

**РОЗРАХУНОК ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ПОСТІЙНОЇ НАПРУГИ
В РЕЖИМАХ ПЕРЕРИВЧАСТОЇ ПРОВІДНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ
МЕТОДА УСЕРЕДНЕННЯ НА ОСНОВІ ТЕОРЕМ ЛАГРАНЖА**

Ю.В. Руденко, докт.техн.наук
Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Перемоги, 56, Київ, 03057, Україна.
E-mail: rudenko@ied.org.ua

Розглянуто особливості розрахунку пульсації вихідної напруги у перетворювачах постійної напруги в режимах переривчастої провідності. Показано, що використання закономірностей процесів заряду-розряду вихідного конденсатора дають можливість визначити параметри пульсації напруги на ньому, застосовуючи математичну модель перетворювача з усередненими за допомогою теорем Лагранжа змінними. Зазначений підхід сприяє значному спрощенню розрахунків та зменшенню їхньої трудомісткості. Отримано аналітичні і графічні залежності величини пульсації та коефіцієнта пульсації вихідної напруги основних схем перетворювачів в режимах переривчастої провідності – понижувального, підвищувального та інвертуючого типів. Розроблені аналітичні залежності дають змогу ефективно розраховувати параметри перетворювачів і досліджувати їхні властивості на етапі проектування, використовуючи доступні методи математичного аналізу. Достовірність отриманих аналітичних співвідношень та результатів розрахунків підтверджено за допомогою імітаційного моделювання перетворювачів з використанням пакету PSim. Бібл. 14, рис. 4, табл. 3.

Ключові слова: перетворювачі постійної напруги, метод усереднення в просторі станів, теореми Лагранжа.

Застосування силових напівпровідникових перетворювачів постійної напруги в останні десятиріччя сприяло відчутній еволюції досягнень в області електротехніки. Більш того, традиційні силові перетворювачі постійної напруги в багатьох застосуваннях займають домінуючі позиції завдяки можливості використання їхніх унікальних характеристик. Перетворювачі постійної напруги ефективно використовуються як системи живлення електротехнологічного обладнання, відновлювані джерела енергії, системи накопичення енергії, системи електроприводів та в інших галузях.

Одним з робочих режимів перетворювачів постійної напруги є режим переривчастої провідності (ПП), який зазвичай виникає в цих пристроях за невеликого навантаження. Проте, в багатьох випадках вважається доцільнішим працювати з перетворювачем у режимі ПП навіть у разі повного навантаження, щоб уникнути проблеми зворотного відновлення діода під час комутації [1-5].

Важливим завданням під час проектування перетворювачів для вказаних та інших застосувань є аналіз та розрахунок електромагнітних процесів у них, що дає можливість обґрунтованого вибору параметрів їхніх елементів. Серед наявних чисельних методів аналізу [6-10] найбільш продуктивними є аналітичні методи через можливість застосування процедур математичного аналізу під час дослідження та розрахунку процесів. Одним з ефективних аналітичних методів аналізу є метод усереднення в просторі станів на основі використання теорем Лагранжа [11-14]. Цей метод, на відміну від інших, дає змогу визначити не тільки середні складові та прирости змінних станів усталеного процесу в перетворювачі, але й тривалості інтервалів його комутації. Перевагами такого методу також є значне зменшення кількості та спрощення обчислювальних процедур, можливість розрахунку перетворювачів з множинною кількістю станів – Multiple-State Converters [1], у яких виникають багатоінтервальні процеси з більшою ніж два кількістю інтервалів комутації та ін. Одним з таких прикладів перетворювачів, у яких виникають багатоінтервальні процеси, є однокатні перетворювачі понижувального, підвищувального та інвертуючого типів, що працюють в режимі переривчастої провідності. У такому режимі поряд з двома інтервалами комутації силових перемикаючих елементів існує третій інтервал – відсікання, коли всі перемикаючі елементи є закритими,

що відповідає одночасній відсутності провідності цих елементів, а режим роботи самого перетворювача таким чином набуває характеру режиму переривчастої провідності.

В роботі [14] розроблено математичну модель та аналітичні вирази для розрахунку середніх складових і приростів змінних станів у названих перетворювачах в режимі ПП, а саме – величини приросту (пульсації) струму у накопичувальному дроселі, середнього значення напруги на вихідному конденсаторі, а також тривалості інтервалу відсікання в діапазоні комутації. Проте, величина пульсації напруги на вихідному конденсаторі перетворювачів не визначена через неможливість прямого застосування метода [11, 13] до розрахунку цієї величини, хоча потреба в її розрахунку є достатньо актуальною. Це пов'язано з тим, що даний метод дає змогу безпосередньо розраховувати прирости та середні складові функцій змінних станів з кусочно-лінійним характером змінення. Проте функція напруги вихідного конденсатора у зазначених перетворювачах має яскраво виражений параболічний характер, причому прирости цієї функції на інтервалах в усталеному режимі не відповідають величині пульсації – різниці між максимальним та мінімальним її значенням, та є значно меншими за пульсацію. Необхідно зазначити, що існуючі методи розрахунку пульсації вихідної напруги перетворювачів у режимі ПП є достатньо громіздкими та не дають простого аналітичного розв'язання. Тому **метою** даної роботи є розробка аналітичних співвідношень, направлених на зменшення трудомісткості розрахунків пульсації вихідної напруги перетворювачів понижувального, підвищувального та інвертуючого типів в режимі переривчастої провідності із застосуванням метода усереднення на основі теорем Лагранжа.

Розглянемо аналіз процесів в схемах однокатних перетворювачів (рис. 1), що працюють в режимі переривчастої провідності – перетворювачі понижувального (рис. 1, а), підвищувального (рис. 1, б) та інвертуючого типів (рис. 1, в).

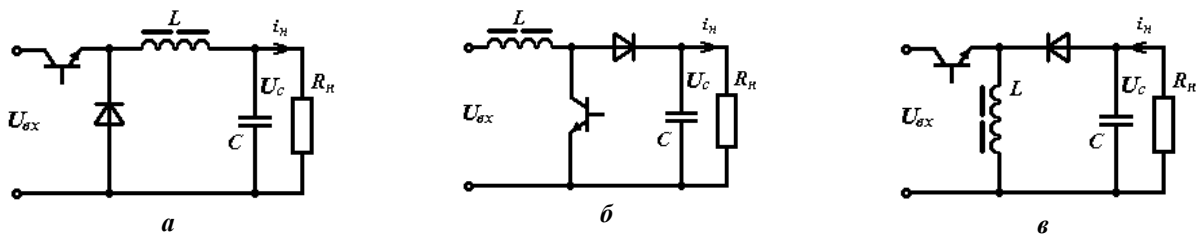


Рис. 1

У процесі аналізу припускаємо, що комутація перемикаючих елементів перетворювачів відбувається миттєво, їхні активні опори у відкритому стані та активні опори обмоток дроселів дорівнюють нулю.

Часові діаграми струму дроселя i_L , змінної складової напруги на конденсаторі u_C та струму в ньому i_C на прикладі понижувального перетворювача в режимі ПП зображено на рис. 2, а. Як показано на рис. 2, а, періодичний процес в перетворювачі з періодом комутації T включає в себе інтервал накопичення енергії T_n , її віддачі T_v та інтервал відсікання енергії $T_{вс}$. На рисунку також позначено: ΔI_L – приріст струму дроселя на інтервалах; ΔU_{Cn} , ΔU_{Cv} , $\Delta U_{Cвс}$ – прирости напруги на конденсаторі на відповідних інтервалах; $U_{П}$ – пульсація вихідної напруги (напруги на вихідному конденсаторі).

Для розрахунку величини пульсації на вихідному конденсаторі необхідно скористатися рис. 2, б, в. На них більш детально зображено форму струму i_C , який протікає через вихідний конденсатор у понижувальному (рис. 2, б), у підвищувальному та інвертуючому перетворювачах (рис. 2, в).

Очевидно, що цей струм являє собою різницю між струмом, що надходить у вихідне $R_n C$ -коло перетворювача, та постійним (середнім) струмом навантаження $i_n = I_{нр}$. Для понижувального перетворювача струм у вихідне $R_n C$ -коло є струмом накопичувального дроселя i_L , а для підвищувального та інвертуючого – струмом діода i_{VD} з амплітудою ΔI_L .

Для аналізу процесів у конденсаторі використаємо відомі з теорії електротехніки закономірності, що характеризують його процеси заряду-розряду. Характер періодичного змінення величини заряду конденсатора ΔQ через змінні напруги на ньому в межах розмаху пульсації $U_{П}$ визначається величиною ємності конденсатора C

$$C = \Delta Q / U_{П}. \quad (1)$$

В свою чергу, величина струму заряду i_C визначає швидкість змінення заряду конденсатора

$$i_c = dQ / dt . \quad (2)$$

Із виразу (2) витікає, що сумарний заряд (розряд) конденсатора або його змінення ΔQ в усталеному режимі визначається інтегралом функції струму i_c в межах його позитивних (негативних) значень за проміжок часу ΔT

$$\Delta Q = \int_{\Delta T} i_c dt , \quad (3)$$

де ΔT – тривалість проміжку часу між точками t_1 і t_2 (рис. 2, б, в). Причому цей визначений на проміжку ΔT інтеграл дорівнює площі фігури, обмеженої функціями f_1 і f_2 в межах названого інтервалу. На рис. 2, б, в площа фігури S виділена сірим кольором.

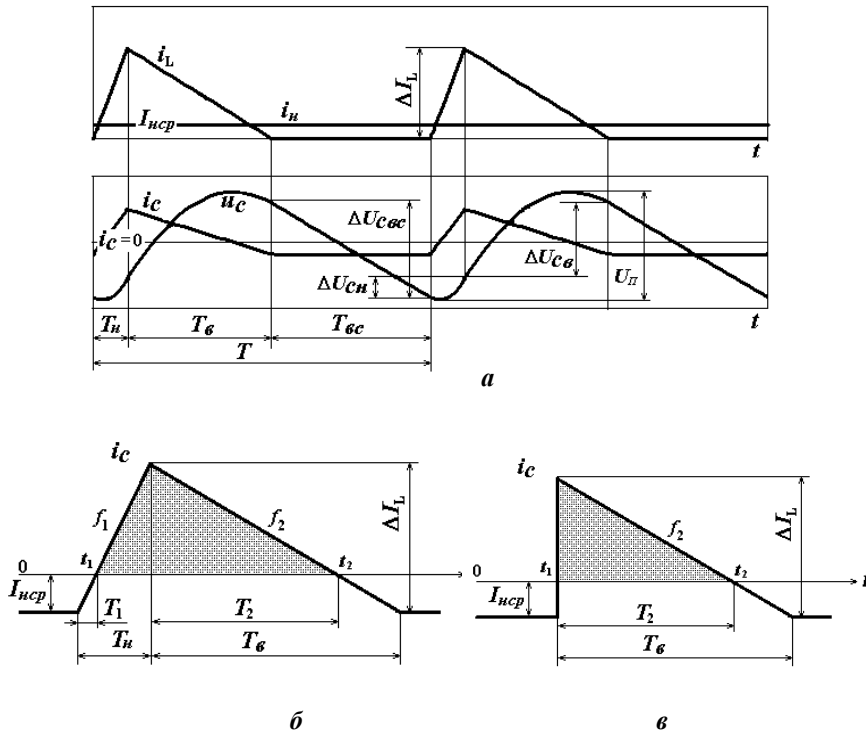


Рис. 2

Таким чином, з урахуванням (1) – (3) можна перейти до визначення пульсації напруги $U_{П}$ на конденсаторі (як різниці між максимальним та мінімальним її значенням) в усталеному режимі

$$U_{П} = u(t_2) - u(t_1) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} i_c dt . \quad (4)$$

Необхідно врахувати, що, як видно з рис. 2, б, в, площа фігури S однозначно визначається за допомогою параметрів ΔI_L , T_n , $T_б$, U_C . Як показує аналіз процесів, ці параметри за заданого T_n можна розрахувати за допомогою метода усереднення на основі теорем Лагранжа. Отримання цих параметрів приведено у роботі [14] для перетворювачів, що розглядаються у даній статті, в режимі ПП. У табл. 1 наведено отримані у даній роботі формули для

розрахунку вищезгаданих параметрів у режимі ПП, де використано наступні позначення:

Таблиця 1

Понижувальний перетворювач	Підвищувальний перетворювач	Інвертуючий перетворювач
$\Delta I = \frac{\varphi_I}{2 + \varphi_I} \cdot \frac{T_n U_{ex}}{L}$	$\Delta I = \frac{T_n U_{ex}}{L}$	$\Delta I = \frac{T_n U_{ex}}{L}$
$U_C = \frac{2}{2 + \varphi_I} \cdot U_{ex}$	$U_C = \frac{\varphi_{II}}{2} \cdot U_{ex}$	$U_C = \frac{K_3}{\sqrt{2\rho}} \cdot U_{ex}$
$T_б = \varphi_I \cdot \frac{T_n}{2}$	$T_б = \varphi_{II} \cdot \frac{\tau T}{T_n}$	$T_б = T \sqrt{2\rho}$

$$\varphi_I = \sqrt{1 + 8\rho / K_3^2} - 1, \quad \varphi_{II} = \sqrt{1 + 2K_3^2 / \rho} + 1, \quad \rho = \tau / T, \quad \tau = L / R_n, \quad K_3 = T_n / T .$$

Виходячи з рис. 2, б, для понижувального перетворювача площа, що обмежена функціями f_1 і f_2 , визначається наступним чином:

$$S_{nn} = \frac{1}{2} \left((T_n - T_1) (\Delta I_L - I_{ncp}) + T_2 (\Delta I_L - I_{ncp}) \right), \quad (5)$$

$$\text{де} \quad T_1 = \frac{I_{ncp} T_n}{\Delta I_L}, \quad T_2 = \frac{(\Delta I_L - I_{ncp})}{\Delta I_L} T_б,$$

$$I_{ncp} = U_C / R_n .$$

Підставляючи значення параметрів з табл. 1 у формулу (5), запишемо в остаточному вигляді вираз для визначення площі, обмеженої функціями f_1 і f_2 , яка відповідає величині заряду, отриманого конденсатором на вказаному інтервалі

$$S_{nn} = \frac{U_{ex}^2 T}{L} \cdot \frac{(\varphi_I K_3 - 2\rho)^2}{4\varphi_I} . \quad (6)$$

Далі з урахуванням (6) запишемо вираз для визначення величини пульсації напруги на вихідному конденсаторі понижувального перетворювача в режимі ПП

$$U_{\text{Пни}} = \frac{S_{\text{ни}}}{C} = \frac{U_{\text{ex}} T^2}{LC} \cdot \frac{(\varphi_I K_3 - 2\rho)^2}{4\varphi_I} \quad (7)$$

Для підвищувального та інвертуючого перетворювачів вираз для визначення площі, обмеженої функцією f_2 , згідно з рис. 2, в запишемо в наступному вигляді:

$$S_{\text{ни}} = \frac{1}{2} T_2 (\Delta I_L - I_{\text{нсп}}) \quad (8)$$

З урахуванням (8) та відповідних величин параметрів з табл. 1 запишемо формулу для розрахунку пульсації напруги на вихідному конденсаторі підвищувального перетворювача в режимі ПП

$$U_{\text{Пни}} = \frac{U_{\text{ex}} T}{2K_3^2 R_n C} \left(K_3 - \frac{\varphi_{II} \rho}{2} \right)^2 \varphi_{II} \quad (9)$$

Аналогічним чином запишемо вираз для розрахунку пульсації напруги на вихідному конденсаторі інвертуючого перетворювача в режимі ПП

$$U_{\text{Пни}} = \frac{U_{\text{ex}} T^2 K_3}{2LC} \left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{2\rho}} \right)^2 \sqrt{2\rho} \quad (10)$$

Для розрахунку параметрів перетворювачів поряд з інформацією про пульсації вихідної напруги важливим є визначення її коефіцієнту пульсацій як відношення величини пульсації до середнього значення напруги

$$K_{II} = U_{II} / U_C$$

Використовуючи дане визначення, отримані вирази (7), (9), (10) та формули стосовно середнього значення напруги U_C , подані у табл. 1, запишемо співвідношення для коефіцієнта пульсацій перетворювачів у режимі ПП:

– для понижувального перетворювача

$$K_{\text{Пни}} = \frac{T^2 (\varphi_I K_3 - 2\rho)^2 (2 + \varphi_I)}{8LC\varphi_I} \quad (11)$$

– для підвищувального перетворювача

$$K_{\text{Пни}} = \frac{T(2K_3 - \varphi_{II}\rho)^2}{2K_3^2 R_n C} \quad (12)$$

– для інвертуючого перетворювача

$$K_{\text{Пни}} = \frac{T^2 \rho}{LC} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{2\rho}} \right)^2 \quad (13)$$

В узагальнюючому вигляді отримані аналітичні співвідношення стосовно пульсації вихідної напруги перетворювачів в режимі ПП наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Понижувальний перетворювач	Підвищувальний перетворювач	Інвертуючий перетворювач
$U_{\text{Пни}} = \frac{U_{\text{ex}} T^2}{LC} \cdot \frac{(\varphi_I K_3 - 2\rho)^2}{4\varphi_I}$	$U_{\text{Пни}} = \frac{U_{\text{ex}} T}{2K_3^2 R_n C} \left(K_3 - \frac{\varphi_{II} \rho}{2} \right)^2 \varphi_{II}$	$U_{\text{Пни}} = \frac{U_{\text{ex}} T^2 K_3}{2LC} \left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{2\rho}} \right)^2 \sqrt{2\rho}$
$K_{\text{Пни}} = \frac{T^2 (\varphi_I K_3 - 2\rho)^2 (2 + \varphi_I)}{8LC\varphi_I}$	$K_{\text{Пни}} = \frac{T(2K_3 - \varphi_{II}\rho)^2}{2K_3^2 R_n C}$	$K_{\text{Пни}} = \frac{T^2 \rho}{LC} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\sqrt{2\rho}} \right)^2$

Таким чином, в результаті проведених досліджень отримано прості аналітичні співвідношення для розрахунку пульсацій вихідної напруги основних схем перетворювачів постійної напруги, що працюють в режимі переривчастої провідності. Розробці даних виразів сприяє метод усереднення на основі теорем Лагранжа, за допомогою якого розраховуються основні параметри перетворювача, необхідні для визначення пульсацій вихідної напруги: середні складові та прирости

функцій змінних станів і тривалості інтервалів комутації в усталеному режимі. Саме використання математичної моделі перетворювача з усередненими за допомогою теорем Лагранжа змінними дало змогу застосувати співвідношення стосовно процесів заряду-розряду вихідного конденсатора для визначення пульсації напруги на ньому.

Отримані вище вирази дали можливість розрахувати графічні залежності величини пульсації вихідної напруги перетворювачів та коефіцієнта пульсації в режимі ПП у діапазоні комутації. Для розрахунку необхідно врахувати границі області роботи перетворювача в режимі ПП. Розраховані в роботі [14] границі областей переривчастої та безперервної провідності показано на рис. 3, а для понижувального (крива 1), підвищувального (2) та інвертуючого (3) перетворювачів. Область параметрів ρ , що знаходяться нижче вказаних графіків, відповідає режимам переривчастої провідності перетворювачів. Розглянемо графічні залежності пульсації вихідної напруги перетворювачів за значення $\rho = 0.04$ в діапазоні комутації у разі змінення K_3 . За вказаного значення ρ всі три типи перетворювачів працюють в режимі ПП у діапазоні $0.1 < K_3 < 0.65$. Як приклад розглянемо графічні залежності з наступними параметрами, однаковими для всіх трьох типів перетворювачів: $U_{вх} = 300$ В, $L = 1$ мГн, $C = 10$ мкФ, $R_n = 500$ Ом, $T = 50$ мкс. На рис. 3, б зображено графіки величини пульсації вихідної напруги, а на рис. 3, в – графіки величини коефіцієнта пульсації вихідної напруги.

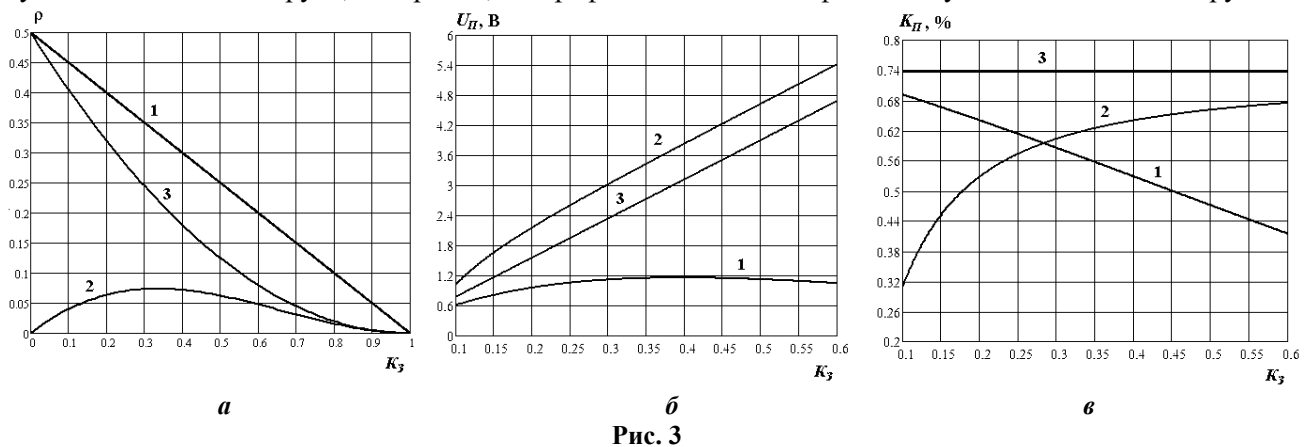


Рис. 3

Як видно з аналітичних та графічних залежностей, найбільше абсолютне значення величини пульсації за вказаних параметрів належить підвищувальному перетворювачу, найменше значення пульсації – понижувальному перетворювачу, яке змінюється незначною мірою в межах діапазону комутації. Величина коефіцієнта пульсації вихідної напруги в діапазоні комутації залежить лише від співвідношень постійних часу $L/(R_n T)$, L/R_n , $1/R_n C$. Коефіцієнт пульсації вихідної напруги є найвищим в інвертуючого перетворювача. Більш того, його значення є незмінним в діапазоні комутації за заданих параметрах.

Достовірність отриманих у цій роботі аналітичних співвідношень та результатів розрахунків підтверджено за допомогою імітаційного моделювання процесів у перетворювачах в указаних режимах з використанням пакету PSim. На рис. 4 проілюстровано результати однієї із серій моделювання для вказаних вище параметрів у разі тривалості інтервалу накопичення енергії $T_n = 12,5$ мкс перетворювачів понижувального, підвищувального та інвертуючого типів відповідно.

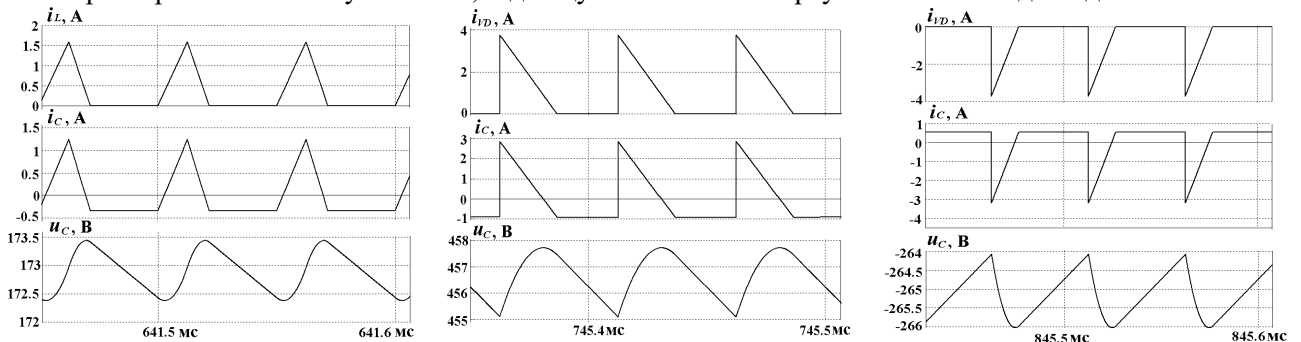


Рис. 4

Результати розрахунку характеристик перетворювачів згідно отриманих аналітичних співвідношень та визначені в результаті моделювання характеристики наведено у табл. 3. Результати згідно аналітичних розрахунків розташовані у стовпці AP, згідно імітаційного моделювання – у стовпці IM. Вони ілюструють достатньо велику збіжність розрахунків по отриманих аналітичних формулах з імітаційним моделюванням процесів в перетворювачах, що свідчить про адекватність розробленого підходу до розрахунків.

Таблиця 3

	Понижувальний перетворювач		Підвищувальний перетворювач		Інвертуючий перетворювач	
	AP	IM	AP	IM	AP	IM
ΔI_L , А	1,59	1,58	3,75	3,7	3,75	3,72
T_6 , мкс	9,21	9,24	24,25	24,2	14,15	14,11
U_C , В	172,71	172,76	456,6	456,5	265,02	265,1
U_{II} , В	1,06	1,05	2,62	2,65	1,96	1,9
K_{II} , %	0,61	0,608	0,57	0,58	0,74	0,72

Висновки.

В результаті проведених досліджень обґрунтовано підхід до розрахунку пульсацій вихідної напруги перетворювачів постійної напруги в режимах переривчастої провідності, який спрощує розрахунок перетворювача завдяки виключенню громіздких обчислювальних процедур. Даний

підхід базується на використанні закономірностей процесів заряду-розряду вихідного конденсатора та дає змогу адекватно визначати параметри пульсації напруги на ньому, застосовуючи математичну модель перетворювача з усередненими за допомогою теорем Лагранжа змінними. Отримані аналітичні формули дозволяють досліджувати як характеристики перетворювачів, так і їхні властивості на етапі проектування, застосовуючи в тому числі методи математичного аналізу. Даний підхід може бути узагальнений також для розрахунку пульсацій на елементах інших типів перетворювачів з множинною кількістю станів.

Роботу виконано за держбюджетною темою "Розвиток теорії та наукове обґрунтування принципів побудови потужних імпульсних напівпровідникових перетворювачів з нелінійним динамічним навантаженням модульної структури" (Джерело-3), державний реєстраційний номер роботи 0119U001289. КПКВК 6541030.

1. Cuk S., Middlebrook R.D. A general unified approach to modelling switching DC-DC converters in discontinuous conduction mode. *IEEE Power Electronics Specialists Conference*. Palo Alto, CA, USA, 14-16 June 1977. Pp. 36–57. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESC.1977.7070802>.
2. Salimi M., Soltani J., Zakipour A., Abjadi N. Hyper-plane sliding mode control of the DC–DC buck/boost converter in continuous and discontinuous conduction modes of operation. *IET Power Electronics*. 2015. Issue 8. Pp. 1473–1482.
3. Wang L., Wu Q.H., Tang W.H., Yu Z.Y., Ma W. CCM-DCM average current control for both continuous and discontinuous conduction modes boost PFC converters. *IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)*. Saskatoon, SK, Canada, 22-25 October 2017. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/EPEC.2017.8286149>.
4. Roy J., Gupta A., Ayyanar R. Discontinuous Conduction Mode Analysis of High Gain Extended-Duty-Ratio Boost Converter. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*. 2021. Vol. 2. Pp. 372–387. DOI: <https://doi.org/10.1109/OJIES.2021.3077982>.
5. Murillo-Yarce D., Restrepo C., Lamar D.G., Sebastián J. A General Method to Study Multiple Discontinuous Conduction Modes in DC–DC Converters With One Transistor and Its Application to the Versatile Buck–Boost Converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2022. Vol. 37. No 11. Pp. 13030–13046. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2022.3187963>.
6. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W.P. *Power Electronics*. John Wiley & Sons Inc., 2003. 802 p.
7. Kazimierczuk M.K. *Pulse-width modulated DC-DC power converters*. Chichester: John Wiley & Sons, 2008. 782 p.
8. Cuk S. *Power electronics: Modelling, Analysis and Measurements*. Vol. 2. Create Space Independent Publishing Platform, USA, 2015. 272 p.
9. Kazimierczuk M.K. *Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters*. John Wiley&Sons. UK, 2016. 960 p.
10. Жуйков В.Я., Денисюк С.П., Мельничук Г.В. Моделювання систем з перетворювачами електроенергії з циклічно-змінюваними параметрами. Київ: Наш формат, 2018. 165 с.
11. Руденко Ю.В. Способ усреднения модели импульсных преобразователей постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2017. № 3. С. 42–48. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>.
12. Руденко Ю.В. Усреднение модели двухтактного преобразователя постоянного напряжения. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 37–46. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.037>.
13. Руденко Ю.В., Щерба А.А. Аналіз багатointервальних процесів у напівпровідникових перетворювачах. Київ: Про Формат, 2020. 352 с.

14. Руденко Ю.В. Використання методу усереднення для аналізу перетворювачів постійної напруги в режимах переривчастих струмів в індуктивних елементах. *Праці Інституту електродинаміки НАНУ*. 2020. Вип. 57. С. 55–64. DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2020.57.055>.

CALCULATION OF DC CONVERTERS IN DISCONTINUOUS CONDUCTION MODE USING THE AVERAGING METHOD BASED ON LAGRANGE THEOREM

Yu.V. Rudenko

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,
pr. Peremohy, 56, Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: rudenko@ied.org.ua

The features of calculation of output voltage ripple in dc converters with discontinuous conduction modes are considered. It is shown that the use of behaviors of charge-discharge processes of the output capacitor makes it possible to determine the parameters of voltage pulsation on it, using a mathematical model of the converter with variables averaged using Lagrange's theorems. The specified approach contributes to the significant simplification of calculations and reduction of their labor intensity. Analytical and graphical dependences of the ripple value and the ripple coefficient of output voltage of main circuits of the converters in the mode of discontinuous conduction - buck, boost and buck-boost types - were obtained. The developed analytical dependencies make it possible to effectively calculate the parameters of the converters and investigate their properties at the stage of their design, using available methods of mathematical analysis. The reliability of the obtained analytical ratios and calculation results was confirmed by simulation of converters using the PSim package. References 14, figures 4, tables 3.

Keywords: dc converters, method of averaging in state space, Lagrange theorems.

1. Cuk S., Middlebrook R.D. A general unified approach to modelling switching DC-DC converters in discontinuous conduction mode. *IEEE Power Electronics Specialists Conference*. Palo Alto, CA, USA, 14-16 June 1977. Pp. 36–57. DOI: <https://doi.org/10.1109/PESC.1977.7070802>.
2. Salimi M., Soltani J., Zakipour A., Abjadi N. Hyper-plane sliding mode control of the DC-DC buck/boost converter in continuous and discontinuous conduction modes of operation. *IET Power Electronics*. 2015. Issue 8. Pp. 1473–1482.
3. Wang L., Wu Q.H., Tang W.H., Yu Z.Y., Ma W. CCM-DCM average current control for both continuous and discontinuous conduction modes boost PFC converters. *IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)*. Saskatoon, SK, Canada, 22-25 October 2017. Pp. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/EPEC.2017.8286149>.
4. Roy J., Gupta A., Ayyanar R. Discontinuous Conduction Mode Analysis of High Gain Extended-Duty-Ratio Boost Converter. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*. 2021. Vol. 2. Pp. 372–387. DOI: <https://doi.org/10.1109/OJIES.2021.3077982>.
5. Murillo-Yarce D., Restrepo C., Lamar D.G., Sebastián J. A General Method to Study Multiple Discontinuous Conduction Modes in DC-DC Converters With One Transistor and Its Application to the Versatile Buck-Boost Converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2022. Vol. 37. No 11. Pp. 13030–13046. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2022.3187963>.
6. Mohan N., Undeland T.M., Robbins W.P. *Power Electronics*. John Wiley & Sons Inc., 2003. 802 p.
7. Kazimierczuk M.K. *Pulse-width modulated DC-DC power converters*. Chichester: John Wiley & Sons, 2008. 782 p.
8. Cuk S. *Power electronics: Modelling, Analysis and Measurements*. Vol. 2. Create Space Independent Publishing Platform, USA, 2015. 272 p.
9. Kazimierczuk M.K. *Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters*. John Wiley&Sons. UK, 2016. 960 p.
10. Zhuikov V.Ya., Denisyuk S.P., Melnichuk G.V. *Modeling of systems with power converters with cyclically changing parameters*. Kyiv: Nash Format, 2018. 165 p. (Ukr)
11. Rudenko Yu.V. Mode of averaging of pulse DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2017. No 3. Pp. 42–48. (Rus) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2017.03.042>.
12. Rudenko Yu.V. Averaging of push-pull DC converter model. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 1. Pp. 37–46. (Rus) DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.037>.
13. Rudenko Yu.V., Shcherba A.A. *Analysis of multi-interval processes in semiconductor converters*. Kyiv: Pro Format, 2020. 352 p. (Ukr)
14. Rudenko Yu.V. Application of the average method for analysis of DC voltage converters with interrupted currents in inductive elements. *Pratsi Instytutu elektrodynamiky Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrainy*. 2020. Vyr. 57. Pp. 55–64. (Ukr) DOI: <https://doi.org/10.15407/publishing2020.57.055>.

Надійшла 09.03.2023
Остаточний варіант 20.04.2023