

УСРЕДНЕНИЕ МОДЕЛИ ДВУХТАКТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Руденко Ю.В.\*, канд.техн.наук  
 Институт электродинамики НАН Украины,  
 пр. Победы, 56, Киев, 03057, Украина.

E-mail: [rudenko@ied.org.ua](mailto:rudenko@ied.org.ua)

*Разработан модифицированный способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения с многоступенчатым кусочно-линейным видом функций переменных состояний тока, характерным для двухтактных преобразователей различной конфигурации. Способ основан на определении усредненной системы на всех интервалах постоянства структуры относительно минимального и достаточного числа независимых переменных – приращений переменных состояний и их средних значений на интервалах, длительностей интервалов. Анализ проведен на примере асимметричного инвертора с магнитосвязанным дросселем. Проведены расчеты характеристик инвертора с помощью разработанного модифицированного способа и метода имитационного моделирования. Совпадение результатов расчетов с погрешностью не более 5,6% доказывает адекватность разработанного модифицированного способа усреднения. Библ. 9, табл. 1, рис. 4.*

**Ключевые слова:** метод усреднения в пространстве состояний, импульсный преобразователь постоянного напряжения.

**Введение.** Проектирование современных систем электропитания неразрывно связано с анализом электромагнитных процессов в импульсных преобразователях постоянного напряжения. Одним из распространенных методов анализа преобразователей является метод усреднения в пространстве состояний [2, 8, 9]. Данный метод позволяет избежать необходимости решения исходной системы дифференциальных уравнений как математической модели преобразователя и исследовать его усредненные характеристики в установившемся режиме. Метод основан на замене мгновенных значений переменных состояний их средними значениями на периоде работы преобразователя. Для получения усредненной системы уравнений вводятся так называемые весовые коэффициенты, которые равны отношению длительности замкнутого и разомкнутого состояний силового ключа к периоду коммутации. Итоговая усредненная система в [2, 8, 9] представляет собой результат суммирования всех усредненных членов исходных дифференциальных уравнений с умножением их на соответствующие весовые коэффициенты для каждого из состояний преобразователя. Однако основным недостатком указанной усредненной системы является потеря информации о величине приращений функций переменных состояний на интервалах работы преобразователя, что исключает получение информации о величине пульсаций переменных состояний. Кроме того, указанный метод усреднения применим только для преобразователей постоянного напряжения, для которых в установившемся режиме характерно равенство приращений переменных состояний на интервалах работы за период и при определенных допущениях – равенство их средних значений. Например, в схеме однотактного понижающего преобразователя рис. 1, а в установившемся режиме приращения функции тока  $i_{Ld}$  дросселя на интервалах накопления  $\Delta I_{Ldn}$  и отдачи  $\Delta I_{Ldo}$  энергии равны между собой (с учетом знака производной), так же как и средние значения этого тока с учетом допущения о практически линейном характере функции тока на интервалах (рис. 1, б).

В отличие от указанного характера изменения переменных состояний, в преобразователях постоянного напряжения возможны режимы, при которых форма функций переменных состояния имеет более сложный характер с несколькими интервалами последовательного и неравномерного нарастания

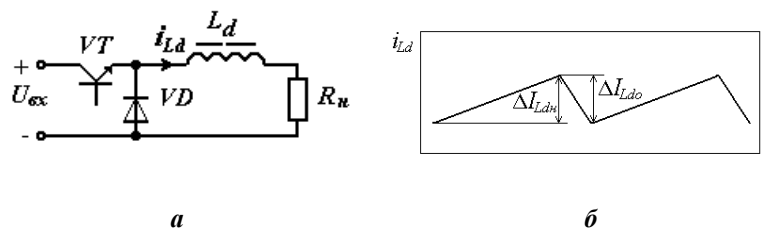


Рис. 1

© Руденко Ю.В., 2018  
 \*ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-1852-215X>

и спада. Ярким примером таких преобразователей являются двухтактные преобразователи на основе инверторов с разделительным трансформатором. В случае существенной величины индуктивности рассеяния разделительного трансформатора данный параметр оказывает заметное влияние на процессы в преобразователе. Это влияние сказывается в том, что приращения и средние значения тока первичной обмотки (тока индуктивности рассеяния) в трансформаторе преобразователя становятся не равными между собой на интервалах работы. Данный факт свидетельствует о невозможности использования в этом случае известного метода усреднения [2, 8, 9]. Поэтому, актуальным является поиск подходов для применения метода усреднения к данному типу преобразователей постоянного напряжения.

**Целью** данной работы является разработка модифицированного способа усреднения для анализа модели преобразователей, которые работают в режимах с несколькими (двумя и более) интервалами последовательного и неравномерного нарастания и спада функций переменных состояния, что характерно для двухтактных преобразователей постоянного напряжения.

Возьмем за основу способ усреднения модели преобразователя, разработанный в работе [5] и позволяющий избежать недостатков метода [2, 8, 9].

Допустим, что исходная система дифференциальных уравнений, описывающих процессы в преобразователе на  $n$  интервалах постоянства структуры, имеет вид

$$\mathbf{x}'_1 = A_1\mathbf{x}_1 + B_1\mathbf{u}_1; \quad \mathbf{x}'_2 = A_2\mathbf{x}_2 + B_2\mathbf{u}_2; \quad \dots; \quad \mathbf{x}'_n = A_n\mathbf{x}_n + B_n\mathbf{u}_n, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_n, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n$  – векторы переменных состояния, их производные и векторы входных сигналов, определенные на  $n$  интервалах постоянства структуры,  $A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_n$  – матрицы коэффициентов состояния системы и матрицы, связывающие входные сигналы с переменными состояния системы на интервалах постоянства структуры.

Перейдем от системы дифференциальных уравнений в виде (1) к уравнениям со средними значениями. Для этого проанализируем усреднение уравнений на каждом интервале постоянства структуры. Применяя теоремы о средних значениях [1] к функциям переменных состояний и их производным, запишем уравнения, в которых мгновенные значения векторов переменных состояний и их производных на соответствующих интервалах в системе (1) заменяются векторами средних значений этих функций

$$\mathbf{x}'_{1cp} = A_1\mathbf{x}_{1cp} + B_1\mathbf{u}_1; \quad \mathbf{x}'_{2cp} = A_2\mathbf{x}_{2cp} + B_2\mathbf{u}_2; \quad \dots; \quad \mathbf{x}'_{ncp} = A_n\mathbf{x}_{ncp} + B_n\mathbf{u}_n, \quad (2)$$

где  $\mathbf{x}_{1cp}, \mathbf{x}_{2cp}, \dots, \mathbf{x}_{ncp}, \mathbf{x}'_{1cp}, \mathbf{x}'_{2cp}, \dots, \mathbf{x}'_{ncp}$  – векторы средних значений переменных состояния и векторы средних значений их производных, определенные на  $n$  интервалах постоянства структуры. Далее векторы средних значений производных запишем в соответствии с теоремой Лагранжа в виде векторов приращений функций, отнесенных к длительности соответствующего интервала работы преобразователя. В результате усредненная система записывается относительно векторов приращений в следующем виде:

$$\Delta\mathbf{x}_1 = \Delta t_1(A_1\mathbf{x}_{1cp} + B_1\mathbf{u}_1), \quad \Delta\mathbf{x}_2 = \Delta t_2(A_2\mathbf{x}_{2cp} + B_2\mathbf{u}_2), \quad \dots, \quad \Delta\mathbf{x}_n = \Delta t_n(A_n\mathbf{x}_{ncp} + B_n\mathbf{u}_n), \quad (3)$$

где  $\Delta\mathbf{x}_1, \Delta\mathbf{x}_2, \dots, \Delta\mathbf{x}_n$  – приращения функций переменных состояний на  $n$  интервалах;  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$  – длительности всех  $n$  интервалов постоянства структуры преобразователя.

Полученная система (3) является системой алгебраических уравнений, однако ее решение в представленном виде может быть затруднено, так как число неизвестных переменных может превышать число уравнений. Привести полученную систему к решаемому виду позволяет определение базиса независимых переменных, количество которых должно соответствовать числу уравнений системы. Это позволяет исключить зависимые переменные и заменить их функциональной зависимостью минимального числа независимых переменных. После приведения полученной усредненной системы (3) к совместному и определенному виду в минимальном базисе независимых переменных она может быть решена любыми аналитическими или численными методами, например, с помощью компьютерного пакета MathCad.

Решение системы уравнений (3) позволяет определить в установившемся режиме, минуя анализ переходного режима, величину пульсаций переменных состояний  $\Delta\mathbf{x}_n$  и величину их средних значений  $\mathbf{x}_{ncp}$  на интервалах постоянства структуры преобразователя, временные интервалы периодического процесса  $\Delta t_n$ . Имея информацию об указанных величинах, можно далее вычислить общее значение пульсаций переменных и их среднее значение за период. Изменение параметров сопротивления

нагрузки в усредненной модели (3) дает возможность вычислить семейство точек установившегося режима, определяющих нагрузочные характеристики преобразователя в нерегулируемом режиме, а изменение параметров длительности импульса управления переключающими элементами – регулировочные характеристики преобразователя.

Рассмотрим применение описанного подхода к усреднению модели преобразователя на примере асимметричного инвертора с магнитосвязанным дросселем [7], в котором индуктивный элемент накопления энергии находится в первичной цепи силового трансформатора. Структурная схема указанного преобразователя показана на рис. 2. В данной структуре инвертора достигается требуемый уровень качества параметров электроэнергии (пульсаций выходного напряжения и тока) с одновременной минимизацией энергии, запасаемой в выходных цепях преобразователя. Такая структура способствует уменьшению вероятности дугообразования в технологической нагрузке и находит применение в системах электропитания электронно-лучевого оборудования [3, 4].

В схеме (рис. 2) обозначено:  $L_d$  – дроссель, имеющий обмотки с индуктивностями  $L1=L2$  и идеальной магнитной связью между ними,  $CY$  – система управления, формирующая импульсы управления с полупериодным фазовым сдвигом. Для дальнейшего анализа будем считать процессы переключения в ключевых элементах схемы мгновенными, пульсации напряжения на конденсаторах пренебрежимо малыми, поэтому заменим их источниками постоянных ЭДС. Будем также рассматривать процессы в режиме непрерывных токов дросселя  $L_d$  при длительности импульсов управления транзисторами  $VT1$ ,  $VT2$  больше половины полупериода рабочей частоты преобразователя.

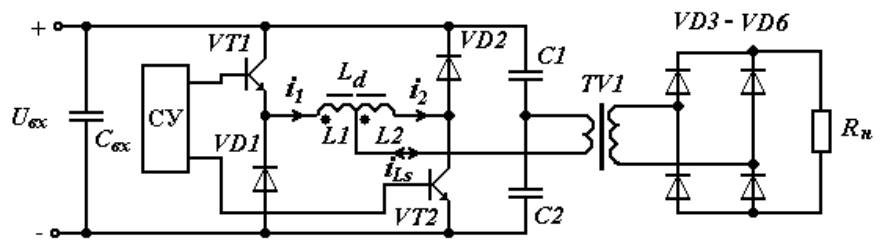


Рис. 2

Особенностью работы рассматриваемого преобразователя является то, что его эквивалентные схемы замещения на интервалах постоянства структуры изменяются с периодичностью, равной половине периода рабочей частоты. Поэтому достаточным является анализ процессов в устройстве на одной половине периода, на второй половине которого процессы повторяются.

Как показывает анализ, в процессе работы инвертора в режиме непрерывных токов дросселя можно выделить три интервала постоянства структуры: интервал паузы, когда все транзисторы заперты, и два интервала в течение импульса управления, когда открыт очередной транзистор преобразователя. Наличие двух интервалов во время импульса управления обусловливается влиянием индуктивности рассеяния трансформатора, величина которой определяет их относительную длительность. Следует заметить, что от величины индуктивности рассеяния, так же как и от других параметров (длительности временных интервалов, начальных значений переменных состояний на интервалах), зависит и конфигурация схем замещения преобразователя на интервалах постоянства структуры. Индуктивность рассеяния является внутренним параметром трансформатора и ее величина может играть существенную роль в связи с необходимостью обеспечения требуемого диэлектрического промежутка между обмотками трансформатора в задачах электропитания высоковольтного оборудования. Чем больше требуемый диэлектрический промежуток, тем больше величина индуктивности рассеяния обмоток [6]. Несмотря на наличие разных режимов конфигураций схем замещения в зависимости от параметров преобразователя, при его проектировании необходимо анализировать все возможные режимы в заданном диапазоне параметров. В данном исследовании ограничимся рассмотрением двух режимов конфигураций схем замещения P1 и P2 при разных значениях индуктивности рассеяния трансформатора для иллюстрации техники усреднения модели анализируемого преобразователя.

На рис. 3 показаны схемы замещения преобразователя для трех интервалов в режимах P1 и P2, а на рис. 4 – временные диаграммы процессов для данных режимов: P1 – рис. 4, а и P2 – рис. 4, б. Указанные режимы отличаются друг от друга контурами протекания токов дросселя  $i_1$ ,  $i_2$  на первом интервале постоянства структуры. Условием существования режима P1 является выполнение неравенства  $\Delta I_{1a} < \Delta I_{Lsa}$ , где  $\Delta I_{1a}$  – приращение тока  $i_1$  на первом интервале  $\Delta t_a$ ,  $\Delta I_{Lsa}$  – приращение тока  $i_{Ls}$  на интервале  $\Delta t_a$ . При таком условии выполняется необходимое неравенство, когда  $i_1 > i_{Ls}$ , и через открытый диод  $VD2$  протекает ток  $i_2$ . В противном случае, в режиме P2 выполняется равенство  $i_1 = i_{Ls}$ ,

ток  $i_2=0$  и диод  $VD2$  находится в запертом состоянии. Для режима P1 схема замещения на первом интервале показана на рис. 3, а, для режима P2 – на рис. 3, б. На втором и третьем интервалах схемы замещения преобразователя совпадают и изображены соответственно на рис. 3, в-д и рис. 3, е.

В схемах замещения преобразователя разделительный трансформатор заменен идеальным, в котором ток индуктивности намагничивания практически равен нулю, а индуктивность рассеяния обмоток  $L_s$  и сопротивление нагрузки  $R'_H$  приведены к первичной стороне. Активные сопротивления обмоток трансформатора приняты равными нулю, все транзисторы и диоды преобразователя заменены S-моделями. На схемах замещения показаны резистор  $R'_H$ , индуктивность рассеяния обмоток трансформатора  $L_s$ , дроссели  $L1, L2$ , источник ЭДС  $U_{ex}$  с величиной напряжения, равной входному напряжению, и источники ЭДС  $U_c=U_{ex}/2$ , которыми заменены два конденсатора преобразователя.

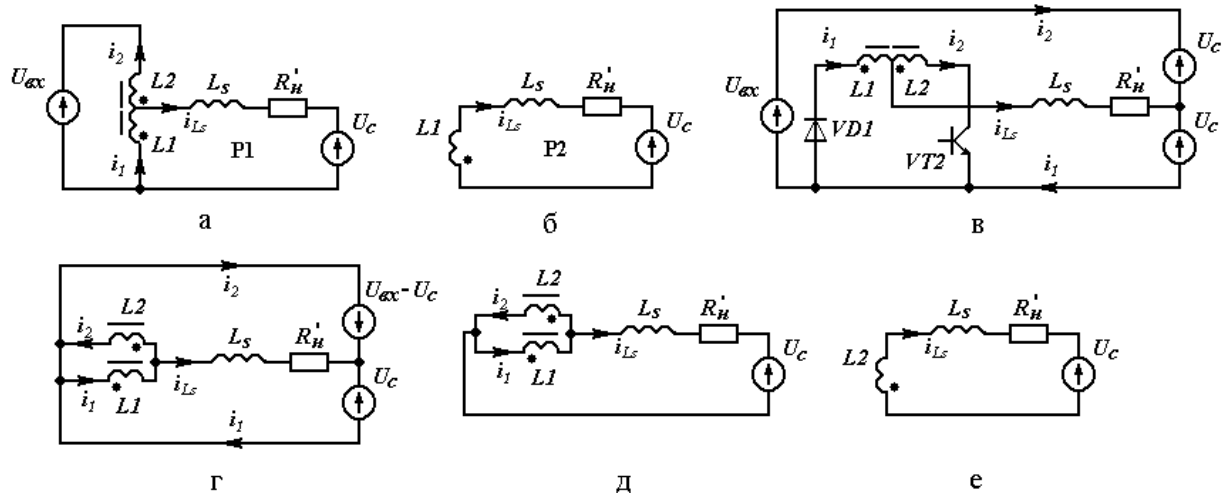


Рис. 3

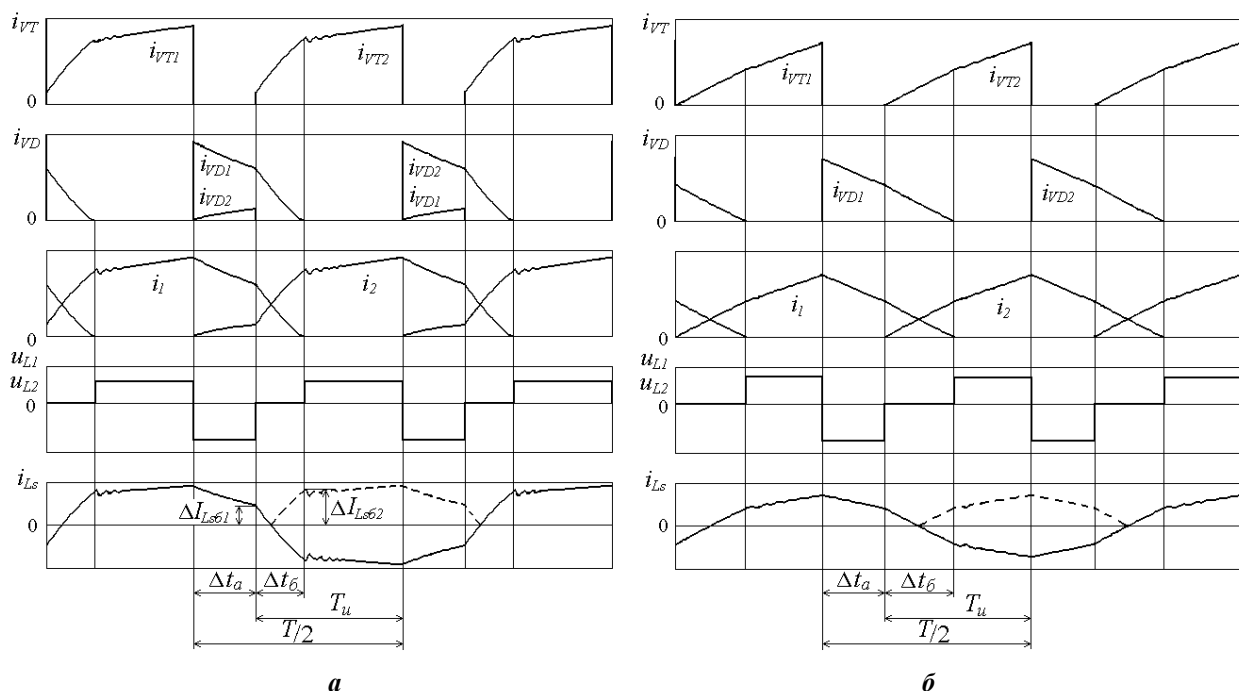


Рис. 4

Начиная с момента запираения, например, транзистора  $VT1$  имеем интервал паузы (первый интервал –  $\Delta t_a$ ). В течение этого интервала происходит отдача энергии, накопленной в дросселе  $L1$  на предыдущем интервале во время открытого состояния транзистора  $VT1$ . На данном интервале в режиме P1 энергия дросселя передается частично в нагрузку через диод  $VD1$  (ток  $i_{Ls}$ ), остальная часть (ток  $i_2$ ) – в источник ЭДС  $U_{ex}$  через диоды  $VD1, VD2$  (рис. 3, а, рис. 4, а), причем,  $i_{Ls}=i_1-i_2$ . Здесь необходимо отметить, что когда ток  $i_{Ls}$ , передаваемый в нагрузку, соизмерим с током  $i_1$  дросселя  $L1$ ,

то протекающий во входной источник ЭДС ток  $i_2$  становится равным нулю, диод  $VD2$  запирается, что отражается другой конфигурацией схемы замещения в режиме P2 (рис. 3, б, рис. 4, б). В этом режиме на интервале паузы  $\Delta t_a$  включен только диод  $VD1$ , все остальные ключи заперты, ток спадает по первичной цепи трансформатора, при этом  $i_{Ls} = i_1$ .

Далее за интервалом паузы следует стадия импульса управления  $T_u$ , когда открывается транзистор  $VT2$ . В течение импульса управления имеют место остальные два из трех интервалов работы преобразователя. В первой части импульса управления (интервал  $\Delta t_b$ ) в обоих режимах P1 и P2 происходит дальнейшее снижение тока  $i_1$  до нуля по контуру  $VD1, L1, L_s, R'_H, C2$  и нарастание тока  $i_2$  через открывшийся транзистор  $VT2$  по контуру от входного источника ЭДС  $U_{ex}$  через конденсатор  $C1$ , элементы  $L_s, R'_H, L2$ . На рис. 3, в показана схема замещения с названными контурами, которая, вследствие того, что  $U_{ex} = 2U_c$ , может быть преобразована к виду рис. 3, г и окончательно к виду рис. 3, д. Для дальнейшего анализа необходимо заметить, что на данном интервале в схеме замещения магнитосвязанные обмотки  $L1, L2$  включены относительно  $i_{Ls}$  встречно-параллельно, поэтому ЭДС самоиндукции этих обмоток равны между собой, но противоположны по знаку. При равных значениях индуктивностей обмоток, приращения токов в них равны между собой, но также противоположны по знаку, а при идеальной магнитной связи между обмотками ЭДС взаимной индукции «уравновешивает» до нуля суммарное напряжение на каждой из обмоток  $U_{L1} = L1 di_1/dt + L2 di_2/dt = 0$ ,  $U_{L2} = L2 di_2/dt + L1 di_1/dt = 0$ .

Вторая стадия импульса управления (третий интервал постоянства структуры) характеризуется нулевым значением тока  $i_1$  и продолжением нарастания тока  $i_2$  до максимального значения  $I_0$  в момент запирающего транзистора  $VT2$ . Схема замещения на этом интервале для двух режимов P1, P2 показана на рис. 3, е.

Для полноты информации запишем условие существования режимов P1 и P2. Определяя путем решения соответствующих дифференциальных уравнений токи  $i_1, i_{Ls}$  во временной области с одинаковым начальным значением  $I_0$  на первом интервале  $i_{1a} = -(U_c/L1)t + I_0$ ,  $i_{Ls} = I_0 e^{-t/\tau}$ , где  $\tau = L_s/R'_H$ , можно определить их приращения за время интервала  $\Delta t_a$  и записать искомое условие существования режима P1 в следующем виде:  $U_c \Delta t_a / L1 < I_0 (1 - e^{-\Delta t_a / \tau})$ . Как следует из данного неравенства, условия существования режима P1 и P2 определяются как величиной интервала  $\Delta t_a$  и величиной начального тока  $I_0$ , так и величиной постоянной времени цепи  $L_s, R'_H$ .

Анализ временных диаграмм рис. 4 свидетельствует, что форма функций переменных состояния преобразователя – токи  $i_1, i_2, i_{Ls}$  – имеет многоступенчатый характер с несколькими последовательными этапами нарастания и спада, а для тока  $i_{Ls}$  – даже знакопеременный характер.

Запишем дифференциальные уравнения на трех интервалах для преобразователя, работающего в режиме P1.

На первом интервале после преобразований имеем для каждого из двух контуров рис. 3, а

$$L_s \frac{di_{Ls}}{dt} + R'_H i_{Ls} = 0, \quad (5)$$

$$L1 \frac{di_1}{dt} - L2 \frac{di_2}{dt} = U_c. \quad (6)$$

На втором интервале для контура рис. 3, б

$$L_s \frac{di_{Ls}}{dt} + R'_H i_{Ls} = U_c. \quad (7)$$

Для контура на третьем интервале рис. 3, в запишем

$$L2 \frac{di_2}{dt} + L_s \frac{di_{Ls}}{dt} + R'_H i_{Ls} = U_c. \quad (8)$$

После усреднения системы (5)–(8) получим следующие выражения с учетом знака функций переменных состояний на интервалах

$$L_s \frac{\Delta I_{Lsa}}{\Delta t_a} - R'_H I_{Lscpa} = 0, \quad (9)$$

$$L1 \left( \frac{\Delta I_{1a}}{\Delta t_a} - \frac{\Delta I_{2a}}{\Delta t_a} \right) = U_c, \quad (10)$$

$$L_s \frac{\Delta I_{Ls\delta}}{\Delta t_\delta} + R'_H I_{Lscp\delta} = U_c, \quad (11)$$

$$L2 \frac{\Delta I_{2\delta}}{T_u - \Delta t_\delta} + L_s \frac{\Delta I_{Ls\delta}}{T_u - \Delta t_\delta} + R'_H I_{Lscp\delta} = U_c, \quad (12)$$

где  $\Delta I_{1a}$  – приращение тока дросселя  $L1$  на первом интервале;  $\Delta I_{2a}$  – приращение тока дросселя  $L2$  на первом интервале;  $\Delta I_{Lsa}$  – приращение тока первичной обмотки трансформатора на первом интервале;  $I_{Lscpa}$  – среднее значение тока первичной обмотки на первом интервале; длительность первого интервала  $\Delta t_a = T/2 - T_u$ ,  $T_u$  – заданная длительность импульса управления;  $\Delta I_{Ls\delta}$  – приращение тока первичной обмотки на втором интервале;  $I_{Lscp\delta}$  – среднее значение тока первичной обмотки на втором интервале;  $\Delta t_\delta$  – длительность второго интервала;  $\Delta I_{2\delta}$  – приращение тока дросселя  $L2$  на третьем интервале;  $I_{Lscp\delta}$  – среднее значение тока первичной обмотки на третьем интервале.

Из анализа системы (9)–(12) и временных диаграмм рис. 4, а следует, что приращения переменных состояний и их средних значений не равны между собой на рассматриваемых интервалах работы преобразователя, поэтому в такой системе нельзя произвести минимизацию числа переменных путем их замены едиными переменными на всем периоде, как это выполнялось в известных методах [2, 8, 9]. Однако и решение данной системы в представленном виде затруднено, так как число неизвестных переменных превышает число уравнений, такая система является несовместной и неопределенной. Привести полученную систему к решаемому виду позволяет исключение зависимых переменных (приращений и их средних значений) и их замена функциональной зависимостью минимального числа независимых переменных. Анализ процессов и их временных диаграмм в режиме P1 (рис. 4, а) показывает, что в качестве независимых переменных можно выбрать приращения токов дросселя на первом и втором интервалах работы преобразователя:  $\Delta I_{1a}$ ,  $\Delta I_{2a}$ ,  $\Delta I_{1\delta} = \Delta I_{2\delta}$ , а также длительность второго интервала  $\Delta t_\delta$ . Тогда, вследствие того, что ток первичной обмотки  $i_{Ls}$  равен разности токов  $i_1 - i_2$ , но знаки производных этих токов противоположны, а приращения на первом интервале не равны между собой, то на этом интервале запишем приращение тока  $i_{Ls}$  как сумму приращений токов дросселей  $L1$ ,  $L2$ :  $\Delta I_{Lsa} = \Delta I_{1a} + \Delta I_{2a}$ . На втором интервале вследствие равенства приращений токов дросселей между собой приращение тока первичной обмотки равно удвоенному значению приращения токов дросселя:  $\Delta I_{Ls\delta} = 2\Delta I_{1\delta} = 2\Delta I_{2\delta}$ . На третьем интервале ток дросселя  $L2$  равен по модулю току первичной обмотки, поскольку ток  $i_{Ls}$  на предыдущем интервале изменяет направление протекания, а ток дросселя  $L1$  равен нулю. Поэтому, приращение этого тока на третьем интервале соответствует соотношению  $\Delta I_{2\delta} = |\Delta I_{Ls\delta}|$ .

Для дальнейшего описания переменных необходимо определить приращения модуля функции тока первичной обмотки  $i_{Ls}$  на втором интервале. В соответствии с введенными обозначениями на диаграммах рис. 4, а  $\Delta I_{Ls\delta 1} = \Delta I_{1\delta} - \Delta I_{2a}$  и  $\Delta I_{Ls\delta 2} = \Delta I_{2\delta} + \Delta I_{2a}$ . Тогда среднее значение тока  $i_{Ls}$  на первом интервале соответствует выражению  $I_{Lscpa} = \Delta I_{Ls\delta 1} + 0,5\Delta I_{Lsa} = \Delta I_{1\delta} + 0,5(\Delta I_{1a} - \Delta I_{2a})$ , среднее значение тока  $i_{Ls}$  на втором интервале  $I_{Lscp\delta} = |0,5(\Delta I_{Ls\delta 1} - \Delta I_{Ls\delta 2})| = |\Delta I_{2a}|$ .

Далее найдем величину приращения тока  $i_2$  на третьем интервале. Данную величину определим как разность значений по модулю тока первичной обмотки в конце третьего интервала  $I_{Ls\delta K}$  и в его начале  $I_{Ls\delta H}$ . Так как рассматривается установившийся режим работы преобразователя, то модуль тока первичной обмотки в конце третьего интервала  $|I_{Ls\delta K}|$  совпадает с величиной этого тока в начале первого интервала  $I_{Lsan}$ . Определяя названные величины через соответствующие приращения функции переменных состояния, запишем:  $I_{Lsan} = \Delta I_{Ls\delta 1} + \Delta I_{1a}$  и  $I_{Ls\delta H} = \Delta I_{Ls\delta 2}$ . Поэтому выражение для приращения тока  $i_2$  на третьем интервале после преобразований имеет вид  $\Delta I_{2\delta} = I_{Lsan} - I_{Ls\delta H} = \Delta I_{1a} - \Delta I_{2a}$ . Величину среднего значения функции  $i_{Ls}$  на третьем интервале определим через приращения функций  $I_{Lscp\delta} = \Delta I_{Ls\delta 2} + 0,5\Delta I_{2\delta} = \Delta I_{1\delta} + 0,5(\Delta I_{1a} + \Delta I_{2a})$ .

Таким образом, все зависимые переменные в системе (9)–(12) определены через выбранные независимые приращения функций  $\Delta I_{1a}$ ,  $\Delta I_{2a}$ ,  $\Delta I_{1\delta}$ , которые вместе с переменной  $\Delta t_{\delta}$  составляют базис из четырех независимых переменных для четырех уравнений полученной усредненной системы, что делает ее совместной и определенной в данном базисе переменных. Имея информацию о независимых переменных (приращениях функций), можно определить интегральные характеристики всего преобразователя: величину среднего тока нагрузки (нагрузочные характеристики), суммарное значение пульсации тока в дросселях  $L1$ ,  $L2$ , соответствующее величине максимального тока в силовых транзисторах. Так, приведенное к первичной стороне среднее значение тока нагрузки равно среднему значению модуля тока первичной обмотки трансформатора  $I'_{ncp} = |i_{Ls}|_{cp} = (I_{Lscpa} + I'_{ncp\delta} + I_{Lscpe})/3$ , где  $I'_{ncp\delta} = 0,5(\Delta I_{Ls\delta 1}/2 + \Delta I_{Ls\delta 2}/2) = \Delta I_{1\delta}/2$ . Максимальный ток в транзисторах определяется по выражению  $I_{VT\max} = \Delta I_{1a} + \Delta I_{1\delta}$ .

Рассмотрим усреднение модели преобразователя, работающего в режиме P2.

При составлении дифференциальных уравнений для контуров в каждой из трех схем замещения (рис. 3, б, д, е) заметим, что различие с системой (5)–(8) касается только первого интервала. Для режима P2 дифференциальное уравнение на первом интервале со схемой замещения рис. 3, б соответствует только одному имеющемуся контуру и имеет вид

$$L1 \frac{di_1}{dt} + Ls \frac{di_{Ls}}{dt} + R'_H i_{Ls} = 0. \quad (13)$$

Уравнения для второго и третьего интервалов (рис. 3, в, з) в точности соответствуют уравнениям (7), (8) для режима P1. После усреднения системы уравнений (13), (7), (8) получим следующие выражения с учетом знака производной функций переменных состояния на интервалах:

$$L1 \frac{\Delta I_{1a}}{\Delta t_a} + Ls \frac{\Delta I_{Lsa}}{\Delta t_a} - R'_H I_{Lscpa} = U_c, \quad (14)$$

$$Ls \frac{\Delta I_{Ls\delta}}{\Delta t_{\delta}} = U_c, \quad (15)$$

$$L2 \frac{\Delta I_{2a}}{T_u - \Delta t_{\delta}} + Ls \frac{\Delta I_{Ls\delta}}{T_u - \Delta t_{\delta}} + R'_H I_{Lscpe} = U_c. \quad (16)$$

В полученной усредненной системе (14)–(16) обозначения имеют тот же смысл, что и для уравнений в режиме P1. Как показывает анализ, для второго интервала режима P2 существует некоторая особенность. В силу того, что функция тока первичной обмотки на этом интервале является знакопеременной с нулевым средним значением на интервале, то в усредненной системе среднее напряжение на приведенном к первичной стороне сопротивлении нагрузки  $R'_H$  в схеме рис. 3, в также равно нулю. Поэтому усредненное уравнение (15) не содержит члена, соответствующего среднему напряжению на нагрузке.

Приведем полученную систему (14)–(16) к совместному и определенному виду путем минимизации независимых переменных. Определим для этого в качестве независимых следующие переменные: приращение тока  $i_{Ls}$  на первом интервале –  $\Delta I_{Lsa}$ , на втором интервале –  $\Delta I_{Ls\delta}$ , длительность второго интервала –  $\Delta t_{\delta}$ . На первом интервале ток  $i_l = i_{Ls}$ , а значит равны и их приращения. На третьем интервале ток дросселя  $L2$  равен модулю тока  $i_{Ls}$ , а значит их приращения также совпадают и равны между собой на первом и третьем интервалах. Это позволяет в уравнениях (14), (16) использовать одну независимую переменную  $\Delta I_{Lsa}$ . Как показывает анализ, среднее значение тока  $i_{Ls}$  на первом интервале и среднее значение модуля тока  $i_{Ls}$  на третьем интервале равны между собой  $I_{Lscpa} = I_{Lscpe} = 0,5(\Delta I_{Lsa} + \Delta I_{Ls\delta})$ . После минимизации независимых переменных полученная усредненная система (14)–(16) для режима P2 позволяет определить среднее значение приведенного к первичной стороне тока нагрузки  $I'_{ncp} = (\Delta I_{Lsa} + 5\Delta I_{Ls\delta}/4)/3$ , максимальное значение тока транзисторов  $I_{VT\max} = \Delta I_{Lsa} + \Delta I_{Ls\delta}/2$ .

Для оценки точности полученных усредненных моделей проведен расчет преобразователя с помощью метода имитационного моделирования на основе пакета OrCad. Данный метод позволяет

определить параметры установившегося режима, однако лишь после определения параметров всего переходного процесса, что значительно увеличивает временные затраты его использования. В качестве примера взяты следующие параметры преобразователя: входное напряжение  $U_{вх}=300$  В, период рабочей частоты  $T=20$  мкс, длительность интервала импульса управления  $T_u=7$  мкс, индуктивность дросселя  $L1=L2=100$  мкГн, коэффициент магнитной связи между обмотками дросселя  $K_M=1$ . Результаты расчетов  $I'_{нсп}$  и  $I_{VTmax}$  при изменении  $R'_H$  в диапазоне 0,5–5 Ом с помощью имитационного моделирования ИМ и по усредненным моделям УМ для режимов P1 и P2 представлены в таблице, где также показана погрешность результатов расчета  $\delta$  (%).

$R'_H$ , Ом	Режим P1, $L_s=10$ мкГн						Режим P2, $L_s=60$ мкГн					
	$I'_{нсп}$ , А			$I_{VTmax}$ , А			$I'_{нсп}$ , А			$I_{VTmax}$ , А		
	ИМ	УМ	$\delta$	ИМ	УМ	$\delta$	ИМ	УМ	$\delta$	ИМ	УМ	$\delta$
0.5	21,27	22,5	5,5	30,86	29,6	4,2	4,75	4,99	4,8	7,94	7,7	3,1
1	19,43	20,59	5,6	28,9	28,27	2,2	4,63	4,88	5,1	7,79	7,61	2,4
1.5	17,6	18,5	4,9	26,6	26,44	0,6	4,5	4,76	5,5	7,49	7,5	0,2
2	15,6	16,43	5,1	24,48	24,4	0,3	4,39	4,65	5,6	7,43	7,39	0,5
2.5	13,8	14,58	5,3	22,45	22,53	0,3	4,28	4,53	5,5	7,4	7,29	1,5
3	12,3	12,96	5,1	20,63	20,77	0,7	4,2	4,42	5,0	7,35	7,18	2,4
3.5	10,95	11,58	5,4	19,05	19,23	0,9	4,08	4,31	5,3	7,23	7,07	2,3
4	9,9	10,4	4,8	17,67	17,86	1,0	3,99	4,2	5,0	6,99	6,96	0,4
4.5	8,96	9,41	4,8	16,48	16,67	1,1	3,89	4,09	4,9	6,9	6,86	0,6
5	8,15	8,55	4,7	15,43	15,62	1,2	3,76	3,98	5,5	6,85	6,75	1,5

Результаты показывают, что погрешность расчета между методом имитационного моделирования и усредненной моделью не превосходит 5,6%. При расчете среднего значения тока  $I'_{нсп}$  погрешность больше и лежит в пределах 4,7–5,6%. При расчете пульсации тока  $I_{VTmax}$  погрешность меньше и не превышает 4,2%. Погрешность расчетов обусловлена допущением о линейном характере переменных состояний преобразователя. Чем больше реальная нелинейность формы переменных состояний, тем больше проявляется отличие результатов от имитационного моделирования. Однако, если постоянные времена цепей переменных состояния преобразователя больше периода коммутации его переключающих элементов, что обычно выполняется на практике, то точность расчета по усредненной модели является достаточно высокой.

Как подтвердили результаты расчетов, большие величины индуктивности рассеяния трансформатора, использованные в качестве примера при анализе, существенно снижают коэффициент передачи энергии преобразователем. Однако полученные усредненные модели как раз и являются тем инструментом, который позволяет учесть как параметры конструкции (коэффициент трансформации), так и требования к гальванической изоляции обмоток трансформатора – величине требуемого диэлектрического промежутка между обмотками, которая выражается параметром индуктивности рассеяния. Такой инструмент позволяет уточнить процесс проектирования, добиваясь максимального коэффициента передачи энергии преобразователем, несмотря на жесткие требования к величине гальванической изоляции обмоток трансформатора.

Рассмотренный пример анализа преобразователя на основе асимметричного инвертора с магнитосвязанным дросселем и расчет его характеристик показали адекватность применения разработанного модифицированного способа усреднения к преобразователям со сложными функциями переменных состояний. Основными этапами применения данного способа являются: определение для каждого интервала работы преобразователя схем замещения и дифференциальных уравнений, описывающих процессы в них; замена функций переменных состояний в уравнениях их средними значениями на интервалах, а производных – приращениями функций, отнесенных к длительности интервалов; приведение полученной системы алгебраических уравнений к совместному виду в базисе независимых переменных. Решение такой системы может быть получено либо в виде аналитических



выражений, либо путем применения численных расчетов с помощью компьютерных пакетов (MathCad и др.).

#### **Выводы.**

В результате проведенного анализа получена усредненная модель (3), позволяющая с общих позиций исследовать параметры установившегося режима преобразователей постоянного напряжения, работающих в режимах многоэтапной передачи энергии, в которых кусочно-линейные функции переменных состояний имеют многоступенчатый характер нарастания и спада, являются как знакопостоянными, так и знакопеременными. К таким устройствам относятся двухтактные преобразователи постоянного напряжения различной конфигурации.

Главной особенностью данного модифицированного способа является определение усредненной системы на всех интервалах постоянства структуры преобразователя относительно минимального и достаточного числа независимых переменных. Полученная в результате решения такой системы информация о приращениях функций переменных состояния на интервалах позволяет определить величину средних значений на интервалах и на периоде в целом всех кусочно-линейных функций, определяющих состояние преобразователя. Это дает возможность рассчитывать нагрузочные характеристики преобразователей, величины пульсаций и максимальных значений токов в переключающих элементах.

Сравнение расчетов на примере преобразователя с асимметричным инвертором, полученных с помощью рассмотренного способа усреднения и метода имитационного моделирования на основе OrCad, показало достаточно высокую сходимость результатов с погрешностью не более 5,6 %, что подтвердило адекватность применения предложенного метода усреднения.

Преимуществом рассмотренного способа усреднения является возможность определения параметров установившегося режима, включая средние значения и пульсации переменных состояний, минуя расчет переходного процесса.

1. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.
2. *Мелешин В.И.* Транзисторная преобразовательная техника. М.: Техносфера, 2006. 632 с.
3. *Мартинов В.В.* Источник электропитания для электронно-лучевого и плазменного технологического оборудования. *Праці Інституту електродинаміки НАН України.* 2004. Вип. 3(9). С. 43-49.
4. *Мартинов В.В., Руденко Ю.В., Руденко Т.В.* Системы электропитания для энергоемких технологий. *Електроніка і зв'язь.* 2013. № 3(74). С.14 – 18.
5. *Руденко Ю.В.* Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка.* 2017. № 3. С. 42 – 48.
6. *Русин Ю.С.* Трансформаторы звуковой и ультразвуковой частоты. Ленинград: Энергия, 1973. 152 с.
7. *Комаров М.С., Мартинов В.В.* Пристрій електроживлення електронно-променевої установки. Патент № 29547, Україна, 2000.
8. *Marian K. Kazimierzuk.* Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters. UK: John Wiley&Sons, Ltd, 2016. 960 p.
9. *Sanders S., Noworolski J., Lui X., Verghese G.* Generalized averaging method for power conversion circuits. *IEEE Trans. Power Electronics.* 1991. Vol. 2. Issue 2. Pp. 251–259.

УДК 621.314

### **УСЕРЕДНЕННЯ МОДЕЛІ ДВОТАКТНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ**

**Руденко Ю.В.,** канд.техн.наук  
**Інститут електродинаміки НАН України,**  
**пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна.**  
**Е-mail: [rudenko@ied.org.ua](mailto:rudenko@ied.org.ua)**

*Розроблено модифікований спосіб усереднення моделі імпульсних перетворювачів постійної напруги з багатоступінчастим кусочно-лінійним видом функцій змінних станів струму, характерним для двотактних перетворювачів різної конфігурації. Спосіб ґрунтується на визначенні усередненої системи на всіх інтервалах сталості структури щодо мінімального та достатнього числа незалежних змінних – приростів змінних станів та їхніх середніх значень на інтервалах, тривалостей інтервалів. Аналіз проведено на прикладі асиметричного інвертора з магнітопов'язаним дроселем. Проведено розрахунки характеристик інвертора за допомогою розробленого*

модифікованого способу та методу імітаційного моделювання. Збіг результатів розрахунків з похибкою не більше 5,6 % доводить адекватність розробленого модифікованого способу усереднення. Бібл. 9, табл. 1, рис. 4.

**Ключові слова:** метод усереднення в просторі станів, імпульсний перетворювач постійної напруги.

## AVERAGING OF PUSH-PULL DC CONVERTER MODEL

**Yu.V. Rudenko**

**Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,  
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine.**

**E-mail: [rudenko@ied.org.ua](mailto:rudenko@ied.org.ua)**

*The modified method of averaging of pulse dc converter model with multi-stage piecewise-linear type of variable states functions of current is developed. Such character of variable states functions is typical for the push-pull converters with various configurations. The method is based on determination of the averaged system on all intervals of structure permanence relatively of minimum and sufficient number of independent variables – the increments of variable states and their average values on intervals, interval durations. Analysis is conducted on the example of asymmetrical inverter with magnetically coupled chokes. The calculations of inverter characteristics are conducted by means of the developed modified method and simulation technique. Coincidence of calculation results with an error no more than 5,6 % proves the adequacy of developed modified method of averaging. References 9, table 1, figures 4.*

**Key words:** state-space averaging method, pulse dc converter.

1. Korn G., Korn T. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. Moskva: Nauka, 1984. 832 p. (Rus)
2. Meleshin V.I. Transistor conversion technique. Moskva: Tekhnosfera, 2006. 632 p. (Rus)
3. Martynov V.V. Power supplies for electron-beam and plasmous technological equipment. *Pratsi Instytutu Elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2004. No 3(9). Pp. 43–49. (Rus)
4. Martynov V.V., Rudenko Yu.V., Rudenko T.V. Power supply systems for powerful technologies. *Elektronika i Sviaz*. 2013. No 3(74). Pp. 14–18. (Rus)
5. Rudenko Yu.V. Mode of averaging of pulse dc converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 42–48. (Rus)
6. Rusin Yu.S. Transformers of sonic and ultra sonic frequency. Leningrad: Energiia, 1973. 152 p. (Rus)
7. Komarov M.S., Martynov V.V. Power supply unit of electron-beam installation. Patent of Ukraine No 29547. 2000. (Ukr)
8. Marian K. Kazimierzczuk. Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters. John Wiley&Sons, Ltd, 2016. 960 p.
9. Sanders S., Noworolski J., Lui X., Verghese G. Generalized averaging method for power conversion circuits. *IEEE Trans. Power Electronics*. 1991. Vol. 2. Issue 2. Pp. 251 – 259.

Надійшла 14.06.2017  
Остаточний 27.10.2017