

**ВПЛИВ ПУЛЬСАЦІЙ НАПРУГИ ЖИВЛЕННЯ ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА  
НА ПАРАМЕТРИ ПЕРЕХІДНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНТУРУ СТРУМУ  
БОРТОВОЇ АВІАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПОЗИЦІОНУВАННЯ**

**Ю.О. Денисов\***, докт.техн.наук, **О.О. Бурсала\*\***  
Національний університет “Чернігівська політехніка”,  
вул. Шевченка, 95, Чернігів, 14035, Україна, e-mail: [den711td@gmail.com](mailto:den711td@gmail.com)

*Проведено порівняння параметрів перехідних характеристик оптимізованою за модулем передавальної функції замкненого контуру струму системи позиціонування без та з урахуванням глибокої широтно-імпульсної модуляції напруги живлення лінійного електродвигуна. Встановлено їхню суттєву відмінність за швидкодією, перерегулюванням, статичною похибкою. Запропоновано методіку оптимізації за критерієм швидкодії контуру струму, яка дає змогу реалізувати його перехідну характеристику протягом кінцевого числа інтервалів комутації широтно-імпульсного перетворювача. Виконано синтез цифрового регулятора контуру струму, що дає змогу реалізувати його перехідну характеристику без перерегулювання протягом кінцевого числа інтервалів комутації. Бібл. 11, рис. 3.*

**Ключові слова:** лінійний електродвигун, широтно-імпульсний перетворювач, модифіковане z-перетворення, перехідна характеристика, оптимізація.

**Постановка проблеми.** Сучасні літальні апарати оснащені автоматизованими системами FADEC для управління параметрами впорскування палива, повітря, запалювання, що забезпечують роботу авіадвигуна з мінімальною витратою палива. Бортові комп'ютери обробляють інформацію про поточні значення параметрів, що контролюються, і дають команди виконавчим підсистемам, серед яких переважають пневматичні та гідравлічні приводи. Їхнє призначення – відчиняти або зачиняти відповідні клапани шляхом лінійного переміщення виконавчого органу приводу. Цю задачу найефективніше вирішують лінійні електроприводи постійного струму, на динамічні характеристики яких помітно впливають пульсації напруги джерела живлення, що є ланкою контуру струму. Пульсації виникають внаслідок глибокої широтно-імпульсної модуляції (далі – ШІМ) напруги живлення електродвигуна в процесі відпрацювання збурюючих впливів. Існує проблема врахування їхнього впливу на параметри та структуру регулятора контуру струму, який дає змогу оптимізувати його динамічні характеристики за швидкодією і перерегулюванням.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** Відомі дослідження і публікації основну увагу приділяють практичним питанням конструювання та застосування лінійних електроприводів в галузі авіації та космонавтики з постановкою актуальних задач з метою мінімізації їхніх недоліків, пов'язаних з пульсаціями зусиль і втратами в сталі [1, 2].

В [3] для управління бортовими системами авіаційної техніки на основі програмного забезпечення Matlab-Simulink досліджено двоконтурний електропривід з безпідшипниковим електродвигуном. Система його регулювання контролює швидкість та положення без контролю струму, що є її недоліком.

Під час оптимізації процесів в контурі струму лінійного електроприводу зазвичай використовується оптимум по модулю його передавальної функції без урахування впливу пульсацій [4].

Враховуючи складність аналітичної оцінки впливу процесу глибокої ШІМ на показники динаміки лінійного електроприводу, найчастіше з цією метою використовують електронне моделювання [5].

**Мета** даної роботи полягає в розробці аналітичного методу врахування впливу процесу глибокої ШІМ на структуру та параметри регулятора контуру струму під час його оптимізації за критерієм швидкодії.

**Основний розділ. 1. Перехідна характеристика контуру струму, оптимізована за модулем передавальної функції.** Системи позиціонування бортової авіаційної техніки мають три контури регулювання: струму, швидкості, положення. Ланкою контуру струму є широтно-імпульсний перетворювач (далі – ШІП), який живить лінійний електродвигун (далі – ЛЕД) напругою, що пульсує.

Іншим джерелом пульсацій може бути сам ЛЕД, якщо його виконано на основі постійних магнітів як безколекторний двигун [6].

Для всіх електричних машин характерні технічні обмеження на швидкість наростання струму, переважувальну здатність і робочу температуру. Поточні значення цих параметрів визначаються процесами в контурі струму залежно від змін напруги і навантаження. Оптимізація контуру струму за швидкодією дає змогу швидко обмежити динамічні викиди струму за різкого гальмування та швидко вийти на задану позицію, хоча при цьому зростає похідна струму, що збільшує втрати. Компромісне співвідношення між цими показниками досягається оптимізацією процесу в контурі струму, структурну схему якого наведено на рис. 1.

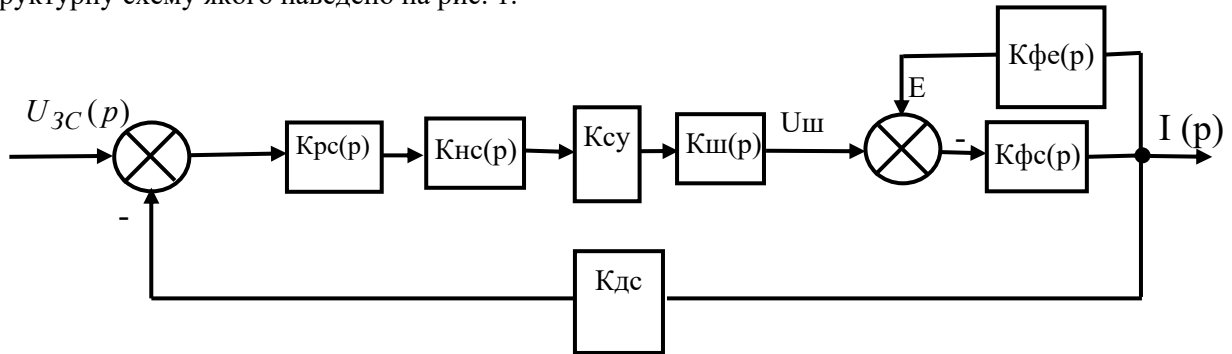


Рис.1

На рис. 1 позначено:  $K_{pc}(p)$ ,  $K_{ш}(p)$  – передавальні функції регулятора струму та ШПІ;  $K_{fc}(p) = [R_{я}(1 + p \cdot T_E)]^{-1}$ ,  $K_{fe}(p) = R(p \cdot T_M)^{-1}$  – передавальні функції ланок формування струму та проти-е.р.с., де  $R_{я}$  – опір обмотки якоря,  $T_E$ ,  $T_M$  – електрична й електромагнітна сталі двигуна;  $K_{nc}(p) = (1 + p \cdot \sigma)^{-1}$  - передавальна функція некомпенсованої ланки, де  $\sigma$  – стала часу фільтрів для згладжування пульсацій на виходах давача струму та регулятора;  $K_{cy}$ ,  $K_{dc}$  - коефіцієнти підсилення системи управління ШПІ і давача струму.

Силовую ланкою контуру струму являється ШПІ, що здійснює широтно-імпульсне регулювання напруги живлення ЛЕД. Ця дискретна ланка зі складною нелінійністю є джерелом пульсацій, які суттєво впливають на характер перехідного процесу контуру струму. Під час його оптимізації “за модулем” вплив пульсацій на характер перехідного процесу не враховується, так як досягти точної рівності одиниці модуля передавальної функції можливо тільки за нульової частоти або ж за досить низьких частот – наближено. Тому оптимізація “за модулем” передбачає врахування впливу на процес формування струму лише постійної вихідної напруги ШПІ. При цьому коефіцієнт її підсилення  $K_n$  вважається постійним. У разі налаштування контуру струму на модульний оптимум до його складу включають ПІ-регулятор [6] з передавальною функцією  $K_{pc}(p) = \frac{R(1 + pT_E)}{pT_c K_n K_{cy} K_{dc}}$ , де

$T_c = a_c \cdot \sigma$  – постійна часу інтегрування контуру струму,  $a_c = 2$  у разі налаштування на модульний оптимум.

Якщо  $T_M \gg T_c$ , вплив проти-ЕРС на процеси в контурі струму можна не враховувати [6], тому його передавальна функція в замкненому стані  $W_{zc}(p) = [pT_c(0,5T_c + 1) + 1]^{-1}$ , що відповідає перехідній характеристиці  $I(t) = I_{zc} [1 - \sqrt{2} \cdot e^{-t/T_c} \sin(t/T_c + \pi/4)]$ , де  $I_{zc} = U_{zc} / K_{dc}$ .

Для лінійного електродвигуна ЛЕД АТ605ТУ, для якого  $T_E = 5 \cdot 10^{-3} c$ ,  $T_M = 0,1 c$ ,  $R_{я} = 3 \text{ Ом}$ ,  $T_c = 2\sigma$ , побудовано перехідну характеристику  $\bar{I}(t) = I(t)(I_{zc})^{-1}$  (крива 1 на рис. 2) для  $T = \sigma = 10^{-4} c$ , з якої видно, що момент часу, який відповідає першому максимуму струму  $t_{p11} = 4,6 \cdot 10^{-4} c$ , перерегулювання - 4,35%, другий час регулювання  $t_{p12} = 8,5 \cdot 10^{-4} c$ , відносна статична похибка - 2%.

Оцінимо вплив пульсацій напруги живлення ЛЕД на перехідну характеристику контуру струму з ПІ-регулятором, параметри якого відповідають модульному оптимуму стосовно електродвигуна ЛЕД АТ605ТУ.

**2. Перехідна характеристика контуру струму з урахуванням глибокої ШІМ напруги живлення двигуна.** Очевидно, що оптимізація за модулем не передбачає врахування нелінійної частотної залежності коефіцієнта підсилення ШІП в процесі регулювання. Таку залежність враховує передавальна функція, отримана в [8, 9] за результатами статистичної лінеаризації модуляційних характеристик, що відображають залежність амплітуд ряду Уолша-Фур'є в процесі глибокої ШІМ напруги живлення ЛЕД. У разі врахування чотирьох функцій ряду (постійної складової,  $Sal(1, \bar{t}); Cal(1, \bar{t}); Sal(2, \bar{t})$ ; де  $\bar{t} = t/T$  – відносний час,  $T$  – період комутації) вона має вигляд

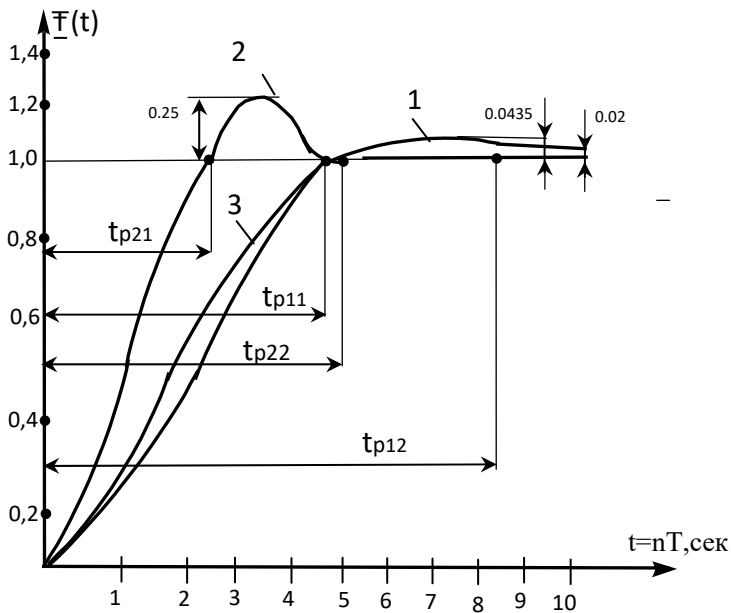


Рис. 2

$$K_{Ш}(p) = \frac{K_1 - \sum_{k=2}^5 K_k \exp[-0,25pT(k-1)]}{p},$$

де  $K_1 = 1,086$ ;  $K_2 = 0,114$ ;  $K_3 = 0,280$ ;  $K_4 = 0,246$ ;  $K_5 = 0,446$  – коефіцієнти статистичної лінеаризації. В результаті статистичної лінеаризації ШІМ в межах відносного одиничного часового інтервалу замінюється еквівалентною амплітудно-імпульсною модуляцією (АІН) багатоступінчастого імпульсу. Кількість ступенів та їхня ширина визначаються кількістю змін знаку функції Радемахера вищої частоти проходження серед врахованих функцій. Під час врахування чотирьох функцій Уолша такою є функція  $Sal2, \bar{t}$ , що визначає наявність чотирьох інтервалів існування передавальної функції ШІП на періоді комутації. Запропонована апрокси-

мація дає змогу застосовувати математичний апарат модифікованого z-перетворення для аналізу систем з глибокою ШІМ.

Передавальна функція приведеної неперервної частини контуру струму для відносної комплексної змінної  $q = p \cdot T$  з урахуванням теореми розкладання має вигляд

$$K_{нч}(q) = K_{0m} \left( \frac{A_1}{q^2} + \frac{A_2}{q} + \frac{A_3}{q + \beta} \right) \left[ K_1 - \sum_{k=2}^5 K_k \exp[-0,25q(k-1)] \right], \quad (1)$$

де  $K_{0m} = T^2(T_T \cdot \sigma)^{-1}$ ,  $A_1 = \beta^{-1}$ ,  $A_2 = -\beta^{-2}$ ,  $A_3 = \beta^{-2}$ ,  $\beta = T/\sigma$ .

Піддаючи (1) модифікованому z-перетворенню, отримаємо дискретну передавальну функцію розімкненого контуру струму

$$W_{pm}^*(z, \varepsilon) = K_{0m} \left[ \frac{F_1^*(z, \varepsilon)}{(z-1)^2} + \frac{F_2^*(z, \varepsilon)}{z-1} + \frac{F_3^*(z, \varepsilon)}{z-e^{-\beta}} \right], \quad (2)$$

де  $F_1^*(z, \varepsilon) = z a_{11}(\varepsilon) + b_{11}(\varepsilon)$ ;  $F_2^*(z, \varepsilon) = z a_{12}(\varepsilon) + b_{12}(\varepsilon)$ ;  $F_3^*(z, \varepsilon) = z a_{13}(\varepsilon) + b_{13}(\varepsilon)$ .

Оскільки (2) на одиничному періоді має чотири інтервали свого існування, то функції  $F_1^*(z, \varepsilon) \div F_3^*(z, \varepsilon)$  на кожному інтервалі матимуть власні значення коефіцієнтів  $a(\varepsilon)$ ,  $b(\varepsilon)$ .

Для  $0 \leq \varepsilon \leq 0,25$ :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{0,446}{\beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{0,446}{\beta}, a_{12}(\varepsilon) = \frac{0,446}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right) + \frac{0,353}{\beta}, b_{12}(\varepsilon) = -\frac{0,446}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right),$$

$$a_{13}(\varepsilon) = -0,047 \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2}, b_{13}(\varepsilon) = -0,446 \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2};$$

для  $0,25 \leq \varepsilon \leq 0,5$  :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{0,972}{\beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{0,972}{\beta}, a_{12}(\varepsilon) = \frac{0,972\varepsilon + 0,0285}{\beta} - \frac{0,972}{\beta^2}, b_{12}(\varepsilon) = -\frac{0,972\varepsilon + 0,201}{\beta} + \frac{0,972}{\beta^2},$$

$$a_{13}(\varepsilon) = (1,086 - 0,114e^{0,25\beta}) \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2}, b_{13}(\varepsilon) = -0,809 \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2};$$

для  $0,5 \leq \varepsilon \leq 0,75$  :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{0,692}{\beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{0,692}{\beta}, a_{12}(\varepsilon) = \frac{0,692}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right) + \frac{0,1685}{\beta}, b_{12}(\varepsilon) = -\frac{0,692}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right) - \frac{0,0615}{\beta},$$

$$a_{13}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta\varepsilon} (1,086 - 0,114e^{0,25\beta} - 0,28e^{0,5\beta})}{\beta^2}, b_{13}(\varepsilon) = -\frac{(0,446 + 0,246e^{-0,25\beta}) \cdot e^{-\beta\varepsilon}}{\beta^2};$$

для  $0,75 \leq \varepsilon \leq 1$  :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{0,446}{\beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{0,446}{\beta}, a_{12}(\varepsilon) = \frac{0,446}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right) + \frac{0,353}{\beta}, b_{12}(\varepsilon) = -\frac{0,446}{\beta} \left( \varepsilon - \frac{1}{\beta} \right),$$

$$a_{13}(\varepsilon) = -0,047 \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2}, b_{13}(\varepsilon) = -0,446 \cdot e^{-\beta\varepsilon} \cdot \beta^{-2}.$$

Дискретна передавальна функція замкненого контуру струму

$$W_{zc}^*(z, \varepsilon) = \frac{W_{pc}^*(z, \varepsilon)}{1 + W_{pc}^*(z, 1) \cdot z^{-1}}, \quad (3)$$

де  $W_{pc}^*(z, 1)$  – передавальна функція розімкненого контуру струму для четвертого інтервалу, коли  $\varepsilon = 1$ .

Z-зображення перехідної характеристики замкненого контуру струму  $\bar{I}^*(z, \varepsilon) = \frac{z}{z-1} W_{zc}^*(z, \varepsilon)$ .

З урахуванням (2) і (3), після необхідних перетворень, отримуємо

$$\bar{I}^*(z, \varepsilon) = K_{0c} \frac{z^5 B_5(\varepsilon) + z^4 B_4(\varepsilon) + z^3 B_3(\varepsilon) + z^2 B_2(\varepsilon)}{z^5 D_5(1) + z^4 D_4(1) + z^3 D_3(1) + z^2 D_2(1) + z D_1(1) + D_0(1)},$$

$$\text{де } B_5(\varepsilon) = a_{11}(\varepsilon) + a_{13}(\varepsilon); B_4(\varepsilon) = a_{11}(\varepsilon) + b_{12}(\varepsilon) - a_{12}(\varepsilon) (1 + e^{-\beta}) + b_{13}(\varepsilon) - 2a_{13}(\varepsilon);$$

$$B_3(\varepsilon) = b_{11}(\varepsilon) - a_{11}(\varepsilon)e^{-\beta} + a_{12}(\varepsilon)e^{-\beta} - b_{12}(\varepsilon) (1 + e^{-\beta}) + a_{13}(\varepsilon) - 2b_{13}(\varepsilon); B_2(\varepsilon) = -b_{11}(\varepsilon)e^{-\beta} + b_{12}(\varepsilon)e^{-\beta} + b_{13}(\varepsilon);$$

$$D_5(1) = 1; D_4(1) = K_{0c} B_5(1) - 3 - e^{-\beta}; D_3(1) = K_{0c} [B_4(1) - B_5(1)] + 3(1 + e^{-\beta});$$

$$D_2(1) = K_{0c} [B_3(1) - B_4(1)] - 3e^{-\beta} - 1; D_1(1) = K_{0c} [B_2(1) - B_3(1)] + e^{-\beta}; D_0(1) = -B_2(1).$$

Оригінал перехідної характеристики замкненого контуру струму знайдемо, використовуючи метод розкладання її зображення в ступеневий ряд [10]. Порядок чисельника зображення перехідної характеристики  $k = 5$ , дорівнює порядку знаменника  $l$ .

Внаслідок цього перехідну характеристику замкненого контуру струму знаходимо на підставі рекурентного співвідношення

$$\bar{I}^*(n, \varepsilon) = \frac{1}{D_l} \left\{ B_{k-n}(\varepsilon) - \sum_{i=0}^{n-1} \bar{I}^*(i, \varepsilon) D_{k-n+i}(1) \right\},$$

де  $n = 0, 1, 2, 3 \dots l$  – номер періоду комутації ШП.

Порядок знаходження перехідної характеристики замкненого контуру струму передбачає послідовне обчислення її значень на періодах проходження. Кожен з них містить чотири інтервали зміни  $\varepsilon$ , яким відповідають значення  $B_{k-n}(\varepsilon)$ , що визначаються величинами коефіцієнтів  $a(\varepsilon)$ ,  $b(\varepsilon)$ .

На рис. 2 представлено результат розрахунку перехідної характеристики замкненого контуру струму (крива 2) з урахуванням процесу глибокої ШІМ напруги живлення лінійного двигуна. Розрахунок виконано з урахуванням налаштування ПІ-регулятора контуру струму на модульний оптимум для тих самих умов, як у попередньому варіанті «за постійною складовою», а саме:  $K_{0c} = 1$ ,  $\sigma = 10^{-4} c$ ,  $T = 10^{-4} c$ ,  $\beta = 1$ . В [6] показано, що мінімальним пульсаціям в контурі струму відповідає

$\beta = 1 \div 2$ . Цим обумовлено вибір значення  $\beta = 1$ . З порівняння кривих 1 та 2 на рис. 2 видно, що під впливом глибокої ШІМ перехідна характеристика замкненого контуру струму, налаштованого на оптимум модуля передавальної функції, суттєво відрізняється від перехідної характеристики, отриманої за постійною складовою. Тут перший час регулювання  $t_{p21} = 2,4\sigma$ , а другий –  $t_{p22} = 5\sigma$ .

Процес завершується набагато швидше – за п'ять інтервалів комутації, проте перерегулювання складає приблизно 25%, що не повністю відповідає вимогам якісного перехідного процесу.

Тому контур струму, до складу якого включено ШІП, доцільно оптимізувати за швидкодією, використовуючи метод налаштування дискретних систем на кінцеву тривалість процесу, що для систем неперервної дії, строго кажучи, недосяжне. Процес в неперервних системах завжди закінчується з кінцевою статичною помилкою.

**3. Перехідна характеристика контуру струму, налаштованого на кінцеву тривалість процесу.** Передавальна характеристика приведеної неперервної частини контуру струму без регулятора

$$K_{ннч}(p) = K_{\partial c} \left\{ K_1 - \sum_2^5 K_k \exp[-0,25 p T (k-1)] \right\} \left[ T_E R \sigma \left( p + \frac{1}{\sigma} \right) \left( p + \frac{1}{T_E} \right) p \right]^{-1}.$$

Під час переходу до відносної комплексної змінної  $q = p \cdot T$  на підставі теореми розкладання отримуємо

$$K_{ннч}(q) = K_{0m} \left( \frac{D_{1n}}{q^2} + \frac{D_{2n}}{q + \beta} + \frac{D_{3n}}{q + \alpha} \right) \left\{ K_1 - \sum_2^5 K_k \exp[-0,25 q (k-1)] \right\}, \quad (4)$$

де  $K_{0m} = \frac{T^2 K_{\partial c}}{R T_E \cdot \sigma}$ ,  $D_{1n} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta}$ ,  $D_{2n} = \frac{1}{\beta(\beta - \alpha)}$ ,  $D_{3n} = -\frac{1}{\alpha(\beta - \alpha)}$ ,  $\beta = \frac{T}{\sigma}$ ,  $\alpha = \frac{T}{T_E}$ .

Піддаючи (4) модифікованому z-перетворенню, отримаємо дискретну передавальну функцію розімкненого контуру струму

$$W_{pc}^*(z, \varepsilon) = K_{0c} \left[ \frac{F_1^*(z, \varepsilon)}{z-1} + \frac{F_2^*(z, \varepsilon)}{z-e^{-\alpha}} + \frac{F_3^*(z, \varepsilon)}{z-e^{-\beta}} \right]. \quad (5)$$

Як і у попередньому випадку, коефіцієнти багаточленів  $F_1^*(z, \varepsilon) \div F_3^*(z, \varepsilon)$  на кожному дискретному інтервалі зміни  $\varepsilon$  матимуть свої власні значення.

Для  $0 \leq \varepsilon \leq 0,25$ :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{K_1}{\alpha \cdot \beta}, \quad b_{11}(\varepsilon) = -\frac{K_1}{\alpha \cdot \beta}, \quad a_{12}(\varepsilon) = \frac{K_1 e^{-\beta \varepsilon}}{\beta(\beta - \alpha)}, \quad b_{12}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta \varepsilon}}{\beta(\beta - \alpha)} \sum_2^5 K_k \cdot \exp\{-\beta[1-(k-1) \cdot 0,25]\},$$

$$a_{13}(\varepsilon) = -\frac{K_1 e^{-\alpha \varepsilon}}{\alpha(\beta - \alpha)}, \quad b_{13}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\alpha \varepsilon}}{\alpha(\beta - \alpha)} \sum_2^5 K_k \cdot \exp\{-\alpha[1-(k-1) \cdot 0,25]\};$$

для  $0,25 \leq \varepsilon \leq 0,5$ :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{K_1 - K_2}{\alpha \cdot \beta}, \quad b_{11}(\varepsilon) = -\frac{\sum_2^5 K_k}{\alpha \cdot \beta},$$

$$a_{12}(\varepsilon) = \frac{e^{-\beta \varepsilon}}{\beta(\beta - \alpha)} (K_1 - K_2 e^{-0,25\beta}), \quad b_{12}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta \varepsilon}}{\beta(\beta - \alpha)} \sum_3^5 K_k \cdot e^{-\beta[1-(k-1) \cdot 0,25]}$$

$$b_{12}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta \varepsilon}}{\beta(\beta - \alpha)} \sum_3^5 K_k \cdot e^{-\beta[1-(k-1) \cdot 0,25]}, \quad a_{13}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\alpha \varepsilon}}{\alpha(\beta - \alpha)} (K_1 - K_2 e^{-0,25\alpha}),$$

$$b_{13}(\varepsilon) = \frac{e^{-\alpha \varepsilon}}{\alpha(\beta - \alpha)} \sum_3^5 K_k \cdot e^{-\alpha[1-(k-1) \cdot 0,25]};$$

для  $0,5 \leq \varepsilon \leq 0,75$ :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{K_1 - K_2 - K_3}{\alpha \cdot \beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{K_4 + K_5}{\alpha \cdot \beta},$$

$$a_{12}(\varepsilon) = \frac{e^{-\beta\varepsilon}}{\beta(\beta-\alpha)} \left( K_1 - K_2 e^{0,25\beta} - K_3 e^{0,5\beta} \right), b_{12}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta\varepsilon}}{\beta(\beta-\alpha)} \left( K_4 e^{-0,25\beta} + K_5 \right),$$

$$a_{13}(\varepsilon) = \frac{e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha(\beta-\alpha)} \left( K_1 - K_2 e^{0,25\alpha} - K_3 e^{0,5\alpha} \right), b_{13}(\varepsilon) = \frac{e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha(\beta-\alpha)} \left( K_4 \cdot e^{-0,25\alpha} + K_5 \right);$$

для  $0,75 \leq \varepsilon \leq 1$ :

$$a_{11}(\varepsilon) = \frac{1}{\alpha \cdot \beta}, b_{11}(\varepsilon) = -\frac{K_5}{\alpha \cdot \beta}, a_{12}(\varepsilon) = \frac{e^{-\beta\varepsilon}}{\beta(\beta-\alpha)} \left( K_1 - \sum_2^4 e^{0,25\beta(k-1)} \right), b_{12}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\beta\varepsilon} K_5}{\beta(\beta-\alpha)},$$

$$a_{13}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha(\beta-\alpha)} \left( K_1 - \sum_2^4 e^{0,25\alpha(k-1)} \right), b_{13}(\varepsilon) = -\frac{e^{-\alpha\varepsilon}}{\alpha(\beta-\alpha)},$$

де  $K_1 = 1,086$ ;  $K_2 = 0,114$ ;  $K_3 = 0,28$ ;  $K_4 = 0,246$ ;  $K_5 = 0,446$  – коефіцієнти статистичної лінеаризації.

Дискретна передавальна функція розімкненого контуру струму (5) з урахуванням значень  $F_1^*(z, \varepsilon) = z a_{11}(\varepsilon) + b_{11}(\varepsilon)$ ,  $F_2^*(z, \varepsilon) = z a_{12}(\varepsilon) + b_{12}(\varepsilon)$ ,  $F_3^*(z, \varepsilon) = z a_{13}(\varepsilon) + b_{13}(\varepsilon)$  для кожного із зазначених інтервалів змінювання  $\varepsilon$  матиме вигляд

$$W_{pc}^*(z, \varepsilon) = K_{0c} \left[ \frac{B_3(\varepsilon)z^3 + B_2(\varepsilon)z^2 + B_1(\varepsilon)z + B_0(\varepsilon)}{(z-1)(z-e^{-\alpha})(z-e^{-\beta})} \right], \quad (6)$$

де  $B_3(\varepsilon) = a_{11}(\varepsilon) + a_{12}(\varepsilon) + a_{13}(\varepsilon)$ ;

$$B_2(\varepsilon) = b_{11}(\varepsilon) - a_{11}(\varepsilon)(e^{-\alpha} + e^{-\beta}) + b_{12}(\varepsilon) - a_{12}(\varepsilon)(1 + e^{-\alpha}) + b_{13}(\varepsilon) - a_{13}(\varepsilon)(1 + e^{-\beta});$$

$$B_1(\varepsilon) = a_{11}(\varepsilon)e^{-(\alpha+\beta)} - b_{11}(\varepsilon)(e^{-\alpha} + e^{-\beta}) + a_{12}(\varepsilon)e^{-\alpha} - b_{12}(\varepsilon)(1 + e^{-\alpha}) + a_{13}(\varepsilon)e^{-\beta} - b_{13}(\varepsilon)(1 + e^{-\beta});$$

$$B_0(\varepsilon) = b_{11}(\varepsilon)e^{-(\alpha+\beta)} + b_{12}(\varepsilon)e^{-\alpha} + b_{13}(\varepsilon)e^{-\beta}.$$

В момент спрацьовування імпульсного елемента ліве значення передавальної функції розімкненого контуру струму:  $W_{pc}^*(z, -0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 1} z^{-1} W_{pc}^*(z, \varepsilon)$ , де  $W_{pc}^*(z, \varepsilon)$  відповідає четвертому інтервалу ( $0,75 \leq \varepsilon \leq 1$ ). З урахуванням цього

$$W_{pc}^*(z, -0) = \frac{P^*(z, 1)}{z(z-1)Q_1^*(z)}, \quad (7)$$

де

$$P^*(z, 1) = K_{0c} \left[ B_3(1)z^3 + B_2(1)z^2 + B_1(1)z + B_0(1) \right], \quad (8)$$

$$Q_1^*(z) = (z - e^{-\beta})(1 - e^{-\alpha}). \quad (9)$$

З (7) видно, що власний астатизм контуру струму  $r_0 = 1$ . Збережемо цей порядок астатизму і за результатами синтезу його регулятора. З (7) видно, що в контурі струму можливо реалізувати перехідний процес за чотири інтервали комутації ШП ( $S_{min} = 4$ ).

Процедуру синтезу регулятора контуру струму за критерієм швидкодії виконаємо з використанням найбільш узагальненого другого поліноміального рівняння оптимізації [11], яке для моменту спрацьовування імпульсного елемента має вигляд

$$K_{0c} \left[ B_3(1)z^3 + B_2(1)z^2 + B_1(1)z + B_0(1) \right] \cdot M^*(z) + (z-1) \cdot N^*(z) = z^4, \quad (10)$$

де

$$M^*(z) = a_0 \quad - \text{поліном ступеню } r - r_0 = 0, \quad (11)$$

$$N^*(z) = b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0 \quad - \text{поліном ступеню три.} \quad (12)$$

Порівнявши коефіцієнти однакових ступенів  $z$  у виразі (10), отримуємо

$$a_0 = \left[ K_{0c} \sum_0^3 B_k(1) \right]^{-1}, \quad b_0 = \left[ \sum_0^3 B_k(1) \right]^{-1}, \quad b_1 = [B_0(1) + B_1(1)] \left[ \sum_0^3 B_k(1) \right]^{-1}, \quad b_2 = \left[ \sum_1^3 B_k(1) \right] \left[ \sum_0^3 B_k(1) \right]^{-1}, \quad b_3 = 1.$$

За послідовної корекції передавальна функція регулятора контуру струму має вигляд

$$K_p^*(z, -0) = \frac{Q_1^*(z) \cdot M^*(z)}{(z-1)^{r-r_0} \cdot N^*(z)}.$$

З урахуванням (9), (11), (12) отримуємо

$$K_p^*(z, -0) = \frac{z^2 - z(e^{-\alpha} + e^{-\beta}) + e^{-(\alpha+\beta)}}{K_{0c} \sum_0^3 B_k(1) \left[ z^3 + \frac{\sum_0^3 B_k(1)}{3} z^2 + \frac{\sum_0^1 B_k(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} z + \frac{B_0(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} \right]}. \quad (13)$$

Розділимо чисельник і знаменник (13) на  $z^3 K_{0c} \sum_0^3 B_k(1)$  та отримаємо

$$K_p^*(z, -0) = \frac{z^{-1} \mu_1 + \mu_2 z^{-2} + \mu_3 z^{-3}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3}} = \frac{\Delta U_{вих}^*[z, -0]}{\Delta U_{ex}^*[z, -0]}, \quad (14)$$

де  $\mu_1 = \frac{1}{K_{0c} \sum_0^3 B_k(1)}$ ;  $\mu_2 = -\frac{e^{-\alpha} + e^{-\beta}}{K_{0c} \sum_0^3 B_k(1)}$ ;  $\mu_3 = \frac{e^{-(\alpha+\beta)}}{K_{0c} \sum_0^3 B_k(1)}$ ;  $\alpha_1 = \frac{\sum_0^1 B_k(1)}{\sum_0^3 B_k(1)}$ ;  $\alpha_2 = \frac{\sum_0^3 B_k(1)}{\sum_0^3 B_k(1)}$ ;  $\alpha_3 = \frac{B_0(1)}{\sum_0^3 B_k(1)}$ .

Передавальній функції регулятора (14) відповідає зображення різницевого рівняння

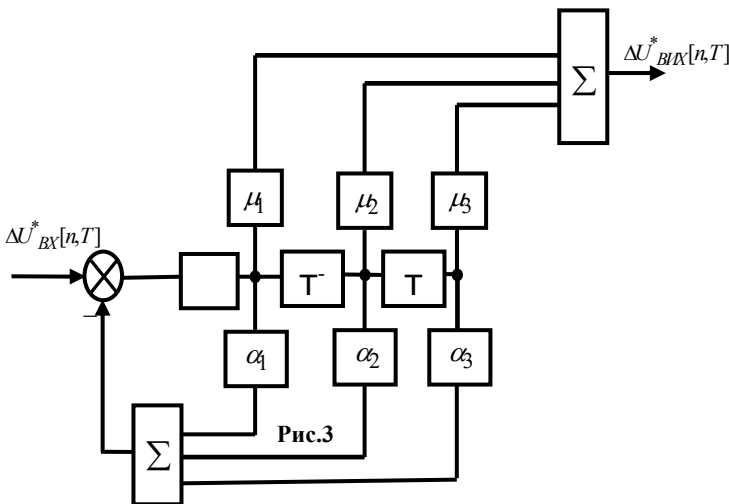


Рис. 3

$$\Delta U_{вих}^*[z, -0] = \Delta U_{ex}^*[z, -0] (\mu_1 z^{-1} + \mu_2 z^{-2} + \mu_3 z^{-3}) - \Delta U_{вих}^*[z, -0] (\alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3}),$$

для якого вірний оригінал

$$\Delta U_{вих}^*[nT] = \sum_1^3 \mu_k \Delta U_{ex}^*[(n-k)T] - \sum_1^3 \alpha_k \Delta U_{вих}^*[(n-k)T]$$

Рішення різницевого рівняння, що отримано, виконує цифровий рекурсивний фільтр, схему якого наведено на рис. 3.

Регулятор контуру струму включає до себе два суматори, компаратор, три ланки затримки – по одній на один період комутації, підсилювачі ланки прямої передачі з коефіцієнтами підсилення

$\mu_1 = 0,75$ ;  $\mu_2 = -1,04$ ;  $\mu_3 = 0,268$ , а також підсилювачі зворотного зв'язку з коефіцієнтами передачі  $\alpha_1 = 0,78$ ;  $\alpha_2 = 0,53$ ;  $\alpha_3 = 0,22$ .

Параметри цифрового фільтра розраховані для  $\sigma = 10^{-4} c$ ,  $T = 10^{-4} c$ ,  $T_E = 5 \cdot 10^{-3} c$ ,  $K_{oc} = 1$ ,  $\beta = 1$ .

Включення до контуру струму оптимального цифрового регулятора дає змогу реалізувати його оптимальну передавальну функцію, яка в замкненому стані для моменту спрацьовування імпульсного елемента має вигляд

$$W_{zc}^*(z, -0) = P^*(z, 1) \frac{M^*(z)}{z^4}.$$

З урахуванням (8), (11) отримуємо

$$W_{3c}^*(z, -0) = \left[ B_3(1)z^3 + B_2(1)z^2 + B_1(1)z + B_0(1) \right] \left[ \sum_0^3 B_k(1)z^k \right]^{-1}.$$

Зображення перехідної характеристики замкненого контуру струму для моментів спрацьовування імпульсного елементу:  $\bar{T}^*(z, -0) = \frac{z}{z-1} W_{3c}^*(z, -0)$ , для якої справедливий оригінал

$$\bar{T}^*(n, -0) = \frac{B_3(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-1), 1] + \frac{B_3(1) + B_2(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-2), 1] + \frac{\sum_0^3 B_k(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-3), 1] + \frac{\sum_0^3 B_k(1)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-4), 1], \quad (15)$$

де  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  – номер періоду комутації  $T = \sigma$ .

Перехідна характеристика замкненого контуру струму для поточних значень параметру зміщення  $\varepsilon$

$$\bar{T}^*(n, \varepsilon) = \frac{B_3(\varepsilon)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-1), \varepsilon] + \frac{B_3(\varepsilon) + B_2(\varepsilon)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-2), \varepsilon] + \frac{\sum_0^3 B_k(\varepsilon)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-3), \varepsilon] + \frac{\sum_0^3 B_k(\varepsilon)}{\sum_0^3 B_k(1)} [(n-4), \varepsilon]. \quad (16)$$

Перехідна характеристика (15) для моментів спрацьовування імпульсного елементу обчислюється з урахуванням значень  $B_0(1) \div B_3(1)$ , які відповідають їхнім кінцевим значенням для четвертих інтервалів кожного періоду комутації.

За виразом (16) процес обчислюється рекурентно з урахуванням значень  $B_0(\varepsilon) \div B_3(\varepsilon)$  кожного періоду, який складається з чотирьох інтервалів зміни параметру зміщення  $\varepsilon$ .

Результати обчислення перехідної характеристики замкненого контуру струму для поточних значень параметру зміщення  $\varepsilon$  представлені на рис. 2, крива 3. Її розрахунок виконано за тих самих значень  $\sigma, T, T_E, K_{0c}, \beta$ , що і під час розрахунку параметрів ланок оптимального регулятора. Обрання величини  $\beta = 1$  забезпечує, як показано в [6], мінімальні пульсації в контурі струму. Отримані результати показують, що у випадку включення до контуру струму оптимального за швидкістю регулятора перехідний процес закінчується за чотири інтервали комутації ШПІ без перегулювання з нульовою статичною похибкою.

**Висновки.** Встановлено вплив глибокої ШПМ на структуру та параметри регулятора контуру струму бортової авіаційної системи позиціонування. Під впливом пульсацій ШПІ параметри перехідної характеристики (час регулювання, перегулювання, статична похибка) замкненого контуру струму, налаштованого на модульний оптимум, суттєво відрізняються від своїх канонічних значень. Для  $\beta = 1$ , що відповідає мінімальному рівню пульсацій, перегулювання складає 25% замість 4,35%; час регулювання зменшується в 1,7 рази; статична похибка дорівнює нулю замість 2%.

Запропонований аналітичний метод дав змогу врахувати вплив процесу глибокої ШПМ на структуру та параметри регулятора контуру струму під час його оптимізації за критерієм швидкодії – перехідний процес в контурі струму завершується за чотири інтервали комутації без перегулювання з нульовою статичною похибкою.

1. Горловенко П.Г., Рябов О.Н. Возможности применения линейных электродинамических двигателей в авиации и космонавтике. *Актуальные проблемы в авиации и космонавтике. Технические науки.* 2013. Т. 1. № 9. С. 177 - 185.

2. Шестаков И.Я., Строк А.И., Фадеев А.А. Линейные электродинамические двигатели. Конструирование. Практическое применение. Красноярск: Сибирский государственный аэрокосмический университет, 2013. 148 с.

3. Żokowski M., Falkowski K., Kurnyta-Mazurek P., Henzel M. Control of bearingless electric machines dedicated for aviation. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology.* 2019. Vol. 92. No 1. Pp. 27-36. DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-11-2018-0293>

4. Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер С.А. Теория автоматизированного электропривода. М: Энергия, 1979. 615 с.

5. Бондар Р.П. Дослідження характеристик магнітоелектричного лінійного вібраційного двигуна при



роботі на пружно-в'язке навантаження. *Електротехніка і електромеханіка*. 2019. № 1. С. 9-16. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.1.02>

6. Башинский В.Г., Шаповалов О.Л., Денисов А.И., Бурсала Е.А., Бурсала А.Л. Влияние пульсаций бесколлекторного двигателя постоянного тока на процесс управления запуском газотурбинного двигателя вертолета. *Технічна електродинаміка*. 2020. № 2. С. 56-66. DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2020.02.056>

7. Лебедев Е.Д., Неймарк В.Е., Пистрак М.Я., Слежановский О.В. Управление вентиляльными электроприводами постоянного тока. Москва: Энергия, 1970. 232 с.

8. Денисов А.И. Применение функций Уолша к приближенному аналитическому расчету систем электропитания с глубокой широтно импульсной модуляцией. *Электричество*. 1980. № 2. С. 63-68.

9. Денисов А.И., Зволинский В.М., Руденко Ю.В. Вентильные преобразователи в системах точной стабилизации. Киев: Наукова думка, 1997. 249 с.

10. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. Киев: Вища школа, 1988. 431 с.

11. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. М: Наука, 1977. 560 с.

## INFLUENCE OF THE SUPPLY VOLTAGE RIPPLE OF THE LINEAR ELECTRIC MOTOR ON THE PARAMETERS OF THE TRANSIENT RESPONSE OF THE CURRENT LOOP OF THE ON-BOARD AVIATION POSITIONING SYSTEM

Yu. Denysov, O. Bursala

Chernihiv Polytechnic National University,

Shevchenko st., 95, Chernigiv, 14035, Ukraine,

e-mail: [den711td@gmail.com](mailto:den711td@gmail.com)

*A comparison of the parameters of the transient characteristics of the module-optimized closed-loop transfer current of the positioning system without taking into account and taking into account the deep pulse-width modulation of the supply voltage of the linear motor. Their essential difference on speed, overregulation, static error is established. A method of optimization according to the criterion of current circuit speed is proposed, which allows to realize its transient characteristic during a finite number of switching intervals of the pulse-width converter. The synthesis of a digital current loop controller is performed, it allows to realize its transient characteristic without over-regulation during a finite number of switching intervals. The results obtained are based on the transfer function of a pulse-width converter, which is a link in the current loop. It is obtained for the case of deep pulse-width modulation based on the statistical linearization of piecewise-linear modulation characteristics of the channels of the pulse-width converter model. The modulation characteristics are obtained as a result of the expansion of the latitude-modular voltage for multiple values of the control coordinate in the Walsh-Fourier series. The number of Walsh functions taken into account depends on the approximation error and the cutoff frequency of the system. References 11, figures 3.*

**Keywords:** linear electric motor, pulse-width converter, modified z-transforms, transient characteristics, optimization

1. Gorlovenko P.G., Riabov O.N. The possibilities of using linear electrodynamic motors in aviation and astronautics. *Aktualnye problemy v aviatsii i kosmonavtike. Tekhnicheskie nauki*. 2013. Vol. 1. No 9. Pp. 177-185 (Rus).

2. Shestakov I.Ya., Strok A.I., Fadeev A.A. Linear electrodynamic motors. Design. Practical use. Krasnoyarsk: Sibirskii gosudarstvennyi aerokosmicheskii universitet, 2013. 148 p. (Rus).

3. Żokowski M., Falkowski K., Kurnyta-Mazurek P., Henzel M. Control of bearingless electric machines dedicated for aviation. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 2019. Vol. 92 No 1. Pp. 27-36. DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-11-2018-0293>.

4. Chilikin M.G., Kliuchov V.I., Sandler S.A. Theory of automated electric drive. Moskva: Energiia, 1979. 615 p. (Rus).

5. Bondar R.P. Research of characteristics of the magnetolectric linear vibrating motor at work on elastic-viscous loading. *Elektrotehnika i elektrodynamika*. 2019. No 1. Pp. 9-16. (Ukr). DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.1.02>

6. Bashynskii V.G., Shapovalov O.L., Denysov A.I., Bursala E.A., Bursala A.L. Influence of pulsations of the collectorless DC engine on the process of controlling the start of the helicopter's gas turbine engine. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2020. No 2. Pp. 56-66. (Rus) DOI: <https://doi.org/10.15407/techmed2020.02.056>

7. Lebedev E.D., Neimark V.E., Pistrak M.Ya., Slezhanovskii O.V. Control valve DC electric drives. Moskva: Energiia, 1970. 232 p. (Rus).

8. Denysov A.I. Applying Walsh functions to an approximate analytical analysis of deep pulse width modulation power systems. *Elektrichestvo*. 1980. No 2. Pp. 63-68. (Rus).

9. Denysov A.I., Zvolinskii V.M., Rudenko Yu.V. Valve converters in precision stabilization systems. Kiev: Naukova Dumka, 1997. 249 p. (Rus).

10. Zaytsev G.F. Automatic control and regulation theory. Kiev: Vyshcha Shkola, 1988. 431 p. (Rus).

11. Tsyppkin Ya.Z. Foundation of the theory of automatic systems. Moskva: Nauka, 1977. 560 p. (Rus).

Надійшла 03.06.2021

Остаточний варіант 22.07.2021