$$\xi(t) = \sum_{k,l \in \mathbb{Z}} \xi_{kl}(t) e^{i\Lambda_{kl} t}, \quad (2)$$

де $\xi_{kl}(t)$ є взаємостационарними випадковими процесами і $\Lambda_{kl} = k \left(\frac{2\pi}{P_1} \right) + l \left(\frac{2\pi}{P_2} \right)$. Можна зауважити, що процес (2) є сумою амплітудно- і фазо-модульованих гармонік, в яких частоти Λ_{kl} є лінійною комбінацією двох основних частот $\Lambda_{10} = k(2\pi/P_1)$ та $\Lambda_{01} = l(2\pi/P_2)$. Математичні сподівання модулюючих процесів $m_{kl} = E \xi_{kl}(t)$ є коефіцієнтами Фур'є функції середнього:

$$m(t) = E \xi(t) = \sum_{k,l \in \mathbb{Z}} m_{kl} e^{i\Lambda_{kl} t}. \quad (3)$$

Для функції кореляції $R(t, \tau) = E \xi(t) \xi(t + \tau)$, $\xi(t) = \xi(t) - m(t)$ ми маємо:

$$R(t, \tau) = \sum_{k,l \in \mathbb{Z}} R_{kl}(\tau) e^{i\Lambda_{kl} t}, \quad (4)$$

де

$$R_{kl}(\tau) = \sum_{p,q \in \mathbb{Z}} r_{p-k,q-l,p,q} e^{i\Lambda_{pq} \tau}, \quad (5)$$

і $r_{pqkl}(\tau) = E \xi_{pq}(t) \xi_{kl}(t + \tau)$, $\xi_{pq}(t) = \xi_{pq}(t) - m_{pq}$ є взаємкореляційними функціями модулюючих процесів, знак « $\overset{\circ}{\xi}$ » означає комплексне спряження. Таким чином, коефіцієнти Фур'є кореляційної функції (4) визначаються взаємкореляційними функціями модулюючих процесів, у яких індекси зсува-

ються на k і l відповідно. З (5) випливає, що взаємні кореляції модулюючих процесів $\xi_{kl}(t)$ з різними індексами призводять до біперіодичної нестационарності другого порядку. Наслідком цього є кореляції відповідних спектральних складових, які кількісно характеризуються перетворенням Фур'є виразу (5):

$$f_{kl}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{kl}(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau. \quad (6)$$

З (5) випливає, що:

$$f_{kl}(\omega) = \sum_{p,q \in \mathbb{Z}} f_{p-k,q-l,p,q}(\omega - \Lambda_{pq}),$$

де

$$f_{pqkl}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r_{pqkl}(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau$$

– взаємоспектральні густини модулюючих процесів $\xi_{pq}(t)$. Величини (5) і (6) називають, відповідно, кореляційними та спектральними компонентами [1–3]. Нульовий кореляційний компонент $R_{00}(\tau)$ визначається автокореляційною функцією

$$r_{r_{pq}}(\tau) = E \xi_{pq}(t) \xi_{pq}(t + \tau):$$

$$R_{00}(\tau) = \sum_{p,q \in \mathbb{Z}} r_{pq}(\tau) e^{-i\Lambda_{pq} \tau}.$$

Це усереднена за часом кореляційна функція випадкового процесу (2), тобто кореляційна функція її стаціонарного наближення.

Нульовий спектральний компонент

$$f_{00}(\omega) = \sum_{p,q \in \mathbb{Z}} f_{pq}(\omega - \Lambda_{pq}) \quad (7)$$

є спектральною густиною потужності стаціонарного наближення для (2). Вона визначає спектральний розклад усередненої за часом миттєвої потужності коливань $R(0, t)$. Випадкові процеси, математичне сподівання та кореляційна функція, які є біперіодичними функціями та можуть бути представлені рядами (3) та (4), називаються БПКВП. Коефіцієнти Фур'є кореляційної функції та спектральної густини є загальними характеристиками амплітудної та фазової модуляції гармонік несучої БПКВП. Нульова спектральна складова, як видно з (7), є сумарною потужністю спектральних густин модулюючих процесів $\xi_{pq}(t)$, зміщених на Λ_{pq} . Спектральний компонент $f_{kl}(\omega)$ (6) є сумою зміщених взаємоспектральних густин модулюючих процесів, індекси яких відрізняються k і l відповідно. Виходячи з вищезазначених тверджень, можна зробити висновок, що $f_{00}(\omega)$ описує спектр коливань, а функції $f_{kl}(\omega)$ – кореляцію гармонік цього спектру, в якому частоти зміщені на $\Lambda_{kl} = k \left(\frac{2\pi}{P_1} \right) + l \left(\frac{2\pi}{P_2} \right)$. Ці кореляції не дорівнюють

нулю, лише якщо процеси модуляції з відповідними номерами взаємопов'язані.

З виразу (2) легко отримуються окремі випадки прихованої періодичності біоритміки. Виділимо серед них тільки ті, аналіз яких можна провести в рамках ПНВП-підходу.

Припустимо, що $\xi_{kl}(t) = c_{kl} + \xi_{k0}(t) + \xi_{0l}(t)$, де c_{kl} – деякі комплексні числа, а $\xi_{k0}(t)$ і $\xi_{0l}(t)$ – стаціонарні випадкові процеси. Тоді:

$$\xi(t) = \sum_{k,l \in Z} c_{kl} e^{i\Lambda_{kl}t} + \sum_{k \in Z} \xi_{k0}(t) e^{ik \frac{2\pi}{P_1}t} + \sum_{l \in Z} \xi_{0l}(t) e^{il \frac{2\pi}{P_2}t} = s(t) + \xi_1(t) + \xi_2(t). \quad (8)$$

Тут $s(t)$ є біперіодичною функцією. Якщо множини $\{\xi_{k0}(t), k \in Z\}$ і $\{\xi_{0l}(t), l \in Z\}$ є некорельованими, а випадкові процеси, що належать до кожної з них, стаціонарно зв'язаними, то $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$ є ПНВП. Адитивна модель (8) може бути застосована до аналізу вібрацій двох ушкоджених вузлів, розвиток дефектів яких не впливає один на одного. У випадку однодефектного вузла один з ПНВП у представленні (8) стає стаціонарним випадковим процесом. Тоді випадкові процеси, що описують модуляції, а саме $\xi_{k0}(t)$ чи $\xi_{0l}(t)$, є некорельованими.

Мультиплікативну модель у вигляді добутку двох ПНВП з різними періодами P_1 і P_2 отримуємо у випадку, коли $\xi_{kl}(t) = \xi_{k0}(t)\xi_{0l}(t)$. Тоді:

$$\xi(t) = \sum_{k \in Z} \xi_{k0}(t) e^{ik \frac{2\pi}{P_1}t} \sum_{l \in Z} \xi_{0l}(t) e^{il \frac{2\pi}{P_2}t} = \xi_1(t)\xi_2(t).$$

Аналіз такої моделі може бути проведений методами ПНВП, якщо один з періодів суттєво перевищує значення другого. Якщо дефектним є

тільки один з вузлів, то власне його вібрації описуватимуться ПНВП, а іншого – стаціонарним випадковим процесом $\eta(t)$. Тоді $\xi(t) = \eta(t)\xi_1(t)$. У такому представленні вплив бездефектного вузла відображається у взаємодії характеристик модуляції несучих гармонік пошкодженого вузла.

Дослідження вібрацій причального контейнерного перевантажувача. Співробітниками відділу методів та засобів відбору та обробки діагностичних сигналів Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАН України (ФМІ) спільно з представниками ТОВ «ПОРТТЕХЕКСПЕРТ» у вересні 2021 р. було проведено виміри та запис сигналів вібрацій механізму підйому вантажу причальних контейнерних перевантажувачів «ЗРМС» (Кран 1 і Кран 2 відповідно), що належать ТОВ «БРУКЛІН КИЇВ ПОРТ», який є оператором контейнерного терміналу на базі причалів №№ 42, 43 Державного підприємства «Одеський морський торговельний порт».

Схема розташування точок контролю приводу механізму наведена на рис. 1, 2. Під час вимірювань давачі були прикріплені до корпусу механізму з використанням магнітів. У кожній точці записувався сигнал віброприскорення та визначалося його середньоквадратичне значення (СКЗ) при роботі механізму крана на підйом та на опускання спредера без корисного навантаження за допомогою давачів віброприскорення АВС-117. Частота дискретизації вібраційних сигналів складала 10 кГц, смуга частот вхідного сигналу від 2 Гц до 2 кГц, тривалість запису реалізацій сигналів для кожної точки контролю становила 5 с.

Визначення рівнів вібрацій механізмів проведено у відповідності до ДСТУ ISO 10816-1:2007 «Класи механізмів та норми їх вібрації» віброді-

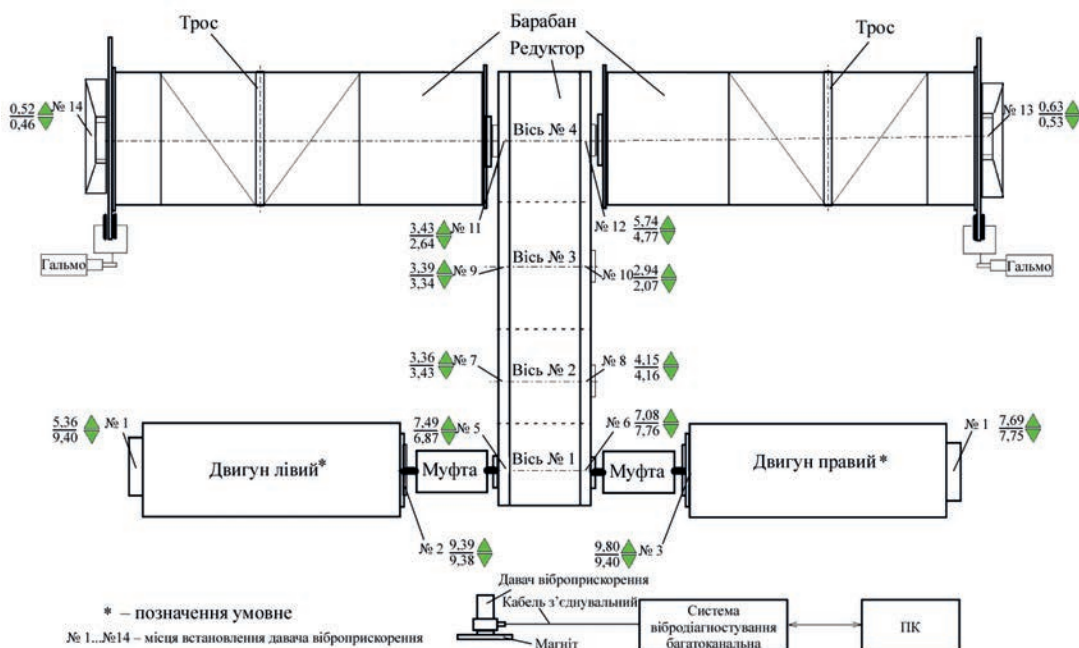


Рис. 1. Схема розташування точок контролю та виміряні значення СКЗ віброприскорення (на підйомання та опускання) для Крану 1

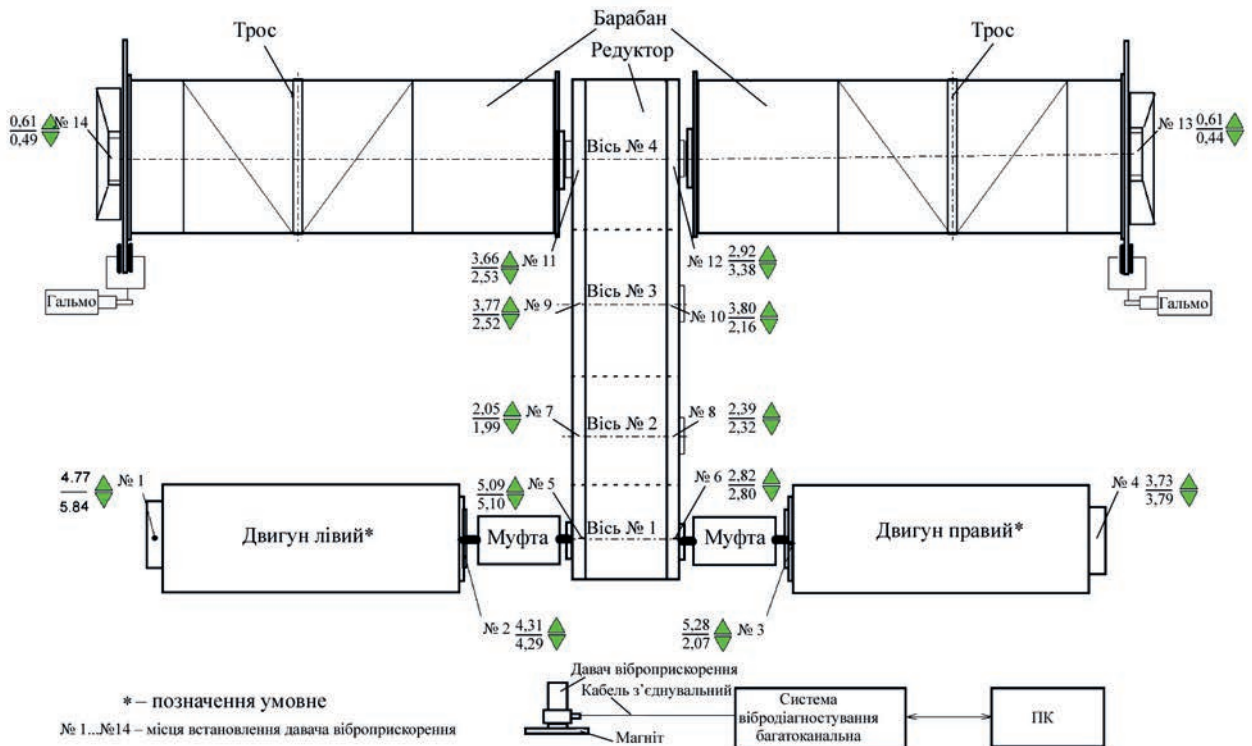


Рис. 2. Схема розташування точок контролю та виміряні значення СКЗ віброприскорення (на піднімання та опускання) для Крану 2

агностичною системою «КОМПАКТ-ВІБРО», яка роброблена у ФМІ [15, 16]. Відповідно ДСТУ ISO 10816-1:2007 досліджувані механізми відносяться до 3 класу (потужні первинні мотори і інші потужні механізми з обертовими масами, встановлені на масивних фундаментах відносно жорстких в напрямку вимірювання вібрації).

Нормативні величини СКЗ віброприскорення, значення яких дозволяє оцінити технічний стан механізму згідно з встановленими нормами інтенсивності вібрації, наведені в табл. 1.

Оцінювання стану вузлів механізмів виконано на основі визначення СКЗ віброприскорень (див. табл. 2, 3).

Як випливає з табл. 2, підвищеними та близькими до граничних виявилися середньоквадратичні значення вібрацій підшипникових вузлів Крану 1. Для встановлення причин такого стану отримані реалізації вібраційних сигналів були проаналізовані з використанням розробленої нами методології.

Аналіз структури вібрацій та визначення її параметрів. Відрізок реалізації одного з зареєстрованих сигналів віброприскорення показано на рис. 3. Як видно з рис. 3, вібрації мають вигляд чітко виражених груп, які слідуєть одна за одною з частотою приблизно 60 Гц. Для встановлення загальних властивостей сигналів, зокрема їх спектрального складу, були обчислені кореляцій-

Таблиця 1. Оцінка технічного стану механізму по інтенсивності вібрації (ISO 2372)

Рівні вібрації (СКЗ)		Класи механізмів				
За віброшвидкістю	За віброприскоренням	Малі механізми P < 15 кВт	Середні механізми 15 кВт < P < 75 кВт	Великі механізми на жорстких фундаментах P > 300 кВт	Великі механізми з нежорстким кріпленням P > 300 кВт	
мм/с	м/с ²	Клас 1	Клас 2	Клас 3	Клас 4	
44,6	70,1	C	C	C	C	
28,2	44,2				B	B
17,8	27,9					A
11,2	17,6			B	A	A
7,1	11,1					
4,5	7,2					
2,8	4,4					
1,8	2,8	A	A	A		
1,12	1,8					
0,71	1,1					
0,45	0,7	A	A	A	A	

A – задовільне значення вібрації, B – допустиме значення вібрації, C – аварійне значення вібрації

Таблиця 2. Обчислені величини СКЗ віброприскорення елементів приводу механізму для Крану 1

Номер точки	Найменування вузла	Фактичне значення СКЗ, м/с ²		Граничне значення СКЗ, м/с ²
		при підйомі	при опусканні	
1	Двигун лівий	5,36	9,40	11,1
2	- // -	9,39	9,38	11,1
3	Двигун правий	9,80	9,40	11,1
4	- // -	7,69	7,75	11,1
5	Редуктор	7,49	6,87	11,1
6	- // -	7,08	7,76	11,1
7	- // -	3,36	3,43	11,1
8	- // -	4,15	4,16	11,1
9	- // -	3,39	3,34	11,1
10	- // -	2,94	2,07	11,1
11	- // -	3,43	2,64	11,1
12	- // -	5,74	4,77	11,1
13	Виносна опора правого барабану	0,63	0,53	11,1
14	Виносна опора лівого барабану	0,52	0,46	11,1

Таблиця 3. Обчислені величини СКЗ віброприскорення елементів приводу механізму для Крану 2

Номер точки	Найменування вузла	Фактичне значення СКЗ, м/с ²		Граничне значення СКЗ, м/с ²
		при підйомі	при опусканні	
1	Двигун лівий	4,77	5,84	11,1
2	- // -	4,31	4,29	11,1
3	Двигун правий	5,28	2,07	11,1
4	- // -	3,73	3,79	11,1
5	Редуктор	5,09	5,10	11,1
6	- // -	2,82	2,80	11,1
7	- // -	2,05	1,99	11,1
8	- // -	2,39	2,32	11,1
9	- // -	3,77	2,52	11,1
10	- // -	3,80	2,16	11,1
11	- // -	3,66	2,53	11,1
12	- // -	2,92	3,38	11,1
13	Виносна опора правого барабану	0,61	0,44	11,1
14	Виносна опора лівого барабану	0,61	0,49	11,1

ні функції та спектральні густини їх стаціонарних наближень. Для цього були використані наступні залежності:

$$\hat{R}(jh) = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} [\xi(nh) - \hat{m}] [\xi((n+j)h) - \hat{m}],$$

$$\hat{m} = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} \xi(nh),$$

$$\hat{f}(\omega) = \frac{h}{2\pi} \sum_{n=-L}^L k(nh) \hat{R}(nh) \cos \omega nh,$$

де $h = T/K$ – крок дискретизації; T – тривалість часу реєстрації сигналу; j – ціле число; $L = \tau_m/h$ – натуральне число; τ_m – точка усереднення корелограми; $k(nh)$ – кореляційне вікно. У даному випадку було вибрано вікно Хемінга:

$$k(\tau) = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos \frac{\pi\tau}{\tau_m}, & |\tau| \leq \tau_m, \\ 0, & |\tau| > \tau_m. \end{cases}$$

Результати обчислень для одного з сигналів представлені у вигляді графічних залежностей на рис. 4. З даних рис. 4 випливає, що групова структу-

ра зберігається і в залежності кореляційної функції від зсуву. Її характерною рисою також є незаникаючий «хвіст», що свідчить про наявність у складі вібрації детермінованої складової. Залежність оцінки спектральної густини сигналу від частоти (рис. 4, б) показує, що основна частина потужності вібрацій зосереджена у високочастотній області, при цьому високочастотні коливання є у значній мірі вузькосмуговими. На фоні потужних піків в інтервалі [1,4 кГц; 1,6 кГц], значення спектральної густини у низькочастотній області ледве помітні. Тому для більш ймовірного аналізу низькочастотних вібрацій

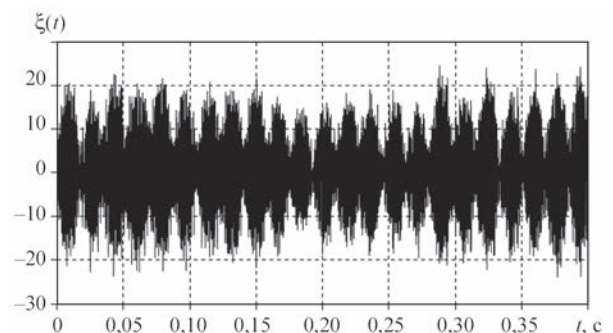


Рис. 3. Відрізок реалізації сигналу

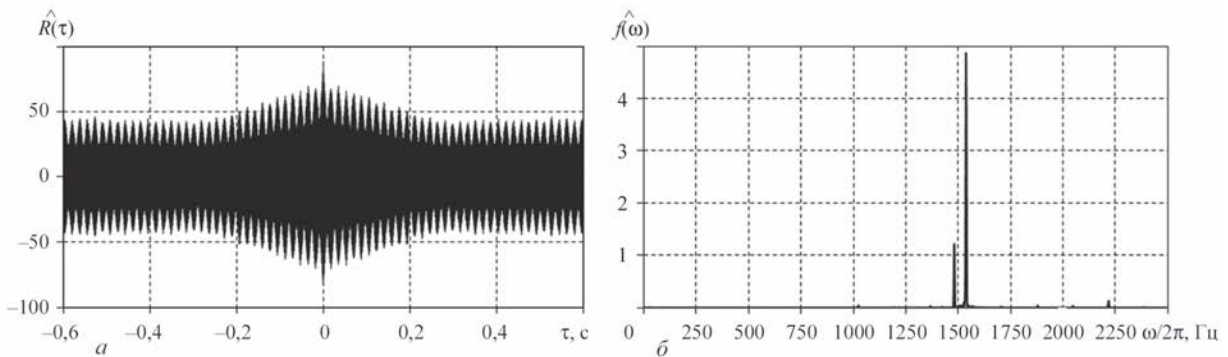


Рис. 4. Оцінка кореляційної функції (а) та спектральної густини (б)

розділимо частотну область сигналів на два інтервали: $[0 \text{ кГц}; 1,0 \text{ кГц}]$ і $[1,0 \text{ кГц}; 2,5 \text{ кГц}]$. Графіки оцінок кореляційної функції та спектральної густини потужності низькочастотної складової сигналу наведені на рис. 5. Спектральна густина має гостровершинний характер, а незаникаючі коливання кореляційної функції свідчать про те, що цей спектр є змішаним і значна доля потужності сигналу належить до детермінованих коливань.

Для подальшої деталізації структури вібрацій потрібно, перш за все, розділити їх детерміновану і стохастичну складові. Першим кроком у такому розділенні є визначення періоду нестационарності (базової частоти) детермінованих коливань. Для цього доцільно використати як найбільш ефективний метод найменших квадратів [1, 17], який зводиться до пошуку координат максимальних значень функціоналу:

$$\hat{F}_1(\theta) = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \hat{m}^2(\theta, nh), \quad (9)$$

де

$$\hat{m}(\theta, nh) = \sum_{k=1}^{L_1} \left[\hat{m}_k^c(\theta) \cos k \frac{2\pi}{\theta} nh + \hat{m}_k^s(\theta) \sin k \frac{2\pi}{\theta} nh \right],$$

$$\begin{cases} \hat{m}_k^c(\theta) \\ \hat{m}_k^s(\theta) \end{cases} = \frac{2}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh) \begin{cases} \cos k \frac{2\pi}{\theta} nh \\ \sin k \frac{2\pi}{\theta} nh \end{cases}, \quad (10)$$

а θ є так званим «пробним» періодом і L_1 – певним вибраним числом гармонік. Відмітимо, що максимальне значення функціоналу (9) є близьким до середньої потужності детермінованої складової коливань.

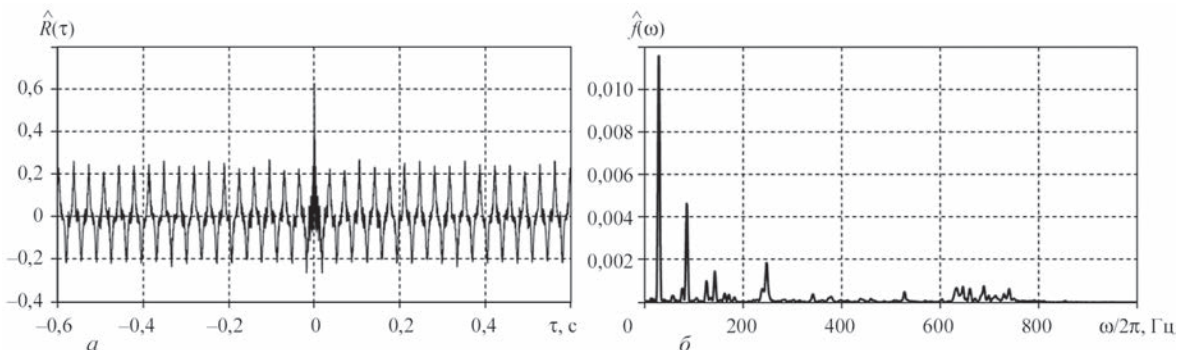


Рис. 5. Оцінка кореляційної функції (а) та спектральної густини (б) низькочастотного сигналу

Графік залежності квадратичного функціоналу (9) від пробної частоти $f = 1/\theta$ для $L_1 = 30$ показаний на рис. 6. Значення частоти, при якому величина функціоналу досягає максимуму, було прийнято за оцінку базової частоти $\hat{f}_0 = 1/\hat{P}_1$. З точністю до трьох знаків знаходимо $\hat{f}_0 = 28,480$ Гц. Знайдене значення відповідає частоті обертання ротора двигуна. Сумарна потужність гармонік обертання, яка визначається величиною (9) в точці \hat{f}_0 , дорівнює $\hat{F}_1\left(\frac{1}{\hat{f}_0}\right) = 0,24\left(\frac{M}{c^2}\right)^2$.

Ця величина становить трохи менше половини загальної потужності низькочастотних коливань, яка визначається величиною оцінки кореляційної функції в точці $\tau = 0$, тобто $\hat{R} = (0) = 0,62\left(\frac{M}{c^2}\right)^2$ (див. рис. 5, а).

Підставляючи у формулу (10) замість $1/\theta$ значення \hat{f}_0 , обчислимо косинусні та синусні коефіцієнти, а на їх основі амплітуди відповідних гармонік:

$$A(k\hat{f}_0) = \sqrt{(\hat{m}_k^c)^2 + (\hat{m}_k^s)^2}. \quad (11)$$

Амплітудний спектр (11) у вигляді діаграми представлений на рис. 7, б. Як бачимо, спектр є досить широким, однак переважна доля потужності детермінованих коливань належить першим трьом гармонікам.

На рис. 7, а представлена часова залежність періодичної функції:

$$\hat{m}(t) = \sum_{k=1}^{30} \left[\hat{m}_k^c(\theta) \cos 2\pi k f_0 t + \hat{m}_k^s(\theta) \sin 2\pi k f_0 t \right], \quad (12)$$

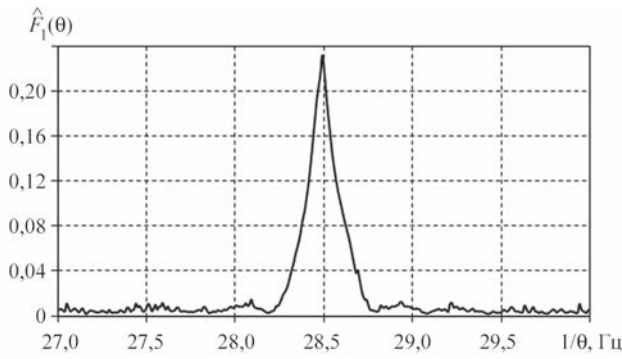


Рис. 6. Квадратичний функціонал (13) в залежності від пробної частоти

яка при виконанні умови

$$h \leq \frac{P_1}{2L_1 + 1}$$

є інтерполяційною формулою для детермінованих вібрацій, котрі збуджуються обертанням ротора.

Знаючи залежність (12) для всіх $t \in [0, P_1]$, виділимо залишкові вібрації $\xi(t) = \xi(t) - \hat{m}(t)$ і проведемо їх спектрально-кореляційний аналіз. Графіки кореляційної функції і спектральної густини, обчислені на основі часового ряду $\xi(nh)$, показані на рис. 8. Кореляційна функція тепер швидко зникає до рівня малопотужних коливань (рис. 8, а). Спектральна густина залишку, як і початковий сигнал, має гребінчасту структуру (рис. 8, б), яка зумовлена малопотужними гармоніками з характерними для підшипника частотами, їх комбінаціями, а також вузько-смужовою стохастичною модуляцією цих гармонік. Ці малопотужні залишкові коливання незначно впливають на роботу механізму, тому наразі у фор-

мулі (8) можемо виділити детерміновану періодичну функцію, яка представляється скінченим рядом (12).

Перейдемо тепер до аналізу вібрацій в інтервалі [1,0 кГц; 2,5 кГц] (рис. 9). Оцінка кореляційної функції при великих зсувах має вигляд незаникаючих високочастотних коливань (рис. 10, а, б), що можуть бути спричинені наявністю детермінованої складової. Щоб підтвердити таке припущення, обчислимо функціонал (9), змінюючи пробну частоту в інтервалах [1470 Гц, 1490 Гц] і [1525 Гц, 1545 Гц]. Отримані чітко виражені піки на графіках частотної залежності функціоналу (13) на частотах $f_0^1 = 1481,13$ Гц та $f_0^2 = 1538,11$ Гц (рис. 11, а, б) дають змогу ствердно відповісти на це. Обчисливши на основі виразів (10) амплітуди відповідних гармонік, маємо $A(\hat{f}_0^1) = 4,163$ м/с² і $A(\hat{f}_0^2) = 7,833$ м/с². Сумарна потужність гармонік дорівнює $39,35 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2}\right)^2$, що становить приблизно

половину від загальної потужності високочастотних вібрацій.

Представимо високочастотні детерміновані коливання у вигляді:

$$s_2(t) = \sum_{k=1}^2 \left[\hat{a}_k(f_0^{(k)}) \cos 2\pi f_0^{(k)} t + \hat{b}_k(f_0^{(k)}) \sin 2\pi f_0^{(k)} t \right], \quad (12)$$

і виділимо стохастичну складову $\xi(nh) = \xi(nh) - s_2(t)$. Оцінка її кореляційної функції повільно осцилює до рівня малопотужних флуктуацій та має групову структуру (рис. 12, а). Тому оцінка спектральної густини, обчислена на основі її кореляційної функції, є гостровершинною.

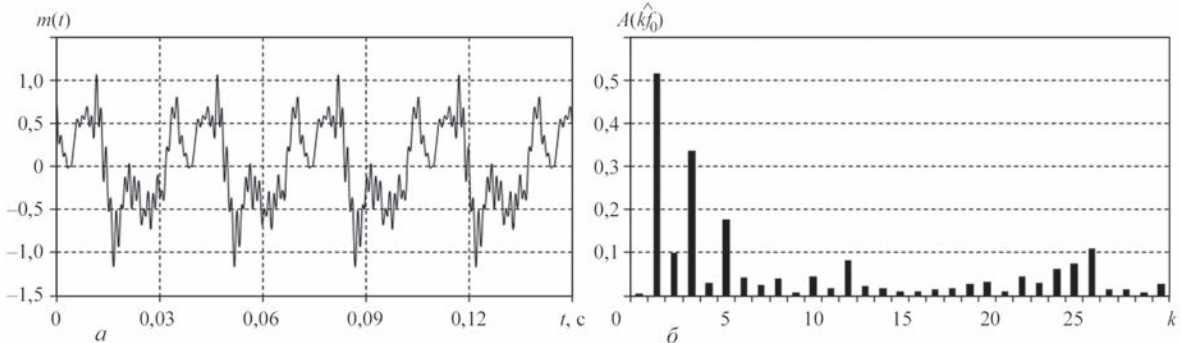


Рис. 7. Детерміновані коливання (а) та їх амплітудний спектр (б)

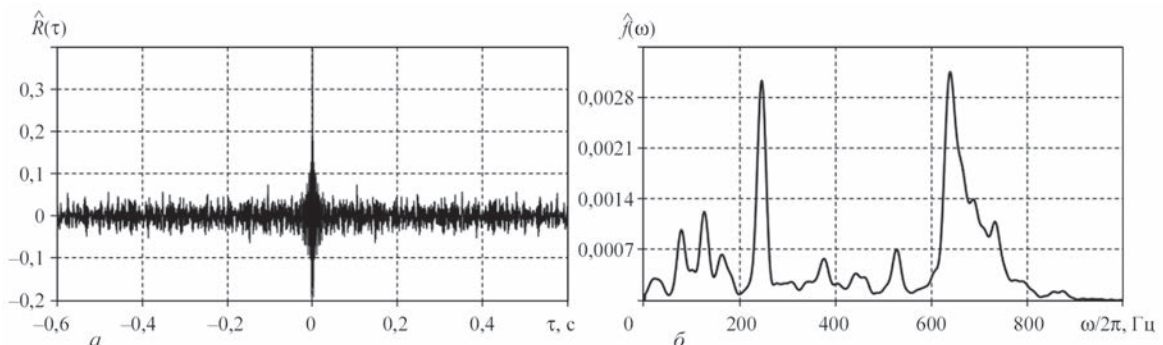


Рис. 8. Оцінки кореляційної функції (а) та спектральної густини (б) стохастичної складової низькочастотного сигналу

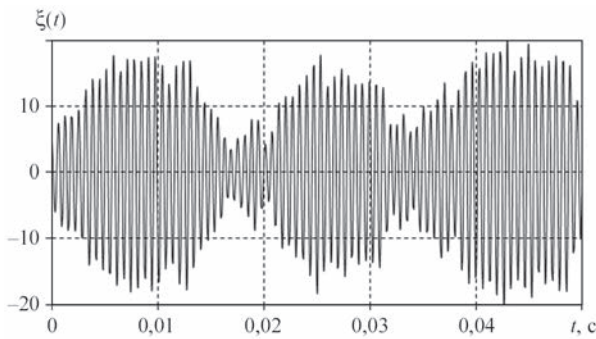


Рис. 9. Відрізок реалізації високочастотного сигналу

При цьому існують два піки, котрі значно переважають інші за величиною на частотах, які практично співпадають з частотами детермінованих гармонік (рис. 12, б). Додавання коливань з такими близькими частотами зумовлює явище биття, при якому коливання з різницевою частотою $f_1 - f_2$ є частотою, з якою групи основного коливання слідують одна за одною. Такі биття спостерігаються на графіках реалізації та оцінки кореляційної функції.

Щоб з'ясувати, чи пов'язані ці високочастотні коливання з низькочастотними і яким саме чином, проведемо пошук прихованих періодичностей другого порядку в інтервалі, до якого належить частота обертання ротора. Для цього також використаємо метод найменших квадратів, який у даному випадку зводиться до аналізу частотної залежності функціоналу:

$$\hat{F}_2(\theta) = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K R^2(nh, \theta), \quad (13)$$

де

$$\hat{R}(nh, \theta) = \sum_{k=1}^{L_2} \left[\hat{R}_k^c(\theta) \cos k \frac{2\pi}{\theta} nh + \hat{R}_k^s(\theta) \sin k \frac{2\pi}{\theta} nh \right], \quad (14)$$

$$\begin{cases} \hat{R}_k^c(\theta) \\ \hat{R}_k^s(\theta) \end{cases} = \frac{2}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi^2(nh) \begin{cases} \cos k \frac{2\pi}{\theta} nh \\ \sin k \frac{2\pi}{\theta} nh \end{cases}, \quad (15)$$

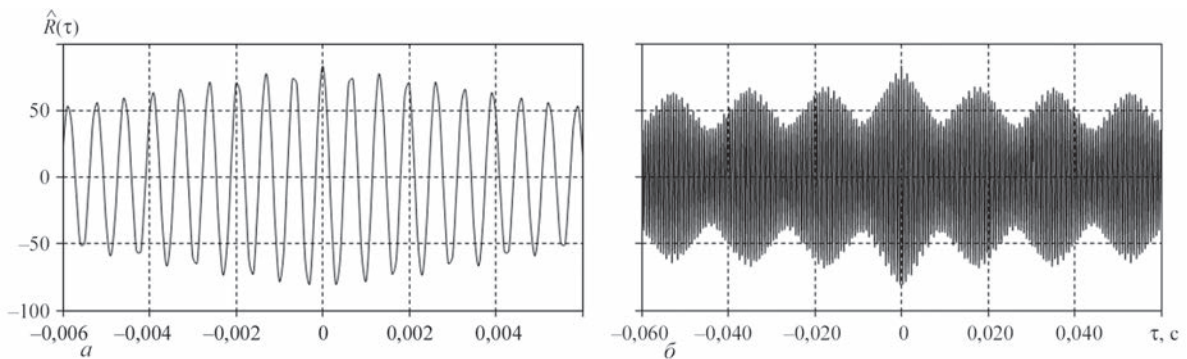


Рис. 10. Оцінка кореляційної функції високочастотного сигналу для початкових (а) та великих (б) зсувів

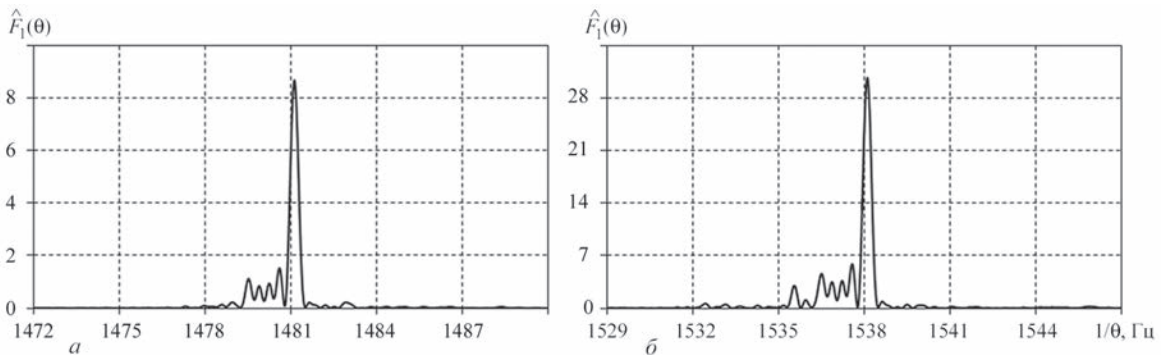


Рис. 11. Залежності функціоналу (9) від пробної частоти в різних частотних смугах (а) і (б)

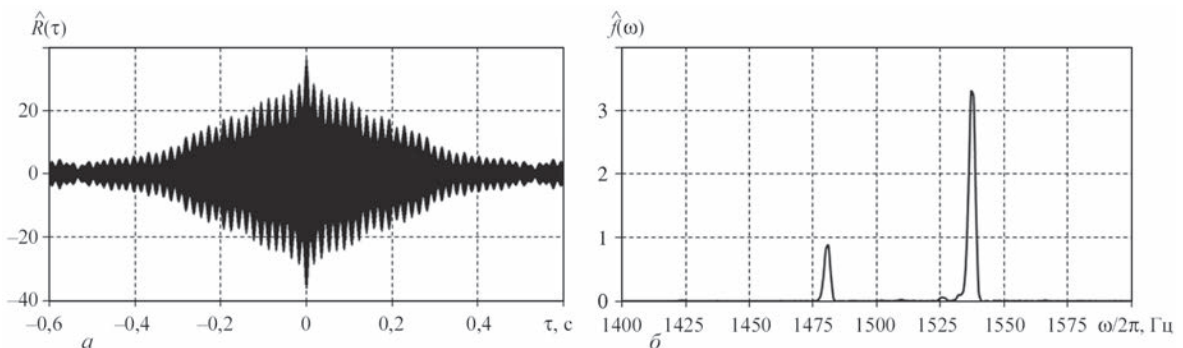


Рис. 12. Кореляційна функція (а) і спектральна густина (б) стохастичної складової високочастотного сигналу

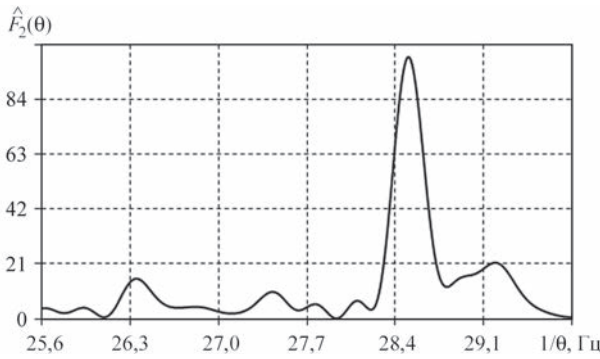


Рис. 13. Залежність квадратичного функціоналу (13) від пробної частоти

тут L_2 – вибране число складових у сумі (14). При проведенні обчислень було прийнято $L_2 = 5$. На рис. 13 представлено залежність функціоналу (13) від пробної частоти $f = 1/\theta$. Гострий пік на частоті $f_0 = 28,5$ Гц, яка є близькою до частоти обертання ротора, не залишає жодних сумнівів стосовно того, що дисперсія і кореляційна функція стохастичної складової вібрації є періодичними функціями з періодом обертання ротора двигуна. Оскільки при аналізі не виявлено інших періодичностей, то представлення (8) у даному випадку можна вважати ПНВП з періодом $P = P_1$.

Прийнявши в (15) $\theta = \hat{P} = 1/\hat{f}_0$, обчислимо коефіцієнти Фур'є дисперсії та її середнє значення:

$$\hat{R}_0 = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi^2(nh).$$

На основі цих величин сформуємо вираз:

$$\hat{R}(t, \theta) = \hat{R}_0 + \sum_{k=1}^5 \left[\hat{R}_k^c(\theta) \cos k \frac{2\pi}{\hat{P}} t + \hat{R}_k^s(\theta) \sin k \frac{2\pi}{\hat{P}} t \right], \quad (16)$$

який за умови

$$h \leq \frac{\hat{P}}{2L_2 + 1}$$

є інтерполяційною формулою для дисперсії. Графік часової залежності дисперсії (16), а також її амплітудний спектр

$$\hat{V}(k\hat{f}_0) = \sqrt{\left[\hat{R}_k^c(\hat{P}) \right]^2 + \left[\hat{R}_k^s(\hat{P}) \right]^2}$$

показані на рис. 14. У спектрі суттєво виражені тільки нульова, перша і друга гармоніки.

Отже, виходячи з отриманих вище результатів можна припустити, що часова мінливість дисперсії є результатом модуляції гармонік низькочастотних детермінованих коливань стохастичним високочастотним смуговими коливаннями, котрі виникають внаслідок пошкодження. Кореляційна функція таких коливань може бути апроксимована повільно зникаючими осциляціями з резонансною частотою ν_0 . Результат такої модуляції в частотній області спостерігається як вузькосмугові піки на частотах $\nu_0 \pm k\hat{f}_0$ (рис. 11). Кожна високо-частотна вузькосмугова компонента є стаціонар-

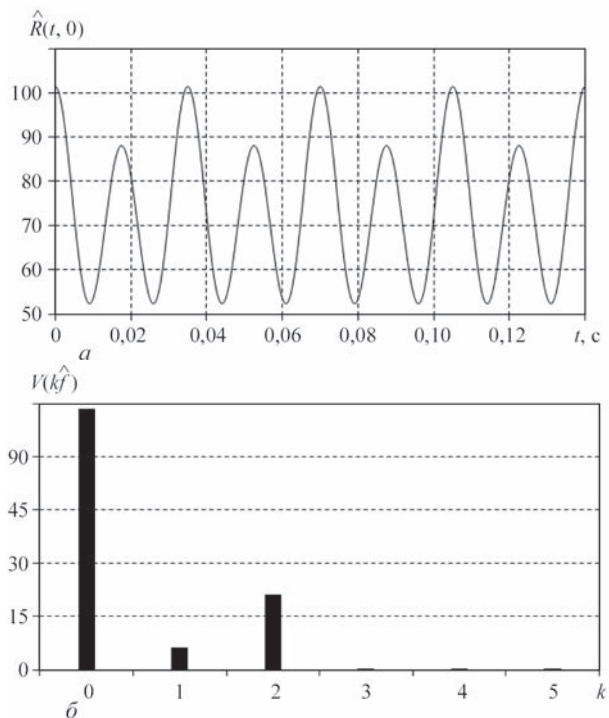


Рис. 14. Дисперсія (а) та її амплітудний спектр (б)

ним випадковим процесом, однак вони є взаємно корельованими між собою. При цьому взаємні кореляції компонент, частотна відстань між якими дорівнює $k\hat{f}_0$, визначають k -ту компоненту дисперсії. На основі таких міркувань можемо зробити висновок про те, що друга гармоніка дисперсії є результатом модуляції найпотужнішої першої гармоніки детермінованих коливань. Така модуляція спричиняє появу в частотній області пікових значень на частотах $\nu_0 - \hat{f}_0$ і $\nu_0 + \hat{f}_0$. Взаємнокореляційна функція цих двох стаціонарних вузько-смугових випадкових процесів, спектри яких рознесені на $2\hat{f}_0$, і визначають другу гармоніку дисперсії.

Виявлені модуляції в подальшому можуть бути досліджені з використанням перетворення Гільберта [18], однак вже встановлені вище факти про структуру сигналу дають змогу зробити висновок про характер пошкодження. Підвищений рівень вібрацій не пов'язаний з імовірними дефектами одного з елементів підшипника, а пояснюється зношенням посадочної поверхні корпусу підшипника внаслідок тривалої експлуатації механізму. «Розбитий» отвір в корпусі спричиняє проковзування зовнішнього кільця підшипника, яке в свою чергу збуджує потужні високочастотні коливання.

Висновки

З використанням розробленої у Фізико-механічному інституті ім. Г.В. Карпенка НАН України системи «КОМПАКТ-ВІБРО» проведено відбір і аналіз сигналів вібрації механізмів контейнерного перевантажувача.

На основі методів виявлення прихованих періодичностей, що ґрунтуються на моделях у вигляді ПНВП та їх узагальнень, проведено розділення детермінованої та стохастичної складових сигналів з підвищеним рівнем СКЗ та встановлено характерні особливості кожної з них. Визначено амплітудний спектр детермінованих складових вібрацій та виявлена детермінована і стохастична високочастотна модуляція їх гармонік. Показано, що така модуляція спричиняє періодичну нестационарність другого порядку з періодом обертання вала двигуна. Визначено амплітудний спектр часових змін дисперсії сигналу та показано його зв'язок з взаємкореляціями вузькосмугових високочастотних складових сигналу. Причиною підвищеного рівня вібрації, виходячи з вузької смуги спектру дисперсії і невисоких значень його перших гармонік, є розвиток пошкодження на початковому етапі втулки підшипника.

Обчислені величини СКЗ для Крану 1 і Крану 2 знаходяться в межах норми.

Список літератури/References

1. Яворський І.М. (2013) *Математичні моделі та аналіз стохастичних коливань*. Львів, ФМІ НАНУ.
2. Javorskyj, I., Mykhailishyn, V. (1996) Probabilistic models and statistical analysis of stochastic oscillations. *Pattern Recogn. Image. Anal.*, 6(4), 749–763.
3. Javorskyj, I., Yuzefovych, R., Kravets, I., Matsko, I. (2014) Methods of periodically correlated random processes and their generalizations. *Cyclostationarity: Theory and Methods. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. F. Chaari, J. Leskow, A. Sanches-Ramires. New York, Springer Int. Publish. Switzerland, 73–93.
4. Javorskyj, I., Dzeryn, O., Yuzefovych, R. (2019) Analysis of mean function discrete LSM-estimator for biperiodically nonstationary random signals. *Math. Model. Comput.*, 6(1), 44–57.
5. McCormick, A.C., Nandi, A.K. (1998) Cyclostationarity in rotating machine vibrations. *Mech. Syst. Signal Process.*, 12(2), 225–242.
6. Capdessus, C., Sidahmed, M., Lacoume, J.L. (2000) Cyclostationary processes: Application in gear fault early diagnostics. *Ibid.*, 14(3), 371–385.
7. Antoni, J., Bonnardot, F., Raad, A., El Badaoui, M. (2004) Cyclostationary modeling of rotating machine vibration signals. *Ibid.*, 18, 1285–1314.
8. Antoni, J. (2009) Cyclostationarity by examples. *Ibid.*, 23, 987–1036.
9. Randall, R.B., Antoni, J. (2011) Rolling element bearing diagnostics – A tutorial. *Ibid.*, 25(2), 485–520.
10. Zimroz, R., Bartelmus, W. (2009) Gearbox condition estimation using cyclostationary properties of vibration signal. *Key Engineering Mater.*, 413(1), 471–478.
11. Hurd, H.L., Miamee, A. (2007) *Periodically Correlated Random Sequences: Spectral Theory and Practice*. New York, Wiley.
12. Javorskyj, I., Kravets, I., Matsko, I., Yuzefovych, R. (2017) Periodically correlated random processes: Application in early diagnostics of mechanical systems. *Mech. Syst. Signal Process.*, 83, 406–438.
13. Javorskyj, I., Matsko, I., Yuzefovych, R. et al. (2021) Methods of Hidden Periodicity Discovering for Gearbox Fault Detection. *Sensors.*, 21, 6138.
14. Javorskyj, I., Leśkow, J., Kravets, I. et al. (2011) Linear filtration methods for statistical analysis of periodically correlated random processes – Part II: Harmonic series representation. *Signal Process.*, 91, 2506–2519.
15. Юзефович Р.М., Яворський І.М., Мацько І.Й. та ін. (2020) Пристрої для виявлення дефектів на ранніх стадіях їх зародження при визначенні технічного стану механізмів. *Технічна діагностика та неруйнівний контроль*, 4, 8–16. DOI: <https://doi.org/10.37434/tdnk2020.04.02>.
16. Юзефович Р.М., Яворський І.М., Личак О.В. та ін. (2021) Методи та засоби ранньої вібродіагностики підшипникових вузлів обертових механізмів. *Технічна діагностика та неруйнівний контроль*, 2, 30–37. DOI: <https://doi.org/10.37434/tdnk2021.02.04>.
17. Яворський І., Юзефович Р., Личак О. та ін. (2021) Methods and means of early vibrodiagnostics of bearing units of rotary mechanisms. *Tekh. Diahnos. and Neruiniv. Kontrol*, 2, 30–37. [in Ukrainian] DOI: <https://doi.org/10.37434/tdnk2021.02.04>.
18. Javorskyj, I., Yuzefovych, R., Matsko, I., Kurapov, P. (2021) Hilbert transform of a periodically non-stationary random signal: Low-frequency modulation. *Ibid.*, 116, 103113. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2021.103113>.

METHODS AND MEANS OF EARLY VIBRATION DIAGNOSTICS OF ROTATING COMPONENTS OF MECHANISMS OF QUAY CONTAINER HANDLERS

I.M. Javorskyj^{1,2}, R.M. Yuzefovych^{1,3}, O.V. Lychak¹, P.O. Semenov⁴

¹G.V. Karpenko Physico-Mechanical Institute of NASU. 5 Naukova Str., 79060, Lviv, Ukraine. E-mail: roman.yuzefovych@gmail.com

² Politechnika Bydgoska. 7 Prof. Sylwestra Kaliskiego, 85-796 Bydgoszcz, Poland

³Lviv Polytechnic National University. 12 S. Bandery str., 79013, Lviv, Ukraine

⁴Odesa National Maritime University. 34 I. Mechnikova Str., 65029, Odesa, Ukraine

The paper describes the properties of a model of vibration of interconnected rotating mechanisms in the form of biperiodically nonstationary random processes (BPNRP). Individual cases of such a model are considered, which enable performing data analysis by the methods of periodically nonstationary random processes (PNRP). These methods are used to analyze the condition of mechanisms at increased vibration level. Separation of deterministic and stochastic vibrations was performed and parameters describing the structure of hidden periodicities of the first and second order, were determined. The causes for increased vibration level were established. 18 Ref., 3 Tabl, 14 Fig.

Keywords: hoisting mechanism, vibration, periodical nonstationarity, deterministic oscillations, amplitude spectrum, stochastic high-frequency modulation, dispersion

Надійшла до редакції 07.12.2021