

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ СТАТОРНОЙ ОБМОТКИ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОЛЫМ РОТОРОМ

**Т.В.Виштак, А.Н.Карлов, И.П.Кондратенко, докт.техн.наук, А.П.Ращепкин, докт.техн.наук**  
**Институт электродинамики НАН Украины,**  
**пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина. e-mail: [dep7ied@ukr.net](mailto:dep7ied@ukr.net)**

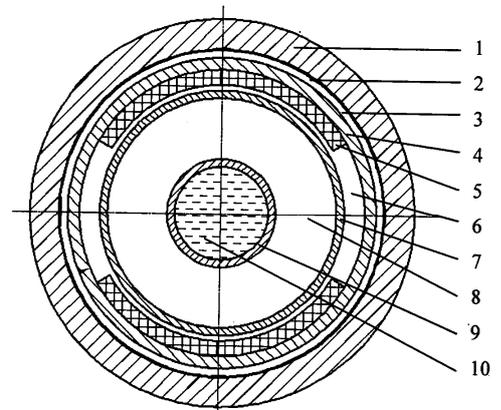
*Применительно к электромагнитному перемешивателю жидкого металла в кристаллизаторе машин непрерывного литья заготовок, выполненного в виде синхронного двигателя с полым ротором и системой возбуждения на постоянных магнитах, определено магнитное поле токов статорной обмотки. Выведены граничные условия для магнитного потенциала на поверхности жидкого металла, создаваемого токами статорной обмотки, которые используются для численного решения задачи распределения магнитного потенциала в жидкометаллическом слитке при произвольном распределении его скорости вращения. Разработан численно-аналитический метод определения магнитного поля в конструктивных элементах кристаллизатора, которое возбуждается токами статорной обмотки. Библиограф. 2, рис. 1.*

**Ключевые слова:** магнитное поле, синхронный электромагнитный перемешиватель, непрерывное литье, кристаллизатор.

В статье [2] изложено назначение и принцип исполнения синхронного двигателя с полым ротором. Также были показаны различия в структуре магнитных полей, возбуждаемых магнитной системой ротора на постоянных магнитах и токами статорной обмотки. В результате проведенного там анализа найдено распределение магнитного поля в конструктивных элементах кристаллизатора, возбуждаемого магнитной системой ротора на постоянных магнитах.

Целью настоящей работы является определение магнитного поля, возбуждаемого токами статорной обмотки в полости электромагнитного перемешивателя, выполненного в виде синхронного двигателя с полым ротором.

Модельное представление кристаллизатора с наружным расположением перемешивателя, выполненного в виде двухполюсного синхронного двигателя с полым ротором, показано на рисунке. Здесь 1 – шихтованный статор синхронного двигателя с радиусом расточки  $r_7$ , 2 – поверхностный токовый слой, соответствующий токовой нагрузке статора, 3 – воздушный зазор между статором и ротором, 4 – ярмо ротора, выполненное из немагнитного материала, с наружным и внутренним радиусами  $r_6$  и  $r_5$  соответственно, 5 – постоянные магниты с внутренним радиусом  $r_4$ , 6 – воздушный зазор между ротором синхронного двигателя и корпусом кристаллизатора, 7 – корпус кристаллизатора с наружным и внутренним радиусами  $r_3$  и  $r_2$ , 8 – полость водяного охлаждения, 9 – медная гильза кристаллизатора с наружным и внутренним радиусами  $r_1$  и  $r$ , 10 – жидкометаллическая заготовка.



Конструктивные размеры элементов кристаллизатора и перемешивателя будем полагать прежними [2], а токовую нагрузку – размещенной на поверхности расточки статора в виде бесконечно тонкого токового слоя. Применительно к трехфазному исполнению двигателя примем, что обмотка питается симметричной системой синусоидальных токов с круговой частотой  $\omega$

$$I_A = I_m e^{i\omega t + i\varphi_i}, \quad I_B = I_m e^{-i2\pi/3}, \quad I_C = I_m e^{i2\pi/3}, \quad (1)$$

где  $\varphi_i$  – некоторый фазный сдвиг токов при  $t = 0$ .

Для трехфазного исполнения обмотки  $z$ -составляющая токовой нагрузки статора равна сумме  $z$ -составляющих фазных токовых нагрузок

$$i_z = i_A + i_B + i_C. \quad (2)$$

Предположим, что  $2p$ -полюсная обмотка перемешивателя размещается на всей поверхности расточки статора  $-\pi < \varphi < \pi$ . Все катушки обмотки имеют идентичное исполнение и сдвинуты в пределах фазной зоны на одинаковый угол  $\pi / pmq$ . В общем случае катушки разных фаз могут иметь различное количество витков  $s_A, s_B, s_C$  и пространственный шаг  $y_A, y_B, y_C$ . Положим также, что фазная зона фазы  $A$  начинается при  $\varphi = -\pi + \varphi_A$ , тогда токовую нагрузку фазы  $A$  можно представить в виде

$$i_A = \frac{I_A s_A}{b_n} \sum_{s=1}^p \sum_{k=1}^q \left( \Theta(r_7(\varphi + \pi - \varphi_A - T(k, s) + \frac{b_n \pi}{2p\tau})) - \Theta(r_7(\varphi + \pi - \varphi_A - T(k, s) - \frac{b_n \pi}{2p\tau})) - \Theta(r_7(\varphi + \pi - \varphi_A - T(k, s) + \frac{b_n \pi}{2p\tau} - \frac{\pi y_A}{p\tau})) + \Theta(r_7(\varphi + \pi - \varphi_A - T(k, s) - \frac{b_n \pi}{2p\tau} - \frac{\pi y_A}{p\tau})) \right), \quad (3)$$

$$T(k, s) = \frac{2k-1}{2pmq} \pi + \frac{2(s-1)\pi}{p}.$$

Аналогичное представление имеют токовые нагрузки фаз  $B$  и  $C$

$$i_B = i_A(I_A \rightarrow I_B, s_A \rightarrow s_B, \varphi_A \rightarrow \varphi_B, y_A \rightarrow y_B), \quad (4)$$

$$i_C = i_A(I_A \rightarrow I_C, s_A \rightarrow s_C, \varphi_A \rightarrow \varphi_C, y_A \rightarrow y_C).$$

Здесь  $I_A, I_B, I_C$  – амплитудные значения фазных токов,  $q$  – число пазов на полюс и фазу,  $p$  – число пар полюсов обмотки,  $m$  – число фаз обмотки,  $b_n$  – ширина открытия паза,  $r_2$  – радиус расточки статора,  $\theta(\dots)$  – единичная обобщенная функция, равная нулю при отрицательных значениях аргумента и единице – при положительных его значениях. Представление  $P(a \rightarrow b)$  означает: выполнить в выражении  $P(a)$  замену величины  $a$  на величину  $b$ . Полюсное деление обмотки равно

$$\tau = \pi r_7 / p. \quad (5)$$

При симметричном исполнении обмоток значения  $\varphi_B$  и  $\varphi_C$  определяются через  $\varphi_A$

$$\varphi_B = \varphi_A + 2\pi / pm, \quad \varphi_C = \varphi_A + \pi / pm, \quad (6)$$

где  $\varphi_A$  может принимать произвольное значение.

Применяя к равенству (2) дискретное интегральное преобразование Фурье [1], найдем преобразованное значение токовой нагрузки  $2p$ -полюсной обмотки

$$I(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{in\varphi} (i_A + i_B + i_C) d\varphi = I_A(n) + I_B(n) + I_C(n), \quad (7)$$

где  $n$  – параметр преобразования Фурье.

С учетом представления токовой нагрузки фазы  $A$  согласно (3) найдем по (7)  $I_A(n) = I_A w_A k_A / 2\pi r_7$ , где количество витков в фазе  $A$   $w_A = s_A p q$ , а обмоточный коэффициент

$$k_A = e^{-\frac{in\pi}{p}(1-x_\varphi \frac{1}{2m})} (1 - e^{\frac{in\pi y_A}{p\tau}}) \frac{\sin(n\pi)}{p \sin(n\pi/p)} \frac{\sin(n\pi/2pm)}{q \sin(n\pi/2pmq)} \frac{\sin(n\pi b_n/2p\tau)}{n\pi b_n/2p\tau}, \quad x_\varphi = p\varphi_A / \pi. \quad (8)$$

Аналогичным образом определяются согласно (4) и (7) преобразованные значения токовых нагрузок фаз  $B$  и  $C$ :  $I_B(n) = I_B w_B k_B (2\pi r_7)^{-1}$ ,  $I_C(n) = I_C w_C k_C (2\pi r_7)^{-1}$ , где  $w_B = s_B p q$ ,  $w_C = s_C p q$  и обмоточные коэффициенты

$$k_B = k_A(\varphi_A \rightarrow \varphi_B, y_A \rightarrow y_B); \quad k_C = k_A(\varphi_A \rightarrow \varphi_C, y_A \rightarrow y_C). \quad (9)$$

Наличие в обмоточных коэффициентах множителя  $\sin(n\pi) / p \sin(n\pi/p)$ , всегда равного нулю при  $n < p$ , указывает на отсутствие пространственных субгармоник в токовой нагрузке и магнитном поле перемешивателя. Магнитное поле содержит основную гармонику  $n = p$  и высшие гармоники, кратные  $p$ .

Учитывая, что фаза  $C$  начинается с фазной зоны  $Z$ , окончательно преобразованное значение токовой нагрузки  $2p$ -полюсной обмотки равно

$$I(n) = (I_A w_A k_A + I_B w_B k_B - I_C w_C k_C) / 2\pi r_7, \quad I(n) e^{-i\omega t} = A_m. \quad (10)$$

В цилиндрической, неподвижной относительно статора системе координат  $(\rho, \varphi, z)$  в приближении бесконечной высоты перемешивателя отличной от нуля является лишь  $z$ -составляющая векторного магнитного потенциала. Поэтому распределение магнитного поля в полости перемешивателя при допущении равенства нулю  $\rho$ -составляющей скорости описывается уравнением для  $z$ -составляющей магнитного потенциала

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} - \mu\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\mu\sigma v_\varphi}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} = 0, \quad (11)$$

принимая ограниченные значения при  $\rho = 0$  и при допущении бесконечной магнитной проницаемости железа статора, удовлетворяющего неоднородному граничному условию Неймана при  $\rho = r_7$ :

$$\frac{\partial A_z}{\partial \rho} = -B_{\varphi t}, \quad B_{\varphi t} = -\mu_0 i_z. \quad (12)$$

Так как  $i_z$  является гармонической функцией времени, то ввиду линейности уравнения (11)  $B_{\varphi t}$  и  $A_z$  также являются гармоническими функциями времени. Тогда, применяя к уравнениям (11) и (12) дискретное преобразование Фурье [1]

$$A1_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A_z e^{in\varphi} d\varphi, \quad B_\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_{\varphi t} e^{in\varphi} d\varphi, \quad (13)$$

найдем, что преобразованное значение  $z$ -компоненты векторного магнитного потенциала удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 A1_n}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A1_n}{\partial \rho} - \left( \frac{n^2}{\rho^2} + i\mu\sigma \left( \omega - \frac{nv_\varphi}{\rho} \right) \right) A1_n = 0 \quad (14)$$

и граничному условию при  $\rho = r_7$ :  $\partial A1_n / \partial \rho = -B_\varphi$ ,  $B_\varphi = -\mu_0 A_m$ . При  $\rho = 0$   $A1_n$  принимает также ограниченные значения. Решением этого уравнения в воздушном зазоре между ярмом ротора и расточкой статора  $r_6 < \rho < r_7$ , поскольку электропроводность воздуха равна нулю, является функция

$$A1_n = C_1 \rho^n + C_2 \rho^{-n}.$$

Удовлетворяя его граничному условию (14), найдем, что в воздушном зазоре

$$A1_n = -\frac{B_\varphi \rho^n}{nr_7^{n-1}} + \frac{C_2 \rho^n}{r_7^{2n}} \left( 1 + \frac{r_7^{2n}}{\rho^{2n}} \right). \quad (15)$$

Азимутальная скорость движения равна нулю для всех сред, размещенных в полости кристаллизатора, кроме жидкого металла и массивного немагнитного яра ротора, вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , для которого  $v_\varphi = \omega\rho$ . Подставляя ее значение в уравнение (14), найдем его общее решение в области яра ротора  $r_5 < \rho < r_6$  в виде суммы модифицированных функций Бесселя

$$A1_n = C_3 I_n(a_4 \rho) + C_4 K_n(a_4 \rho), \quad a_4 = \sqrt{i\mu\sigma_e \omega(1-n)}, \quad (16)$$

где  $\sigma_e$  – электропроводность материала яра ротора.

Исходя из тождественного равенства нормальных составляющих индукции и тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля, найдем условия сопряжения решений на границе раздела сред  $\rho$   $\partial A1_n(\rho+0)/\partial \rho = \partial A1_n(\rho-0)/\partial \rho$ ,  $A1_n(\rho+0) = A1_n(\rho-0)$ .

На основе условий (17) при  $\rho = r_6$  с использованием решений (15) и (16) приходим к системе двух алгебраических уравнений, из которой, избавляясь от постоянной интегрирования  $C_2$ , находим

$$C_3 b + C_4 d = -2B_\varphi r_6^{n-1} / r_7^{n-1} = C_{11}, \quad (18)$$

$$\text{где } b = \frac{n}{r_6} \left( 1 - \frac{r_6^{2n}}{r_7^{2n}} \right) I_n(a_4 r_6) + \left( 1 + \frac{r_6^{2n}}{r_7^{2n}} \right) \frac{\partial I_n(a_4 r_6)}{\partial r_6}, \quad d = \frac{n}{r_6} \left( 1 - \frac{r_6^{2n}}{r_7^{2n}} \right) K_n(a_4 r_6) + \left( 1 + \frac{r_6^{2n}}{r_7^{2n}} \right) \frac{\partial K_n(a_4 r_6)}{\partial r_6}.$$

Используя (18) и выражая  $C_3$  через  $C_4$ , решение (16) представим в виде

$$A1_n = -C_{11} I_n(a_4 \rho) / b - C_4 (d I_n(a_4 \rho) / b - K_n(a_4 \rho)). \quad (19)$$

Так как электропроводности материала магнитов и воздушного промежутка равны нулю, то общее решение уравнения (14) в области  $r_3 < \rho < r_5$  дается суммой степенных функций

$$A1_n = C_5 \rho^n + C_6 \rho^{-n}. \quad (20)$$

Подчиняя решения (19) и (20) на границе раздела сред  $\rho = r_5$  условиям сопряжения (17), установим, освобождаясь от постоянной интегрирования  $C_4$ , что  $C_5 p_n + C_6 q_n = C_{11} / r_5$ , где

$$p_n = r_5^n \left( d \frac{\partial I_n(a_4 r_5)}{\partial r_5} - b \frac{\partial K_n(a_4 r_5)}{\partial r_5} \right) - \frac{n}{r_5} (d I_n(a_4 r_5) - b K_n(a_4 r_5)),$$

$$q_n = r_5^{-n} \left( d \frac{\partial I_n(a_4 r_5)}{\partial r_5} - b \frac{\partial K_n(a_4 r_5)}{\partial r_5} \right) + \frac{n}{r_5} (d I_n(a_4 r_5) - b K_n(a_4 r_5)),$$

и, следовательно, решение (20) может быть представлено через одну постоянную интегрирования  $C_6$

$$A I_n = \frac{C_{11} \rho^n}{p_n r_5} + C_6 (\rho^{-n} - \rho^n q_n / p_n). \quad (21)$$

В корпусе кристаллизатора  $r_2 < \rho < r_3$ , поскольку здесь  $v_\varphi = 0$ , решение уравнения (14) представляется суммой модифицированных функций Бесселя

$$A I_n = C_7 I_n(a_1 \rho) + C_8 K_n(a_1 \rho), \quad a_1 = \sqrt{i \mu \sigma_k \omega}. \quad (22)$$

Здесь  $\sigma_k$  – электропроводность материала корпуса кристаллизатора. На основе условий сопряжения (17) при  $\rho = r_3$  с использованием решений (21) и (22), избавляясь от постоянной интегрирования  $C_6$ , находим зависимость

$$C_7 m_n + C_8 n_n = 2n C_{11} / r_3 r_5,$$

где

$$m_n = n r_3^{-1} (p_n r_3^{-n} + q_n r_3^n) I_n(a_1 r_3) + (p_n r_3^{-n} - q_n r_3^n) \partial I_n(a_1 r_3) / \partial r_3,$$

$$n_n = n r_3^{-1} (p_n r_3^{-n} + q_n r_3^n) K_n(a_1 r_3) + (p_n r_3^{-n} - q_n r_3^n) \partial K_n(a_1 r_3) / \partial r_3.$$

С учетом полученных соотношений решение (22) преобразуется к виду

$$A I_n = 2n C_{11} (r_3 r_5 m_n)^{-1} I_n(a_1 \rho) + C_8 (K_n(a_1 \rho) - n_n m_n^{-1} I_n(a_1 \rho)). \quad (23)$$

В полости водяного охлаждения между корпусом кристаллизатора и медной гильзой  $r_1 < \rho < r_2$  в предположении, что обечайка выполнена из неэлектропроводного пластика, решение уравнения (14) описывается суммой степенных функций

$$A I_n = C_9 \rho^n + C_{10} \rho^{-n}. \quad (24)$$

С использованием условий сопряжения (17) при  $\rho = r_2$  и решений (23) и (24), освобождаясь от постоянной интегрирования  $C_8$ , найдем

$$C_9 x_n + C_{10} z_n = 2n C_{11} / r_2 r_3 r_5,$$

где

$$x_n = r_2^n ((m_n \partial K_n(a_1 r_2) / \partial r_2 - n_n \partial I_n(a_1 r_2) / \partial r_2) - n r_2^{-n-1} (m_n K_n(a_1 r_2) - n_n I_n(a_1 r_2))),$$

$$z_n = r_2^{-n} ((m_n \partial K_n(a_1 r_2) / \partial r_2 - n_n \partial I_n(a_1 r_2) / \partial r_2) + n r_2^{-n-1} (m_n K_n(a_1 r_2) - n_n I_n(a_1 r_2))),$$

$$A I_n = 2n C_{11} \rho^n / (r_2 r_3 r_5 x_n) + C_{10} (\rho^{-n} - \rho^n z_n / x_n). \quad (25)$$

В области неподвижной медной гильзы  $r < \rho < r_1$  распределение магнитного потенциала согласно уравнению (14) описывается суммой модифицированных функций Бесселя

$$A I_n = C_{13} I_n(a_2 \rho) + C_{12} K_n(a_2 \rho), \quad a_2 = \sqrt{i \mu \sigma_m \omega}, \quad (26)$$

где  $\sigma_m$  – электропроводность медной гильзы. Окончательно

$$A I_n = 4n^2 C_{11} (r_1 r_2 r_3 u_n)^{-1} I_n(a_2 \rho) + C_{12} (y_n I_n(a_2 \rho) - u_n K_n(a_2 \rho)) / u_n, \quad (27)$$

так как, согласно условиям сопряжения (17), на границе раздела сред  $\rho = r_1$  решений (25) и (26) удовлетворяются условия

$$C_{13} u_n + C_{12} y_n = 4n^2 C_{11} / r_1 r_2 r_3 r,$$

где

$$u_n = n r_1^{-1} (x_n r_1^{-n} + z_n r_1^n) I_n(a_2 r_1) + (x_n r_1^{-n} - z_n r_1^n) \partial I_n(a_2 r_1) / \partial r_1,$$

$$y_n = n r_1^{-1} (x_n r_1^{-n} + z_n r_1^n) K_n(a_2 r_1) + (x_n r_1^{-n} - z_n r_1^n) \partial K_n(a_2 r_1) / \partial r_1.$$

Зная распределение магнитного потенциала в гильзе кристаллизатора (27), легко определить непосредственно его значение и значение его нормальной производной на границе с жидким металлом  $\rho = r$ . Тогда, согласно условиям сопряжения (17), граничное условие для магнитного потенциала в жидком металле  $A I_n(\rho)$  при  $\rho = r$  представляется зависимостью

$$\frac{\partial A_{1n}(\rho)}{\partial \rho} (u_n K_n(a_2 r) - y_n I_n(a_2 r)) - A_{1n}(\rho) (u_n \frac{\partial K_n(a_2 r)}{\partial r} - y_n \frac{\partial I_n(a_2 r)}{\partial r}) = \frac{4n^2 C_{11}}{r r_1 r_2 r_3 r_5}. \quad (28)$$

Для определения распределения магнитного потенциала в жидком металле при произвольной зависимости его азимутальной скорости вращения  $v_\varphi(\rho)$  потребуется численное решение уравнения (14), удовлетворяющего граничному условию (28), совместно с нестационарным уравнением гидродинамики методом итераций, поскольку необходимо отслеживать изменение электродинамических усилий в металле при изменении его скорости вращения.

При представлении жидкого металла в виде неподвижного твердого тела уравнение (14) имеет в классе ограниченных функций простое аналитическое решение, удовлетворяющее граничному условию (28)

$$A_{1n} = C_{13} I_n(a_3 \rho), \quad (29)$$

$$\text{где } a_3 = \sqrt{i\mu\sigma\omega}, \quad C_{13} = \frac{4n^2 C_{11}}{r r_1 r_2 r_3 r_5} / \left[ \frac{\partial I_n(a_3 r)}{\partial r} (u_n K_n(a_2 r) - y_n I_n(a_2 r)) - I_n(a_2 r) (u_n \frac{\partial K_n(a_2 r)}{\partial r} - y_n \frac{\partial I_n(a_2 r)}{\partial r}) \right],$$

$\sigma$  – электропроводность жидкого металла.

Будем в дальнейшем полагать, что либо в результате численного, либо на основе приближенного аналитического решения уравнения (14) в области жидкого металла стало известным значение магнитного потенциала  $A_{1n}(r)$  при  $\rho = r$ . Тогда на основе условий сопряжения с использованием решения (27) находим

$$C_{12} = (A_{1n}(r) u_n - 4n^2 C_{11} (r_1 r_2 r_3 r_5 u_n)^{-1} I_n(a_2 r)) / (u_n K_n(a_2 r) - y_n I_n(a_2 r)), \quad (30)$$

однозначно определив тем самым распределение магнитного потенциала в гильзе кристаллизатора и, в частности, на ее внешней поверхности  $A_{1n}(r_1)$ , полагая в (27)  $\rho = r_1$ .

Зная величину магнитного потенциала на внешней поверхности гильзы кристаллизатора  $A_{1n}(r_1)$ , аналогичным образом из (25) при  $\rho = r_1$  найдем постоянную интегрирования

$$C_{10} = (A_{1n}(r_1) x_n - 2n C_{11} r_1^n / r_2 r_3 r_5) (x_n r_1^{-n} - z_n r_1^n)^{-1}. \quad (31)$$

Определив  $C_{10}$  по (25), непосредственно теперь определяем величину магнитного потенциала на внутренней поверхности корпуса кристаллизатора при  $\rho = r_2$  и согласно второму равенству (17) из решения (23) найдем

$$C_8 = (A_{1n}(r_2) m_n - \frac{2n C_{11}}{r_3 r_5} I_n(a_1 r_2)) (m_n K_n(a_1 r_2) - n_n I_n(a_1 r_2))^{-1}. \quad (32)$$

По известному теперь распределению магнитного потенциала в корпусе кристаллизатора, в частности при  $\rho = r_3$ , в соответствии с условиями сопряжения (17) из (21) и (23) найдем

$$C_6 = (A_{1n}(r_3) p_n - C_{11} r_3^n / r_5) (p_n r_3^{-n} - q_n r_3^n)^{-1}, \quad (33)$$

что, в свою очередь, позволяет определить из (21) при  $\rho = r_5$  значение магнитного потенциала  $A_{1n}(r_5)$  и из (19), согласно условиям сопряжения,

$$C_4 = (A_{1n}(r_5) b - C_{11} I_n(a_4 r_5)) (b K_n(a_4 r_5) - d I_n(a_4 r_5))^{-1}. \quad (34)$$

На основе найденного распределения магнитного потенциала в яре ротора (19) при известной постоянной интегрирования  $C_4$  с учетом, что на границе раздела сред  $\rho = r_6$  удовлетворяются условия равенства магнитных потенциалов, из (15) и (19) найдем

$$C_2 = (A_{1n}(r_6) r_6^n + B_\varphi r_6^{2n} / n r_7^{n-1}) (1 + r_6^{2n} / r_7^{2n})^{-1}. \quad (35)$$

Таким образом, в функциональной зависимости от величины векторного магнитного потенциала на поверхности жидкометаллического слитка при произвольной скорости вращения жидкого металла определены постоянные интегрирования и, в результате, распределение магнитного поля в конструктивных элементах кристаллизатора.

Магнитное поле в полости перемешивателя описывается обратным преобразованием найденных преобразованных величин  $z$ -составляющей векторного магнитного потенциала в неподвижной системе координат  $(\rho, \varphi, z)$  в виде ряда по  $n$

$$A_z(\rho, \varphi, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} A1_n(\rho) e^{i(\omega t - n\varphi)}, \quad (36)$$

где  $A1_n(\rho)$  обозначают приведенные выше решения (15)–(29) для соответствующих областей перемешивателя.

**Выводы.** В функциональной зависимости от распределения магнитного потенциала на поверхности жидкометаллического слитка получено аналитическое описание распределения магнитного поля в конструктивных элементах кристаллизатора, возбуждаемого токами статорной обмотки синхронного двигателя с полым ротором для электромагнитного перемешивания жидкого металла в кристаллизаторах машин непрерывного литья заготовок.

Сформулированы граничные условия на поверхности жидкометаллического слитка, которые используются для численного определения магнитного потенциала в расплаве при произвольной скорости вращения жидкого металла в гильзе кристаллизатора.

1. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – М.: Наука, 1978. – 296 с.

2. Кондратенко И.П., Ращепкин А.П., Виштак Т.В., Карлов А.Н. Магнитное поле системы возбуждения на постоянных магнитах синхронного двигателя с полым ротором // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 2. – С. 58–63.

УДК 621.313.8

#### МАГНІТНЕ ПОЛЕ СТРУМІВ СТАТОРНОЇ ОБМОТКИ СИНХРОННОГО ДВИГУНА З ПОРОЖНИСТИМ РОТОРОМ

Т.В.Виштак, О.М.Карлов, І.П.Кондратенко, докт.техн.наук, А.П.Ращепкін, докт.техн.наук

Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

e-mail: [dep7ied@ukr.net](mailto:dep7ied@ukr.net)

*Для електромагнітного перемішувача рідкого металу в кристалізаторі машин безперервного лиття заготовок, виконаного у вигляді синхронного двигуна з порожнистим ротором, визначено магнітне поле струмів статорної обмотки. Виведені граничні умови, які використовуються для чисельного розрахунку розподілу магнітного потенціалу в рідкому металі при довільному розподілі його швидкості обертання. Розроблено чисельно-аналітичний метод визначення магнітного поля в кристалізаторі. Бібл. 2, рис. 1.*

**Ключові слова:** магнітне поле, синхронний електромагнітний перемішувач, безперервне лиття, кристалізатор.

#### MAGNETIC FIELD OF CURRENTS A WINDING STATOR OF THE SYNCHRONOUS MOTOR WITH HOLLOW A ROTOR

T.V.Vyshtak, O.M.Karlov, I.P.Kondratenko, A.P.Rashchepkin

Institute Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,

Peremohy pr., 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine.

e-mail: [dep7ied@ukr.net](mailto:dep7ied@ukr.net)

*With respect to the magnetic stirrer of liquid metal in the mold continuous casting machines, made in the form of a synchronous motor with a hollow rotor and excitation system based on permanent magnets, the magnetic field is determined by the stator winding currents. We derive the boundary conditions for the magnetic potential on the surface of the molten metal produced by the stator currents, which are used for the numerical solution of the distribution of magnetic potential in the liquid metal ingot with an arbitrary distribution of its speed. A numerical-analytical method for the determination of the magnetic field in the structural parts of the mold, which is excited by currents of the stator winding. References 2, figure 1.*

**Key words:** the magnetic field, synchronous electromagnetic stirrer, a continuous casting, mold.

1. Gakhov F.D., Cherskii Yu.I. Equations type a convolution. – Moskva: Nauka, 1978. – 296 p. (Rus)

2. Vishtak T.V., Karlov A.N., Kondratenko I.P., Rashchepkin A.P. Magnetic field of a system of excitation on permanent magnets of the synchronic motor with hollow a rotor // Tekhnichna elektrodynamika. – 2013. – Vol. 2. – Pp. 58–63. (Rus)

Надійшла 24.01.2013

Received 24.01.2013