

УДК 621.314

### ВИЗНАЧЕННЯ ПОВНОЇ ПОТУЖНОСТІ ТРИФАЗНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ ЯК ТЕОРЕТИЧНА ОСНОВА ДЛЯ ПОБУДОВИ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНИХ ЗАСОБІВ ПАРАЛЕЛЬНОЇ АКТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

М.Ю.Артеменко<sup>1</sup>, докт.техн.наук, В.М.Михальський<sup>2\*</sup>, докт.техн.наук, С.Й.Поліщук<sup>2</sup>, канд.техн.наук  
<sup>1</sup> – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна.  
<sup>2</sup> – Інститут електродинаміки НАН України, пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна,  
e-mail: [artemenko\\_m\\_ju@ukr.net](mailto:artemenko_m_ju@ukr.net), [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua)

*Визначено фізичний зміст раніше запропонованої формули повної потужності для резистивної моделі лінії електропередачі трифазної чотирипровідної системи живлення в несиметричному несинусоїдному періодичному режимі - це середнє геометричне значення потужностей втрат на активних опорах системи живлення, викликаних лінійними струмами та фазними напругами навантаження при умовно видалених джерелах системи живлення. Проведено порівняльний аналіз запропонованої формули з виразами для повної потужності, що базуються на IEEE та європейському стандартах, і встановлено умови їхньої еквівалентності. Розглянуто енергоефективні алгоритми керування засобами паралельної активної фільтрації, що відповідають декомпозиції повної потужності, регламентованої стандартом IEEE, та встановлено розрахункові співвідношення для мінімізації потужності втрат при застосуванні цих засобів. Бібл. 12, рис. 4.*

**Ключові слова:** повна потужність, коефіцієнт потужності, складова нульової послідовності, активний фільтр.

**Вступ.** Швидкий розвиток силової електроніки завдяки виробництву нових напівпровідникових приладів дозволяє реалізувати перетворювачі електроенергії з необхідними характеристиками для різноманітних призначень та навантажень. Але при цьому напівпровідникові перетворювачі є нелінійними навантаженнями мережі живлення, і збільшення їхньої кількості та потужності призводить до зниження показників якості споживаних з мережі струмів і, як наслідок, додаткового спотворення напруг мережі живлення.

Сучасні теорії миттєвої потужності [6] суттєво змінили ідеологію керування перетворювачами електроенергії шляхом використання інформації про миттєві значення струмів та напруг системи живлення. Це дозволило підвищити її ефективність, здійснюючи керування компенсаторами неактивних складових потужності в реальному масштабі часу та уникаючи додаткових втрат енергії, зумовлених несиметрією й несинусоїдністю напруг трифазного джерела живлення, а також несиметрією, нелінійністю та зміною у часі навантаження [2]. Разом із тим існуючі алгоритми керування засобами активної фільтрації (АФ) для зменшення потужності втрат не повною мірою відображають класичні інтегральні показники, що визначають енергоефективність роботи системи живлення. Такі показники потребують, у першу чергу, коректного визначення повної потужності трифазної чотирипровідної системи живлення при заданих напругах та з урахуванням потужності втрат на активних опорах лінії електропередачі від джерела до навантаження [8, 9].

**Метою статті** є визначення фізичного змісту запропонованої раніше формули повної потужності та її порівняльний аналіз з виразами, що базуються на IEEE та європейському стандартах, встановлення умов їхньої еквівалентності, вибір енергоефективних алгоритмів керування засобами паралельної активної фільтрації, що відповідають регламентованій декомпозиції складових повної потужності трифазної чотирипровідної системи живлення, та кількісна оцінка економії втрат від застосування цих алгоритмів.

**Інтегральне співвідношення для визначення повної потужності трифазних систем електроживлення та її фізичний зміст.** Як відомо, теоретична електротехніка визначає інтегральним критерієм енергоефективності процесу споживання електроенергії трифазної системи живлення коефіцієнт потужності

$$\lambda = P / S, \quad (1)$$

де  $P = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{i}(t) dt$  – активна потужність трифазної системи;  $S$  – повна потужність;  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\mathbf{i}(t)$  – три-

координатні вектори миттєвих значень фазних напруг та лінійних струмів;  $T$  – період мережної напруги;  $^T$  – знак транспонування. При визначенні повної потужності як трипровідних, так і чотирипро-

відних систем здебільшого застосовується формула F.Buchholz у вигляді добутку середньоквадратичних норм векторів фазних напруг та лінійних струмів [6, 7]

$$S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) \mathbf{i}(t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) dt}. \quad (2)$$

Однак наявність нейтрального проводу, в якому протікає сумарний струм лінійних проводів, є суттєвою відмінністю чотирипровідної системи, оскільки збільшується потужність втрат порівняно з трипровідною системою. Незалежність повної потужності, розрахованої за формулою F.Buchholz, від співвідношення активних опорів з'єднувальних проводів викликає похибку при її застосуванні для чотирипровідних систем за наявності ненульового струму нейтрального проводу. Через цю похибку неточно визначається і коефіцієнт потужності, внаслідок чого існуючі алгоритми врівноважування несиметричного навантаження, що реалізуються в активних фільтрах та реактивних компенсаторах, не забезпечують оптимального енергетичного режиму, що характеризується мінімумом втрат та близьким до одиниці коефіцієнтом потужності.



Рис. 1

Коректно повна потужність трифазної чотирипровідної несиметричної, несинусоїдної системи живлення визначається як максимальна активна потужність навантаження, що може бути досягнута в процесі передачі енергії від трифазного джерела при заданих напругах та втратах на активних опорах силового кабелю у навантаження [8]. В результаті розв'язання екстремальної задачі максимізації активної потужності навантаження при заданих напругах джерела та потужності втрат у силовому кабелі для його резистивної моделі (рис. 1) запропонована формула визначення повної потужності трифазної системи живлення,

що враховує співвідношення опорів проводів силового кабелю [1]

$$S = P_{\max} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{R} = r\mathbf{E} + r_N \mathbf{j}\mathbf{j}^T$  – матриця опорів втрат, симетрична відносно головної діагоналі,  $\mathbf{E}$  – одинична матриця;  $\mathbf{j}^T = \|\mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1}\|$ . У трипровідній системі живлення потужність втрат також описується виразом (3) при  $\mathbf{R} = r\mathbf{E}$  і формула (3) відповідає формулі F.Buchholz (2).

Для чотирипровідної системи матриця  $\mathbf{R}$  впливає на інтегральні вирази з (3) за наявності складових нульової послідовності векторів фазних напруг та лінійних струмів і формула повної потужності може бути представлена у вигляді [1]

$$S = \sqrt{[U_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0)U_0^2][I_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0)^{-1}I_0^2]}, \quad (4)$$

де  $U_{\perp}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}_{\perp}^T(t) \mathbf{u}_{\perp}(t) dt$ ;  $U_0^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}_0^T(t) \mathbf{u}_0(t) dt = \frac{1}{3T} \int_0^T u_+^2(t) dt$ ;  $u_+(t) = \mathbf{j}^T \mathbf{u}(t)$ ;

$\mathbf{u}_0(t) = \frac{u_+(t)}{3} \mathbf{j} = \frac{1}{3} \mathbf{j}\mathbf{j}^T \mathbf{u}(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{u}(t)$  – складова нульової послідовності вектора фазних напруг, колінеарна орту  $\mathbf{j} / \sqrt{3}$ ;  $u_+(t) = \mathbf{j}^T \mathbf{u}(t)$ ;  $\mathbf{A}_0 = \frac{1}{3} \mathbf{j}\mathbf{j}^T$ , а ортогональна цьому орту складова  $\mathbf{u}_{\perp}(t)$ , що локалізується в  $\alpha\beta$  – площині, визначається виразом  $\mathbf{u}_{\perp}(t) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{u}_0(t) = \mathbf{A}_{\perp} \mathbf{u}(t)$  з матрицею

$$\mathbf{A}_{\perp} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Аналогічно розкладається на ортогональні складові вектор лінійних струмів:

$$\mathbf{i}(t) = \mathbf{i}_{\perp}(t) + \mathbf{i}_0(t); \quad I_{\perp}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_{\perp}^T(t) \mathbf{i}_{\perp}(t) dt; \quad I_0^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_0^T(t) \mathbf{i}_0(t) dt;$$

де  $\sigma_0 = \frac{3r_N}{r + 3r_N}$  – коефіцієнт оптимального послаблення складової нульової послідовності вектора фаз-

них напруг при пропорційно-векторному формуванні струмів трифазного джерела засобами паралельної активної фільтрації [4], що забезпечує мінімальні втрати та значення коефіцієнта потужності, близьке до одиниці.

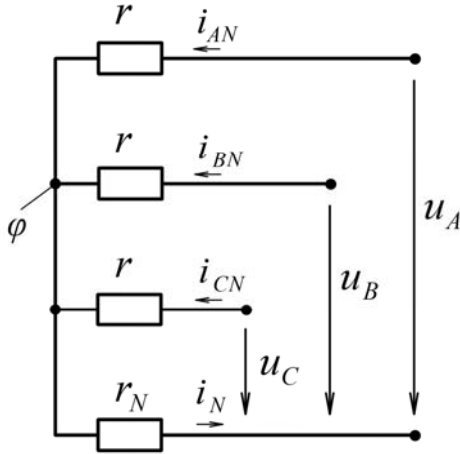


Рис. 2

Симетричні матриці  $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_{\perp}$ , що розділяють вектори напруг та струмів на зазначені ортогональні складові, не змінюють своїх значень при піднесенні до квадрату, їхня сума дорівнює одиничній матриці, а добуток у довільному порядку – нульовій матриці [5]. На відміну від формули (2), у формулі (4) за наявності складових нульової послідовності фазних напруг чи лінійних струмів чітко проглядається залежність повної потужності від співвідношення опорів силового кабелю, що задає коефіцієнт  $\sigma_0$ . Знайдемо величину активної потужності  $P_N$  у схемі на рис. 2, що утворюється зі схеми на рис. 1 шляхом умовного видалення трифазного джерела та закорочування проводів кабелю на вході системи живлення, в результаті чого утворюється спільна точка резисторів, потенціал якої позначимо  $\varphi(t)$ , тоді

$$\begin{aligned} P_N &= \frac{1}{T} \int_0^T \left\| \begin{matrix} u_A(t) & u_B(t) & u_C(t) \\ i_{AN}(t) \\ i_{BN}(t) \\ i_{CN}(t) \end{matrix} \right\| dt = \frac{1}{rT} \int_0^T \left\| \begin{matrix} u_A(t) & u_B(t) & u_C(t) \\ u_A(t) - \varphi(t) \\ u_B(t) - \varphi(t) \\ u_C(t) - \varphi(t) \end{matrix} \right\| dt = \\ &= \frac{1}{rT} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) [\mathbf{u}(t) - \varphi(t) \mathbf{j}] dt = \frac{1}{rT} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \left[ \mathbf{u}(t) - \frac{u_A(t) + u_B(t) + u_C(t)}{r(3/r + 1/r_N)} \mathbf{j} \right] dt = \\ &= \frac{1}{rT} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \left[ \mathbf{u}(t) - \frac{3}{3 + r/r_N} \mathbf{u}_0(t) \right] dt = \frac{1}{rT} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) [\mathbf{u}(t) - \sigma_0 \mathbf{u}_0(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{оскільки } \mathbf{R}^{-1} = (r\mathbf{E} + r_N \mathbf{j}\mathbf{j}^T)^{-1} = \frac{1}{r} \left[ \mathbf{E} - \frac{r_N}{r(1 + 3r_N/r)} \mathbf{j}\mathbf{j}^T \right] = \frac{1}{r} \left[ \mathbf{E} - \frac{r_N}{r + 3r_N} \mathbf{j}\mathbf{j}^T \right] = \frac{1}{r} \left[ \mathbf{E} - \frac{\sigma_0}{3} \mathbf{j}\mathbf{j}^T \right].$$

Таким чином, інтеграл напруг з виразу (3) є величиною активної потужності, що визначається заданими фазними напругами навантаження, і розсіюється на активних опорах силового кабелю при короткому замиканні трифазного джерела. Тоді фізичний зміст повної потужності, що задається формулами (3) та (4), формулюється як середнє геометричне потужностей втрат  $\Delta P = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt$  та

зворотного короткого замикання  $P_N$  системи живлення

$$S = P_{\max} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt \times \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt} = \sqrt{\Delta P P_N}. \quad (6)$$

**Порівняння запропонованих варіантів формули повної потужності з міжнародними стандартами.** Порівняємо формули (3), (4), (6) зі стандартизованими значеннями, маючи на увазі, що існують американський та європейський підходи до визначення повної потужності [10].

Американський підхід, узагальнений у стандарті IEEE Std 1459-2010 [12], розробленому колективом вчених під керівництвом Emanuel A.E., пропонує наступну формулу для визначення повної потужності:

$$S_e = 3U_e I_e, \quad (7)$$

де  $U_e = \sqrt{\frac{3(U_A^2 + U_B^2 + U_C^2) + \xi(U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2)}{9(1 + \xi)}}$ ;  $I_e = \sqrt{\frac{I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + (r_N/r)I_N^2}{3}}$  – ефективна фазна

напруга та еквівалентний струм, виражені відповідно через квадрати діючих значень фазних і лінійних напруг, лінійного струму та струму нейтралі. Коефіцієнт  $\xi = P_\Delta / P_Y = 3R_Y / R_\Delta$  визначається відношенням активних потужностей, обумовлених заданими фазними напругами чотирипровідної системи живлення в частинах умовного навантаження, з'єднаних трикутником та зіркою відповідно до еквівалентної схеми (рис. 3).

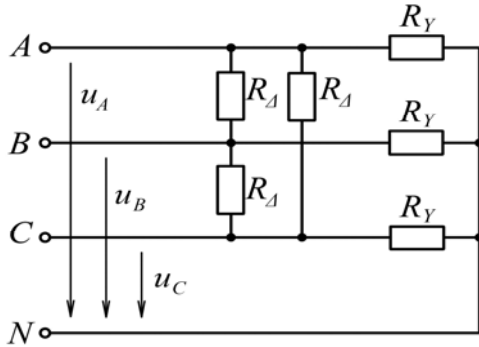


Рис. 3

Таке визначення повної потужності викликає певні незручності. По-перше, відношення опорів  $R_Y / R_\Delta$  і значення коефіцієнта  $\xi$  у загальному випадку є невідомими; у [12] рекомендовано приймати  $\xi = 1$ , що відповідає необгрунтованій рівності зазначених активних потужностей  $P_Y = P_\Delta$ . По-друге, зміна співвідношення між активними опорами  $r_N / r$  впливає лише на еквівалентний струм та не впливає на ефективну фазну напругу, що призводить до певних невідповідностей [10].

Для більшої наочності перетворимо складові виразу (7) з урахуванням введених раніше позначень таким чином:

$$\begin{aligned} I_A^2 + I_B^2 + I_C^2 + (r_N/r)I_N^2 &= \Delta P / r = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^T(t) [\mathbf{E} + (r_N/r) \mathbf{j} \mathbf{j}^T] \mathbf{i}(t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{i}_\perp(t) + \mathbf{i}_0(t)]^T \mathbf{A}_\perp + (1 + 3r_N/r) \mathbf{A}_0 [\mathbf{i}_\perp(t) + \mathbf{i}_0(t)] dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_\perp^T(t) \mathbf{i}_\perp(t) dt + (1 + \frac{3r_N}{r}) \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_0^T(t) \mathbf{i}_0(t) dt = \left( I_\perp^2 + \frac{r + 3r_N}{r} I_0^2 \right) = \left( I_\perp^2 + \frac{1}{1 - \sigma_0} I_0^2 \right). \\ U_A^2 + U_B^2 + U_C^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) dt = \frac{1}{T} \left[ \int_0^T \mathbf{u}_\perp^T(t) \mathbf{u}_\perp(t) dt + \int_0^T \mathbf{u}_0^T(t) \mathbf{u}_0(t) dt \right] = U_\perp^2 + U_0^2; \\ U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \begin{vmatrix} u_{AB}(t) & u_{BC}(t) & u_{CA}(t) \\ u_{BC}(t) & & \\ u_{CA}(t) & & \end{vmatrix} dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{u}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \mathbf{u}(t) dt = \\ &= \frac{3}{T} \int_0^T [\mathbf{u}_\perp(t) + \mathbf{u}_0(t)]^T \mathbf{A}_\perp [\mathbf{u}_\perp(t) + \mathbf{u}_0(t)] dt = \frac{3}{T} \int_0^T \mathbf{u}_\perp^T(t) \mathbf{A}_\perp \mathbf{u}_\perp(t) dt = 3U_\perp^2. \end{aligned}$$

Встановимо залежність між величинами опорів  $R_Y, R_\Delta$  та  $r_N, r$ , за якої вирази (4) та (7) є еквівалентними. Підносячи до квадрату обидві частини рівності (7) з урахуванням позначень формули (4) та ідентичності другого множника струму в обох виразах, маємо

$$S_e^2 = \frac{(U_A^2 + U_B^2 + U_C^2) + \xi(U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2) / 3}{(1 + \xi)} \times [I_\perp^2 + (1 - \sigma_0)^{-1} I_0^2]. \quad (8)$$

Множник напруг з виразу (6) перетворюється до вигляду

$$\frac{(U_A^2 + U_B^2 + U_C^2) + \xi(U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + U_{CA}^2) / 3}{(1 + \xi)} = \frac{(U_\perp^2 + U_0^2) + \xi U_\perp^2}{(1 + \xi)} = U_\perp^2 + U_0^2 / (1 + \xi).$$

Із порівняння його з першим множником виразу (4) встановлюємо умову еквівалентності

$$1 - \sigma_0 = \frac{1}{1 + \xi},$$

звідки з урахуванням значень коефіцієнтів випливає співвідношення еквівалентності

$$R_Y / R_\Delta = r_N / r. \quad (9)$$

Отже, запропоновані формули повної потужності (3), (4) повністю тотожні виразу (7) з [12] при виборі в схемі на рис. 3 для розрахунку ефективної напруги отриманого еквівалентного співвідношення. Співвідношення еквівалентності (9) усуває невизначеність коефіцієнта  $\xi$  у зазначеному стандарті. Проаналізуємо граничні випадки зміни параметрів у формулі (9). Випадок  $r_N / r \rightarrow \infty$  відповідає  $R_Y \rightarrow \infty$ , тобто в схемі на рис. 3 залишаються тільки резистори, з'єднані в трикутник; якщо  $r_N / r \rightarrow 0$ ,  $R_\Delta \rightarrow \infty$ , то в схемі на рис. 3 залишаються тільки резистори, з'єднані зіркою.

Європейський підхід до визначення повної потужності базується на концепції М. Depenbrock, що розглядає трифазну систему живлення з нульовим проводом як еквівалентну чотирифазну. Цей підхід закладено в основу стандарту DIN std. 40110, 2002 [11] та детально проілюстровано в [10] для синусоїдного режиму трифазної чотирипровідної системи живлення з різними опороми силового кабелю. Повна потужність представлена добутком норм чотирирозмірних комплексно-значних векторів струму та напруги

$$S = |\dot{\mathbf{v}}| |\dot{\mathbf{i}}|, \quad (10)$$

де  $\dot{\mathbf{v}} = \left\| \frac{\dot{V}_A - \dot{V}_{REF}}{\sqrt{\rho_A}} \quad \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_{REF}}{\sqrt{\rho_B}} \quad \frac{\dot{V}_C - \dot{V}_{REF}}{\sqrt{\rho_C}} \quad \frac{\dot{V}_N - \dot{V}_{REF}}{\sqrt{\rho_N}} \right\|^T$ ;  $\dot{\mathbf{i}} = \left\| \dot{I}_A \sqrt{\rho_A} \quad \dot{I}_B \sqrt{\rho_B} \quad \dot{I}_C \sqrt{\rho_C} \quad \dot{I}_N \sqrt{\rho_N} \right\|^T$ ;

$$\dot{V}_{REF} = \frac{\sum_{\forall k} \dot{V}_k / \rho_k}{1 / \rho_k}; \quad k = A, B, C, N; \quad \rho_k = r_k / r; \quad r - \text{ базовий параметр опорів силового кабелю};$$

$\dot{V}_A, \dot{V}_B, \dot{V}_C, \dot{V}_N; \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C, \dot{I}_N$  – комплекси діючих значень напруг та струмів еквівалентної чотирифазної системи живлення. Недоліками даного підходу є підвищена розмірність векторів напруги та струмів, що описують трифазну систему живлення, непрозорий фізичний зміст комплексної величини  $\dot{V}_{REF}$ , розгляд лише синусоїдного режиму системи живлення.

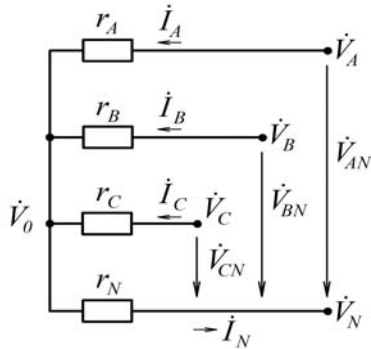


Рис. 4

У рамках запропонованих підходів до визначення повної потужності розглянемо комплексну схему заміщення системи живлення в режимі короткого замикання трифазного джерела (рис. 4), де комплексні потенціали вузлів позначені  $\dot{V}_A, \dot{V}_B, \dot{V}_C, \dot{V}_N$ .

Позначимо  $\dot{V}_0$  комплексний потенціал спільної точки резисторів та знайдемо його величину з рівняння, складеного за першим законом Кірхгофа

$$\frac{\dot{V}_A - \dot{V}_0}{r_A} + \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_0}{r_B} + \frac{\dot{V}_C - \dot{V}_0}{r_C} = \frac{\dot{V}_0 - \dot{V}_N}{r_N},$$

звідки

$$\dot{V}_0 = \frac{\dot{V}_A r_A^{-1} + \dot{V}_B r_B^{-1} + \dot{V}_C r_C^{-1} + \dot{V}_N r_N^{-1}}{r_A^{-1} + r_B^{-1} + r_C^{-1} + r_N^{-1}} = \frac{\sum_{\forall k} \dot{V}_k / \rho_k}{1 / \rho_k} = \dot{V}_{REF}.$$

Таким чином, величина  $\dot{V}_{REF}$  з [10] є комплексним потенціалом спільної точки резисторів схеми заміщення системи живлення в режимі короткого замикання трифазного джерела. Тоді квадрат множника напруги повної потужності

$$\begin{aligned}
|\dot{\mathbf{v}}|^2 &= \frac{|\dot{V}_A - \dot{V}_{REF}|^2}{\rho_A} + \frac{|\dot{V}_B - \dot{V}_{REF}|^2}{\rho_B} + \frac{|\dot{V}_C - \dot{V}_{REF}|^2}{\rho_C} + \frac{|\dot{V}_N - \dot{V}_{REF}|^2}{\rho_N} = \\
&= \left( \frac{|\dot{V}_A - \dot{V}_0|^2 r}{r_A} + \frac{|\dot{V}_B - \dot{V}_0|^2 r}{r_B} + \frac{|\dot{V}_C - \dot{V}_0|^2 r}{r_C} + \frac{|\dot{V}_0 - \dot{V}_N|^2 r}{r_N} \right) = P_N r
\end{aligned}$$

є нормованою потужністю втрат  $P_N r$  зворотного короткого замикання системи живлення.

Покажемо, що інтеграл напруг з формули (3) відповідає потужності втрат  $P_N$  зворотного короткого замикання системи живлення для випадку, що розглядається.

При синусоїдних формах фазних напруг

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt = \begin{pmatrix} \|\dot{V}_A - \dot{V}_N\|^T \\ \dot{V}_B - \dot{V}_N \\ \dot{V}_C - \dot{V}_N \end{pmatrix} \mathbf{R}^{-1} \begin{pmatrix} \|\dot{V}_A - \dot{V}_N\|^* \\ \dot{V}_B - \dot{V}_N \\ \dot{V}_C - \dot{V}_N \end{pmatrix}, \quad (11)$$

де  $*$  – знак комплексного спряження. З урахуванням значення оберненої матриці втрат для різних опорів фазних проводів

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}^{-1} &= \left( \begin{pmatrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & r_B & 0 \\ 0 & 0 & r_C \end{pmatrix} + r_N \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} = \\
&= \begin{pmatrix} r_A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_B^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & r_C^{-1} \end{pmatrix} - \frac{1}{r_A^{-1} + r_B^{-1} + r_C^{-1} + r_N^{-1}} \begin{pmatrix} r_A^{-1} \\ r_B^{-1} \\ r_C^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_A^{-1} & r_B^{-1} & r_C^{-1} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

вираз (11) може бути представлений такому у вигляді:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt = \|\dot{V}_A - \dot{V}_N \quad \dot{V}_B - \dot{V}_N \quad \dot{V}_C - \dot{V}_N\| \times \\
&\left( \begin{pmatrix} r_A^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & r_B^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & r_C^{-1} \end{pmatrix} - \frac{1}{r_A^{-1} + r_B^{-1} + r_C^{-1} + r_N^{-1}} \begin{pmatrix} r_A^{-1} \\ r_B^{-1} \\ r_C^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_A^{-1} & r_B^{-1} & r_C^{-1} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \|\dot{V}_A - \dot{V}_N\| \\ \dot{V}_B - \dot{V}_N \\ \dot{V}_C - \dot{V}_N \end{pmatrix} = \\
&= \left\| (\dot{V}_A - \dot{V}_0) r_A^{-1} \quad (\dot{V}_B - \dot{V}_0) r_B^{-1} \quad (\dot{V}_C - \dot{V}_0) r_C^{-1} \right\| \left( \begin{pmatrix} \|\dot{V}_A - \dot{V}_0\|^* \\ \dot{V}_B - \dot{V}_0 \\ \dot{V}_C - \dot{V}_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{V}_0 - \dot{V}_N \\ \dot{V}_0 - \dot{V}_N \\ \dot{V}_0 - \dot{V}_N \end{pmatrix} \right) = \\
&= \frac{|\dot{V}_A - \dot{V}_0|^2}{r_A} + \frac{|\dot{V}_B - \dot{V}_0|^2}{r_B} + \frac{|\dot{V}_C - \dot{V}_0|^2}{r_C} + (\dot{V}_0 - \dot{V}_N)^* \left( \frac{\dot{V}_A - \dot{V}_0}{r_A} + \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_0}{r_B} + \frac{\dot{V}_C - \dot{V}_0}{r_C} \right) = \\
&= \frac{|\dot{V}_A - \dot{V}_0|^2}{r_A} + \frac{|\dot{V}_B - \dot{V}_0|^2}{r_B} + \frac{|\dot{V}_C - \dot{V}_0|^2}{r_C} + \frac{|\dot{V}_0 - \dot{V}_N|^2}{r_N} = \frac{|\dot{\mathbf{v}}|^2}{r} = P_N.
\end{aligned}$$

Аналогічно покажемо, що квадрат множника струму повної потужності формули (10) є нормованою потужністю втрат трифазної системи живлення, який визначається інтегралом струмів з формули (3):

$$\begin{aligned} \|\dot{\mathbf{i}}\|^2 &= I_A^2 \rho_A + I_B^2 \rho_B + I_C^2 \rho_C + I_N^2 \rho_N = r^{-1} [\dot{I}_A r_A (\dot{I}_A)^* + \dot{I}_B r_B (\dot{I}_B)^* + \dot{I}_C r_C (\dot{I}_C)^* + \\ &+ (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C) r_N (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C)^*] = r^{-1} \left\| \begin{matrix} \dot{I}_A & \dot{I}_B & \dot{I}_C \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & r_B & 0 \\ 0 & 0 & r_C \end{matrix} \right\| + r_N \left\| \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{matrix} \right\| = r^{-1} \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\mathbf{i}}^T(t) \mathbf{Ri}(t) dt. \end{aligned}$$

Таким чином, показано повну еквівалентність запропонованих формул європейському підходу визначення повної потужності.

### Варіанти декомпозиції повної потужності на квадратичні складові та алгоритми енерго-ефективного керування засобами активної фільтрації.

Стандарт IEEE Std 1459-2010 узагальнює декілька варіантів декомпозиції повної потужності на квадратичні складові. Кожному з них відповідають декомпозиція вектора лінійних струмів на ортогональні складові та селекція окремих складових для побудови алгоритмів енергоефективного керування засобами активної фільтрації. Розглянемо переваги та недоліки кожного з таких алгоритмів.

Розкладу повної потужності на активну та неактивну потужності ([12], розділ 3.2.3.1)

$$S^2 = P^2 + N^2 \quad (12)$$

відповідає використанню всього спектрального складу вектора фазних напруг  $\mathbf{u}(t)$  для передачі енергії в навантаження, а алгоритм паралельної активної фільтрації полягає в пропорційно-векторному формуванні вектора струмів трифазного джерела

$$\mathbf{i}_\sigma(t) = G_\sigma r \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) = G_\sigma [\mathbf{u}_\perp(t) + (1 - \sigma_0) \mathbf{u}_0(t)] = G_\sigma \mathbf{u}_\sigma(t), \quad (13)$$

де  $G_\sigma = \frac{P}{U_\perp^2 + (1 - \sigma_0) U_0^2}$  – коефіцієнт пропорційності, значення якого розраховується з умови нульового споживання енергії активним фільтром за період комутації [4]. При цьому маємо мінімальні втрати у силовому кабелі

$$\Delta P_{min} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\mathbf{i}}_\sigma^T(t) \mathbf{Ri}_\sigma(t) dt = \frac{G_\sigma^2}{T} \int_0^T \mathbf{u}_\sigma^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}_\sigma(t) dt = \frac{G_\sigma^2}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt = \frac{P^2 r}{U_\perp^2 + (1 - \sigma) U_0^2} = r G_\sigma P.$$

За відсутності фільтра, як випливає з формули (4), величина втрат пропорційна квадрату повної потужності

$$\Delta P = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\mathbf{i}}^T(t) \mathbf{Ri}(t) dt = \frac{S^2}{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}(t) dt} = \frac{S^2 r}{U_\perp^2 + (1 - \sigma) U_0^2}.$$

Виграш за потужністю втрат при застосуванні даного алгоритму керування є найбільшим та визначається виразом

$$\Delta P / \Delta P_{min} = S^2 / P^2 = \lambda^{-2},$$

що співпадає з [10].

Недоліком розкладання (12) у теоретичному плані є наявність серед неактивних складових реактивної потужності за Будаєну [7] у вигляді алгебраїчної суми реактивних потужностей гармонік, що є невдалим показником теплового навантаження лінії передачі [8]. Крім того, коректне врахування дії вищих гармонік струмів у лінії передачі потребує врахування скін-ефекту [12], що значно ускладнює розрахунки. В практичному плані активний струм навантаження за формулою (12) містить складову нульової послідовності, а в загальному випадку і вищі гармоніки, які також передають частину енергії у навантаження, але при цьому в мережу генеруються небажані гармонічні складові струму, що погіршують показник ТНД.

Декомпозиція повної потужності з виділенням повної потужності першої гармоніки

$$S^2 = S_1^2 + S_N^2$$

відповідає передачі енергії у навантаження на частоті основної гармоніки. Енергоефективний алгоритм керування ПАФ передбачає у цьому випадку виділення першої гармоніки вектора фазних напруг  $\mathbf{u}_1(t)$  та пропорційно-векторне формування вектора струмів джерела [3]

$$\mathbf{i}_{1\sigma}(t) = G_{1\sigma} r \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}_1(t) = G_{1\sigma} [\mathbf{u}_{1+}(t) + \mathbf{u}_{1-}(t) + (1 - \sigma_0) \mathbf{u}_{10}(t)] = G_{1\sigma} \mathbf{u}_{1\sigma}(t), \quad (14)$$

де  $\mathbf{u}_{1+}(t)$ ,  $\mathbf{u}_{1-}(t)$ ,  $\mathbf{u}_{10}(t)$  – складові прямої, зворотної та нульової послідовностей основної гармоніки вектора фазних напруг;  $G_{1\sigma} = \frac{P}{\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}_{1\sigma}^T(t) \mathbf{u}_{1\sigma}(t) dt} = \frac{P}{U_{1+}^2 + U_{1-}^2 + U_{10}^2(1 - \sigma_0)}$  – коефіцієнт пропорційності,

значення якого розраховується з умови нульового споживання енергії активним фільтром за період комутації,  $U_{1+}$ ,  $U_{1-}$ ,  $U_{10}$  – діючі значення відповідних складових.

Втрати у силовому кабелі визначаються виразом

$$\Delta P_{1\sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}_{1\sigma}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{i}_{1\sigma}(t) dt = \frac{G_{1\sigma}^2}{T} \int_0^T \mathbf{u}_1^T(t) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{u}_1(t) dt = \frac{P^2 r}{U_{1+}^2 + U_{1-}^2 + U_{10}^2(1 - \sigma_0)} = r G_{1\sigma} P.$$

Виграш за потужністю втрат при застосуванні даного алгоритму керування складає

$$\Delta P / \Delta P_{1\sigma} = \frac{S^2 r}{U_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0) U_0^2} \div \frac{P^2 r}{U_{1+}^2 + U_{1-}^2 + U_{10}^2(1 - \sigma_0)} = \frac{U_{1+}^2 + U_{1-}^2 + U_{10}^2(1 - \sigma_0)}{[U_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0) U_0^2] \lambda^2}$$

та поступається першому алгоритму керування за наявності вищих гармонік фазних напруг. Застосування цього алгоритму керування ПАФ також супроводжується емісією в мережу складових зворотної та нульової послідовностей основної частоти.

Нарешті, остання декомпозиція виділяє наступні квадратичні складові повної потужності:

- активну потужність складової прямої послідовності основної частоти  $P_{1+}$ ;
- реактивну потужність складової прямої послідовності основної частоти  $Q_{1+}$ ;
- потужність небалансу  $S_U = \sqrt{S^2 - P_{1+}^2 - Q_{1+}^2}$ .

Відповідно до цієї декомпозиції передача енергії у навантаження здійснюється на частоті основної гармоніки складовою вектора фазних напруг прямої послідовності чергування фаз  $\mathbf{u}_{1+}(t)$ . Вектор струмів джерела формується відповідно до виразу

$$\mathbf{i}_{1+}(t) = \frac{P}{\frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{u}_{1+}(t)]^T \mathbf{u}_{1+}(t) dt} \mathbf{u}_{1+}(t) = \frac{P}{U_{1+}^2} \mathbf{u}_{1+}(t).$$

Відношення потужностей втрат при даному алгоритмі керування ПАФ

$$\begin{aligned} \Delta P / \Delta P_{1+} &= \frac{S^2 r}{U_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0) U_0^2} \div \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{i}_{1+}(t)]^T \mathbf{R} \mathbf{i}_{1+}(t) dt = \\ &= \frac{S^2 r}{U_{\perp}^2 + (1 - \sigma_0) U_0^2} \div \frac{r P^2}{U_{1+}^2} = \frac{U_{1+}^2}{[U_{\perp}^2 + U_0^2(1 - \sigma_0)] \lambda^2}. \end{aligned}$$

Таким чином, використання як опорного вектора для формування активного струму складової прямої послідовності основної гармоніки трифазної напруги забезпечує якісний спектральний склад споживаного струму, але така стратегія керування ПАФ поступається за потужністю втрат стратегії з використанням опорного вектора фазних напруг з оптимально послабленою складовою нульової послідовності. Усі розглянуті алгоритми можуть бути реалізовані системою керування ПАФ з багатоваріантним пропорційно-векторним формуванням миттєвих струмів джерела [3].

#### Висновки.

1. Встановлено фізичний зміст запропонованої раніше інтегральної формули повної потужності для резистивної моделі лінії передачі трифазної чотирипровідної системи живлення в несиметричному несинусоїдному періодичному режимі як середнього геометричного значення потужностей втрат від лінійних струмів та струмів, викликаних фазними напругами навантаження, при умовно видалених джерелах системи живлення.



2. Порівняльний аналіз показав, що запропонована інтегральна формула повної потужності еквівалентна наведеній у стандарті IEEE [12] при виконанні співвідношення (9), усуває невизначеність вибору коефіцієнта  $\xi$  у зазначеному стандарті та повністю відповідає європейському підходу до визначення повної потужності для випадку синусоїдного режиму системи живлення.

3. З використанням запропонованої інтегральної формули повної потужності встановлено розрахункові співвідношення для мінімізації потужності втрат при застосуванні енергоефективних алгоритмів керування засобами паралельної активної фільтрації, що відповідають декомпозиції повної потужності, регламентованої стандартом IEEE.

1. *Артеменко М.Ю.* Повна потужність трифазної системи живлення в несинусоїдному режимі та енергоефективність засобів паралельної активної фільтрації // Електроніка та зв'язок. – 2014. – № 6. – С. 38–47.

2. *Артеменко М.Ю., Батрак Л.М., Михальський В.М., Полищук С.Й.* Оптимізація енергетичних характеристик трифазної чотирипровідної системи живлення з паралельним активним фільтром у синусоїдному режимі // Технічна електродинаміка. – 2015. – № 2. – С. 30–37.

3. *Артеменко М.Ю., Батрак Л.М.* Стратегія управління паралельним активним фільтром чотирипровідної трифазної системи живлення з багатоваріантним пропорційно-векторним формуванням миттєвих струмів джерела // Електроніка та зв'язок. – 2014. – № 2. – С. 36–44.

4. *Полищук С.Й., Артеменко М.Ю., Михальський В.М., Шаповал І.А., Батрак Л.М.* Стратегія керування паралельним активним фільтром з частковим послабленням складової нульової послідовності напруг трифазної чотирипровідної мережі // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 3. – С. 12–19.

5. *Сиротин Ю.А.* Векторная мгновенная мощность и энергетические режимы трехфазных цепей // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 6. – С. 57–65.

6. *Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M.* Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003. – 379 p.

7. *Czarnecki L.S.* Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory // Przegląd Elektrotechniczny. – 2008. – Vol. 84. – No 6. – Pp. 28–37.

8. *Emanuel A.E.* Power definitions and the physical mechanism of power flow. – John Wiley & Sons. IEEE Press, 2010. – 274 p.

9. *Patricio Salmerón Revuelta, Salvador Pérez Litrán, Jaime Prieto Thomas* Active Power Line Conditioners Design, Simulation and Implementation for Improving Power Quality. – Elsevier Inc., Academic Press – 2016. – 436 p.

10. *Salmerón P., Vázquez J. R., Herrera R. S. and S. P. Litrán S. P.* Apparent power and power factor in unbalanced and distorted systems. Applications in three phase load compensations // Proceeding s of the International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'07). – Sevilla, Spain, 28–30 Mach, 2007. RE&PQJ. – 2007. – Vol. 1. – No 5. – Pp. 442-447. (URL: [http://www.icrepq.com/icrepq07/312\\_Salmeron.pdf](http://www.icrepq.com/icrepq07/312_Salmeron.pdf)).

11. *German Standard* AC Quantities: Part 2- Multi Conductor Circuits. DIN std. 40110, 2002.

12. *IEEE Standard* Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions. IEEE Standard 1459-2010, Sept. 2010.

УДК 621.314

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ АКТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

**М.Е.Артеменко<sup>1</sup>**, докт.техн.наук, **В.М.Михальский<sup>2</sup>**, докт.техн.наук, **С.И.Полищук<sup>2</sup>**, канд.техн.наук

<sup>1</sup> – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,

пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина.

<sup>2</sup> – Институт электродинамики НАН Украины,

пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина.

e-mail: [artemenko\\_m\\_ju@ukr.net](mailto:artemenko_m_ju@ukr.net), [mikhalsky@ied.org.ua](mailto:mikhalsky@ied.org.ua)

*Определен физический смысл ранее предложенной формулы полной мощности для резистивной модели линии электропередачи трехфазной четырехпроводной системы питания в несимметричном несинусоидальном периодическом режиме - это среднее геометрическое мощностей потерь от линейных токов и фазных напряжений нагрузки при условном исключении из системы источника питания. Проведен сравнительный анализ предложенной формулы с выражениями для полной мощности, основанных на IEEE и европейском стандартах, установлены условия их эквивалентности. Рассмотрены энергоэффективные алгоритмы управления*

средствами параллельной активной фильтрации, которые соответствуют декомпозиции полной мощности, регламентированной стандартом IEEE, установлены расчетные соотношения для минимизации мощности потерь при применении этих средств. Библ. 12, рис. 4.

**Ключевые слова:** полная мощность, коэффициент мощности, составляющая нулевой последовательности, активный фильтр.

## DEFINITION OF APPARENT POWER OF THREE-PHASE POWER SUPPLY SYSTEMS AS A THEORETICAL BASIS FOR DEVELOPMENT OF ENERGY-EFFICIENT SHUNT ACTIVE FILTERS

M.Yu.Artemenko<sup>1</sup>, V.M.Mykhalskyi<sup>2</sup>, S.Y.Polishchuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup> – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute",

pr. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine,

<sup>2</sup> – Institute of Electrodynamics of National Academy of Sciences of Ukraine,

pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: artemenko\_m\_ju@ukr.net, mikhalsky@ied.org.ua

*The physical meaning of the proposed formula of apparent power is defined for the resistive model of a transmission line of three-phase four-wire power supply system in a non-sinusoidal unbalanced periodic mode. This is the geometric mean of the power losses from the line currents and phase voltages of the load under conventionally removed supply sources. Comparative analysis of the proposed formula is conducted with the expressions for total power, based on IEEE and European standards, and the conditions of their equivalence is defined. Energy-efficient control algorithms by means of parallel active filtering is considered, corresponding to the decompositions of total power, regulated by the IEEE standard. Calculated ratio to minimize power losses is defined under the application of these tools. References 12, figures 4.*

**Key words:** apparent power, power factor, zero sequence component, active filter.

1. Artemenko M.Yu. Apparent power of three-phase power system in nonsinusoidal mode and energy effectiveness of shunt active filters // *Elektronika i zviyazok*. – 2014. – No 6. – Pp. 38–47. (Ukr)
2. Artemenko M.Yu., Batrak L.M., Mykhalskyi V.M. and Polishchuk S.Y. "Energy performance optimization of the three-phase four-wire power supply system with a parallel active filter in the unbalanced sinusoidal mode // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2015 – No 2. – Pp. 30-37. (Ukr)
3. Artemenko M.Yu., Batrak L.M. Control strategy of shunt active filter for three-phase four-wire power system with multivariate proportional-vector formation of instantaneous source currents // *Elektronika i zviyazok*. – 2014.– No 2. – Pp. 36 – 44. (Ukr)
4. Polishchuk S.Y., Artemenko M.Yu., Mykhalskyi V.M., Batrak L.M., Shapoval I.A. Shunt active filter control strategy with partial decrease of zero-sequence voltage in three-phase four-wire system // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2013. – No 3. – Pp. 12–19. (Ukr)
5. Sirotnin Yu.A. Vectorial instantaneous power and energy modes in three-phase circuits // *Tekhnichna Elektrodynamika*. – 2013. – No 6. – Pp. 57–65. (Rus)
6. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – Piscataway, NJ: IEEE Press, 2003. – 379 p.
7. Czarnecki L.S. Currents' Physical Components (CPC) concept: a fundamental of Power Theory // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2008. – Vol. 84. – No 6. – Pp. 28–37.
8. Emanuel A.E. Power definitions and the physical mechanism of power flow. – John Wiley & Sons. IEEE Press, 2010. – 274 p.
9. Patricio Salmerón Revuelta, Salvador Pérez Litrán, Jaime Prieto Thomas Active Power Line Conditioners Design, Simulation and Implementation for Improving Power Quality.– Elsevier Inc., Academic Press, 2016. – 436 p.
10. Salmerón P., Vázquez J.R., Herrera R.S. and Litrán S.P. Apparent power and power factor in unbalanced and distorted systems. Applications in three phase load compensations // *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'07)*. – Sevilla, Spain, 28–30 Mach, 2007. RE&PQJ. – 2007. – Vol. 1. – No 5. – Pp. 442–447. (URL: [http://www.icrepq.com/icrepq07/312\\_Salmeron.pdf](http://www.icrepq.com/icrepq07/312_Salmeron.pdf)).
11. German Standard AC Quantities: Part 2- Multi Conductor Circuits.DIN std. 40110, 2002.
12. IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions. IEEE Standard 1459-2010, Sept. 2010.

Надійшла 31.01.2017  
Остаточний варіант 02.02.2017