

КЛАСТЕР ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В.Я.Жуйков, докт.техн.наук, **М.Е.Количенко**

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
пр. Победы, 37, Киев-56, 03056, Украина.

Рассмотрено новое явление – кластер хаотических колебаний, состоящий из n однородных хаотических процессов, причем, присущее кластеру отображение содержит n² функций отображения, из которых n – количество функций отображений для однородных хаотических процессов и n(n-1) – количество трансферных функций отображения. Показано, что во время протекания отдельного однородного хаотического процесса формируется целочисленная компонента кластера. Приведены конкретные параметры. Библи. 5, табл. 2, рис. 9.

Ключевые слова: хаотические процессы, электрические системы, ключи.

Введение. В электрической системе, содержащей ключи и обратную связь, при определенных параметрах электрической цепи и цепи обратной связи существуют хаотические процессы [1,2,3,5], присущие всем системам, в которых происходит поочередное подключение и отключение источника энергии. Для конкретности рассмотрим устройство, электрическая схема которого показана на рис. 1.

Моделирование процессов проводится при условии, что элементы схемы линейны, а переключение ключей S1 и S2 (рис.1, а) происходит мгновенно. Напряжение нагрузки u(t) через делитель напряжения с коэффициентом деления k_d (рис.1, б) поступает на узел сравнения с задающим напряжением u_r. Сигнал ошибки (u_r-k_du(t)) усиливается в k раз, формируя напряжение u_{er}(t)=k(u_r-k_du(t)). Напряжение u_{er} сравнивается с развертывающим напряжением u_{s.v.}(t), например, пилообразным, u_{s.v.}(t)=U_m(t-nT)/T, nT ≥ t > (n+1)T, где U_m и n – амплитудное значение и номер периода развертывающего напряжения. По знаку напряжения u_z(t)=u_{er}(t)-u_{s.v.}(t) формируется функция переключения S, исходя из условий: u_z(t) ≤ 0, S=0 или u_z(t) > 0, S=1. При S=1 ключ S1 замкнут, а S2 разомкнут, а при S=0 ключ S1 разомкнут, а S2 замкнут. Уравнения, описывающие процессы в системе, имеют вид

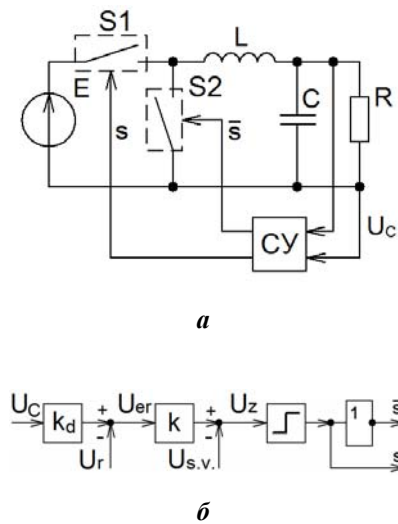


Рис. 1

$$\begin{bmatrix} di(t)/dt \\ du(t)/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_1s + r_2(1-s)]L^{-1} & L^{-1} \\ C^{-1} & -(LC)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Es/L \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

При параметрах элементов системы R=100 Ом; r=0,1 Ом, L=0,1 Гн, C=10⁻⁶ Ф, E=1000 В, U_r=10 В, U_M=10 В, T=0,001 с, k_d=0,01 корни p₁, p₂ характеристического многочлена матрицы коэффициентов – действительны и при S=0: p₁=-8873,0; p₂=-1127,0, а при S=1 p₁=-8872,8; p₂=-1128,2. Для диапазона коэффициента усиления k=1-200 с шагом Δk=1 получены зоны хаотических колебаний, которые показаны на бифуркационной диаграмме рис. 2. Отображение τ_{n+1}=F(τ_n) для коэффициента усиления k=55 (рис. 3) является неоднозначным.

Так как вид отображения зависит от параметров системы, то для получения отображения, показанного на рис. 3, подобраны такие параметры: R=4,8 Ом; r=0,01 Ом, L=0,006 Гн, C=0,0002 Ф, E=48 В, U_r=6 В, U_M=6 В, T=0,001 с, k_d=0,125, k=55. Корни p₁ и p₂ характеристического полинома комплексно сопряженные: при S=0 – p₁=-521,67+750,29i, p₂=-521,67-750,29i, при S=1 – p₁=520,83+749,71i, p₂=-520,83-749,71i. Они дают возможность достаточно убедительно продемонстрировать получаемую неоднозначность. Отметим, что если для логистического отображения [4] характерна однозначность и по нему могут быть воспроизведены точки хаотического процесса, то однозначность воспроизведения точек хаотического процесса по отображению на рис. 3 отсутствует.

Видно, что хаотические колебания, соответствующие одним отображениям, перекрываются хаотическими колебаниями, отвечающими другим отображениям, что показано на пилообразном напряжении u_{s.v.}(t) перекрывающимися зонами ch2, ch2, ch3 (рис. 3).

Целью работы является исследование структуры хаотических колебаний в системах, подоб-

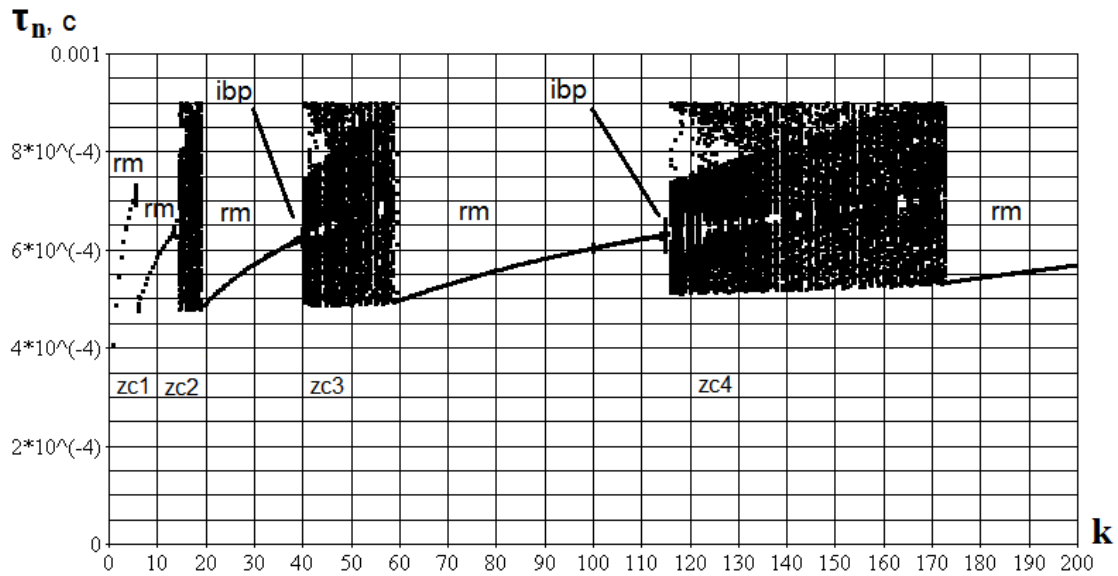


Рис. 2

ных описанной выше, при построении отображения, исключая неоднозначность.

Исследование структуры хаотических колебаний.

Рассмотрим систему рис. 1 с параметрами, соответствующими бифуркационной диаграмме рис. 2. Для устранения неоднозначности отображения построим отображение в виде

$$(e_{n+1} + \tau_{n+1}) = f(e_n + \tau_n), \quad (2)$$

где e_n и e_{n+1} – целые числа периодов развертывающего напряжения $u_{s.v.}(t)$, укладываемые в предыдущий и последующий интервалы непрерывности хаотического процесса. Тогда для значения коэффициента усиления $k=17$, что соответствует второй зоне $zc2$ хаотического процесса, показанного на рис. 2, отображение (2) примет вид, показанный на рис. 4.

Отображение (reflection chaos) $rc1$ для первого однородного хаотического процесса расположено в первом квадранте. При движении вокруг неустойчивой точки А (рис. 4.) осуществляется переход на трансферную кривую отображения (reflectijn transfer point) $rtp12$, с которой осуществляется переход на отображение $rc2$ второго однородного хаотического процесса с неустойчивой точкой В. Этот переход происходит через трансферную точку, представляющую собой точку разрыва между одним и другим однородными хаотическими процессами, причем слева точка разрыва принадлежит однородному хаотическому процессу (chaos1) $ch1$, а справа – однородному хаотическому процессу (chaos2) $ch2$. Трансферным точкам соответствуют трансферные кривые отображения $rtp12$ и $rtp21$. Каждый из однородных хаотических процессов начинается в определенной временной зоне развертывающей функции ($ch1$ и $ch2$) и каждому из них соответствуют внутренние точки переключения, лежащие на отображениях $rc1$ и $rc2$.

Построение отображения в виде (2) привело к открытию нового явления в хаотическом движении, названного **кластером хаотических колебаний**.

В рассмотренном примере кластер хаотических колебаний $zc2$ содержит два однородных хаотических процесса. Отметим, что на развертывающей функции есть мертвая зона

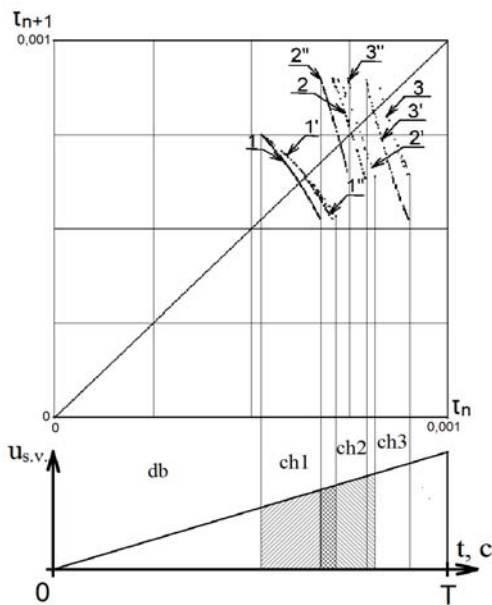


Рис. 3

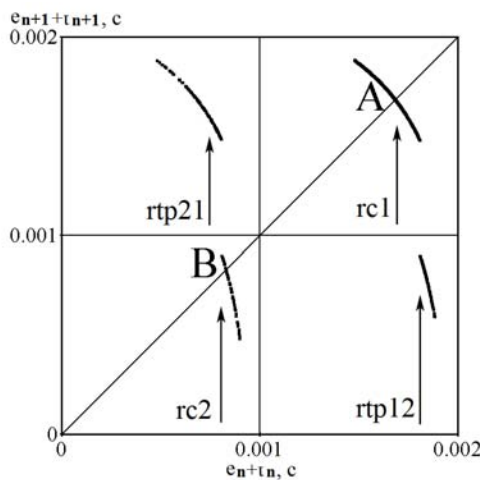


Рис. 4

db (dead band), в которую не попадает сигнал обратной связи ввиду конечности его производной в моменты nT .

При увеличении коэффициента усиления система переходит в режим регулярных движений *rm* (regular motion), а затем через ряд межкластерных бифуркационных точек *ibr* (intercluster bifurcational point), рис. 2, к новому кластеру (зона *zc3*), содержащему три однородных хаотических движения и соответствующих им три функции отображения и шесть трансферных функций отображения. Для этого случая отображение вида $\tau_{n+1} = F(\tau_n)$ показано на рис. 3, а отображение вида $(e_{n+1} + \tau_{n+1}) = f(e_n + \tau_n)$ – на рис. 5.

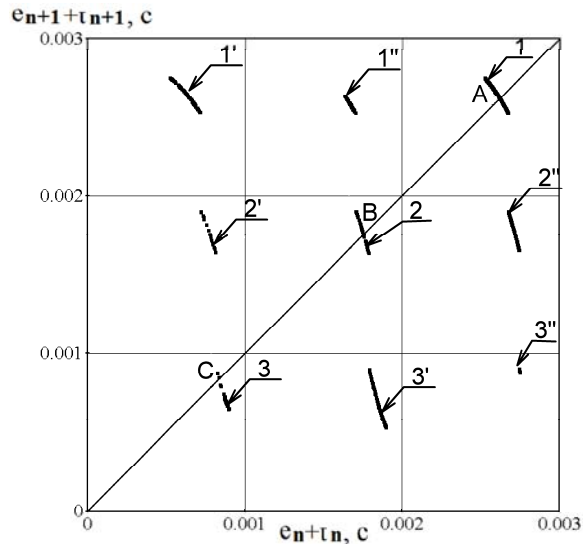


Рис. 5

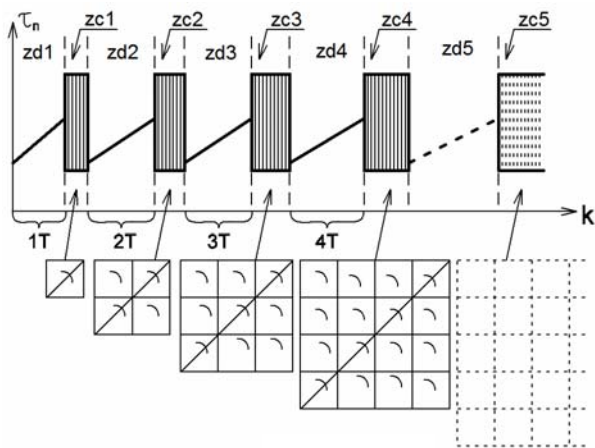


Рис. 6

однородного хаотического процесса к другому. Слева значение точки t_n^- принадлежит предыдущему однородному процессу, на рис. 7 – *ch1*, а справа t_n^+ – следующему однородному процессу (на рис. 7 – *ch2*). Эти точки переключения образуют отображение *rtp12*. Начиная с точки t_n^+ , развивается процесс *ch2*, в котором содержатся точки переключения *fsp* (feedback switching point), принадлежащие только этому однородному процессу. Процесс длится до следующей точки трансферного переключения *stp*. Пример численных значений точек *fsp* и *stp* для отображений на рис. 4 показан на рис. 8.

На протяжении существования однородного хаотического процесса *ch2* формируется составляющая целочисленной компоненты как целое число n периодов развертывающего сигнала. В показанном на рис. 8 фрагменте для *ch2* $n=1$. За время существования однородного хаотического процесса *ch1* формируется следующая составляющая целочисленной компоненты – $n=5$ для фрагмента рис. 8. Получаемая фрактальная последовательность является хаотической последова-

Как отмечено, отображение $\tau_{n+1} = F(\tau_n)$ (рис. 3) является неоднозначным, а отображения *gc1, gc2, gc3* (кривые 1, 2, 3 на рис. 3), показанные на рис. 5, являются однозначными, и по ним однозначно определяются точки трех однородных хаотических процессов *ch1, ch2, ch3*, составляющих кластер хаотических колебаний *zc3*. Переход от одного однородного хаотического процесса к другому осуществляется через 6 трансферных кривых отображения трансферных точек *rtp12, rtp13, rtp21, rtp23, rtp31, rtp32* (кривые 1', 1'', 2', 2'', 3', 3'' на рис. 3 и рис. 5).

В общем виде схематичная структура бифуркационной диаграммы перехода от одного кластера хаотических колебаний к другому показана на рис. 6.

В первой зоне *zc1* (zone chaos 1) хаотических колебаний существует один однородный хаотический процесс, которому соответствует одна кривая отображения. Во второй зоне *zc2* существуют два однородных процесса и две трансферные кривые отображения. В третьей зоне *zc3* существуют три однородных хаотических процесса и шесть трансферных кривых отображения. В N -ой зоне *zcN* существует n однородных хаотических процессов и $n(n-1)$ трансферных кривых отображения. При переходе от предыдущей зоны регулярных движений *rm* к последующей происходит увеличение периода колебаний на период T , что обозначено на рис. 6 как $1T, 2T, 3T, \dots$

Раскроем более подробно структуру кластера на примере кластера зоны *zc2*. На рис. 7 показано чередование и точки перехода от одного однородного хаотического процесса к другому.

Процесс рассматриваем с трансферной точки переключения (switching transfer point) *stp*. В этот момент происходит пересечение сигнала обратной связи с опорным сигналом и переход с одного

тельностью целых чисел. Пример фрактальной последовательности целых чисел для zc_2 , соответствующих ch_1 и ch_2 , приведен в табл. 1.

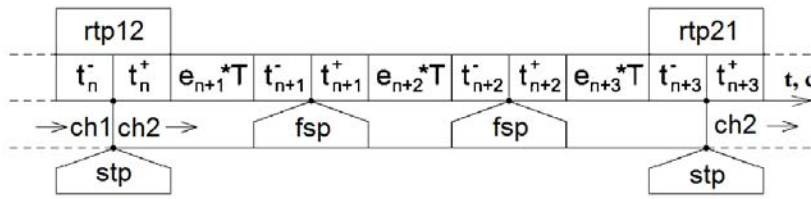


Рис. 7

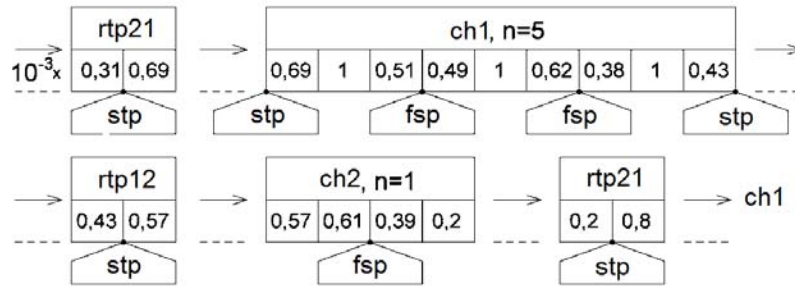


Рис. 8

кусочностепенные.

Таблица 1

ch1	...	7	5	23	9	11	7	19	1	5	17	13	3	7	3	7	21	...
ch2	...	0	2	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	...

Таблица 2

ch1	5	2	5	5	8	5	2	5	5	14	2	2	11	-	2	-
ch2	1	1	-	1	1	1	1	1	3	3	1	-	1	1	1	1
ch3	0	-	1	0	0	0	-	0	-	0	0	1	0	0	0	0

Алгоритм расчета. Расчет дифференциальных уравнений проводится в один поток численным методом Рунге-Кутты четвертого порядка с фиксированным шагом. Программа написана на языке C++ в среде Borland C++ Builder 6. В основе лежит объектно ориентированный подход. Все переменные имеют тип long double, заданная точность расчета составляет 10^{-18} , минимальное значение переменной – $3.4 \cdot 10^{-4932}$, максимальное значение переменной – $3.4 \cdot 10^{4932}$.

Блок-схема алгоритма. В начале работы программы происходит инициализация переменных и по умолчанию начальные условия $i_L = 0A$, $u_C = 0B$. Расчет проводится в цикле: расчет текущего значения разветвляющего напряжения $u_{s.v.}(t)$ – расчет дифференциального уравнения (1) – расчет сигнала обратной связи $u_{er}(t) = k(u_r - k_d u(t))$ – сравнение сигнала обратной связи с разветвляющим сигналом и при $u_{er}(t) > u_{s.v.}(t)$, $s=1$, при $u_{er}(t) \leq u_{s.v.}(t)$, $s=0$ – инкрементация переменной времени “t” – вывод значений момента переключения.

Основное влияние на результаты расчета вносит ошибка определения точки пересечения функции сигнала $u_{er}(t)$ с разветвляющей функцией $u_{s.v.}(t)$. Выбор шага расчета проводился путем сравнения результатов и подтверждения их повторяемости при изменении шага расчета в диапазоне от 10^{-4} сек до 10^{-8} сек. Установлено, что, начиная с шага 10^{-7} сек и меньше, расчеты дают одни и те же результаты, поэтому расчеты выполнялись с шагом 10^{-7} сек.

Выводы. 1. Кластер хаотических колебаний состоит из n однородных хаотических процессов, а присущее кластеру отображение содержит n^2 функций отображения, из которых n – количество функций отображений для однородных хаотических процессов и $n(n-1)$ – количество трансферных функций отображения.

2. Переход от одного однородного хаотического процесса к другому внутри кластера происходит через трансферные функции отображения и точки разрыва, образующие эти трансферные

Нули означают, что движущие системы переходят из одного однородного процесса ch_2 в другой ch_1 в пределах одного периода разветвляющего напряжения. Пример фрактальной последовательности для кластера zc_3 приведен в табл. 2, где прочерк означает, что система, пропуская один из однородных хаотических процессов, переходит на следующий за ним.

Отметим, что кластеры хаотических колебаний получены и для других систем с ключами, при этом применялись различные разветвляющие функции, в частности, синусоидальные (косинусоидальные), кусочно-синусоидальные, кусочно-экспоненциальные,

функции, принадлежащие моменту окончания одного однородного хаотического процесса (слева от точки разрыва) и началу другого однородного хаотического процесса (справа от точки разрыва).

3. Во время протекания отдельного однородного хаотического процесса формируется целочисленная компонента кластера, определяемая как сумма целых временных интервалов (в частном случае периодов) повторяемости развертывающей функции, что приводит к формированию фрактальной последовательности целых чисел, своей для каждого однородного хаотического процесса.

4. Для каждого однородного непрерывного хаотического процесса и соответствующей ему целочисленной компоненты характерно, что начало их существования находится в ограниченной и определенной временной зоне интервала (периода) непрерывности развертывающей функции.

Таким образом, явление существования кластера хаотических колебаний открывает новую разновидность движения материальных объектов.

1. *Брушко В.В., Жуйков В.Я.* Хаотизация динамики стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием // Техн. электродинамика. Тем. выпуск "Силовая электроника та енергоефективність". – 1999. – Ч 3. – С. 115–118.

2. *Жуйков В.Я., Леонов А.О.* Хаотические процессы в электротехнических системах // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – №1. – С. 121-127.

3. *Стржеleckий Р., Коротеев И.Е., Жуйков В.Я.* Хаотические процессы в системах силовой электроники. – К.: Аверс, 2001. – 197 с.

4. *Berzhe P., Pomo I., Vidal' K.* Order in Chaos (in Russian). – Moscow: Mir, 1991. – 367 p.

5. *Korot'yeyev I.* Electrotechnical systems: calculation and analysis with Mathematica and PSpice. – CRC Press. – 2010.

УДК 621.314:517.938

КЛАСТЕР ХАОТИЧНИХ КОЛИВАНЬ

В.Я.Жуйков, докт.техн.наук, **М.Є.Количенко**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,
пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.

Розглянуто нове явище – кластер хаотичних коливань, що складається з n однорідних хаотичних процесів, причому властиве кластеру відображення містить n^2 функцій відображення, з яких n – кількість функцій відображень для однорідних хаотичних процесів і $n(n-1)$ – кількість трансферних функцій відображення. Показано, що під час протікання окремого однорідного хаотичного процесу формується цілочисельна компонента кластера. Наведено конкретні параметри. Бібл.5, табл. 2, рис. 9.

Ключові слова: хаотичні процеси, електричні системи, ключі.

CLUSTER OF CHAOTIC OSCILLATIONS

V.Ya.Zhuikov, M.E.Kolichenko

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

Peremogy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine.

A new phenomenon was considered – a cluster of chaotic oscillations, consisting of n homogeneous chaotic processes, at that inherent cluster mapping contains n^2 mapping functions, of which: n – the number of mapping functions for homogeneous chaotic processes and $n(n-1)$ – the number of transfer mapping functions through which the transition from one homogeneous chaotic process to another within a cluster is made. During the course of a single uniform chaotic process, an integral component of the cluster is formed, defined as the sum of the integer time intervals of continuity of developable function, which leads to the formation of fractal sequence of integers, which is characteristic for each homogeneous chaotic process. The inception of each homogeneous chaotic process is situated in the limited and specific time zone of the interval of continuity of developable function. The concrete parameters of the equations for which the observed clusters of chaotic oscillations are given.

Key words: chaotic processes, power systems, switch.

1. *Brushko V.V., Zhuikov V.Ya.* Chaotization of Dynamics of Stabilizer of Voltage with PWM // Tekhnichna Elektrodynamika. Tematychnyi vyputsk "Sylova Elektronika I Enerhoefektyvnist". – 1999. – Part 3. – Pp. 115–118. (Rus)

2. *Zhuikov V.Ya., Leonov A.O.* Chaotic Processes in Electrical Systems. // Izvestiia Akademii Nauk SSSR. Enerhetika i Transport. – 1991. – №1. – Pp. 121–127. (Rus)

3. *Strzhelecki R., Koroteev I.E., Zhuikov V.Ja.* Chaotic Processes in Systems of Power Electronics. – Kyiv: Avers, 2001. – 197 p. (Rus)

4. *Berzhe P., Pomo I., Vidal' K.* Order in Chaos. – Moskva: Mir, 1991. – 367 p. (Rus)

5. *Korot'yeyev I.* Electrotechnical systems: calculation and analysis with Mathematica and PSpice. – CRC Press. – 2010.

Надійшла 30.10.2012

Received 30.10.2012