

ЗАСТОСУВАННЯ ФАЗНИХ СТРУМОВИХ КОНТУРІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ГАРМОНІЙНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА

Р.С. Крищук*

Інститут електродинаміки НАН України,
пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна.
E-mail: dygogive@gmail.com.

Досліджується модель електромагнітного поля магнітоелектричного генератора з гладким циліндричним ротором та накладними постійними магнітами. Постійні магніти інтерпретуються комплексними амплітудами системи струмових контурів з гармонійним струмом. Метою роботи є розробка математичної моделі для розрахунку гармонійного магнітного поля магнітоелектричного генератора з постійними магнітами за допомогою заміни постійних магнітів фазними струмовими контурами з комплексними амплітудами струмів та дослідження її адекватності. Використано 3 варіанти модельного представлення постійних магнітів, що розміщені на поверхні магнітопроводу. Залежно від модельного представлення постійних магнітів розроблено дві динамічні моделі генератора і дві гармонійні моделі. Для кожної моделі записано рівняння електромагнітного поля. Показано приклад трифазної схеми струмових контурів ротора для моделювання електромагнітного поля магнітоелектричного генератора з комплексними амплітудами струмів. Виконано порівняння індукції магнітного поля, струму, напруги та електромагнітного моменту з трьома варіантами ширини магнітів відносно полюсної відстані. Бібл. 14, рис. 5, табл. 1.

Ключові слова: математична модель, синхронний генератор, постійні магніти, електромагнітне поле.

Вступ. Магнітоелектричні генератори є важливим елементом сучасних електроенергетичних систем і широко використовуються для виробництва електроенергії, зокрема з використанням джерел відновлюваної енергії [1]. У роботі досліджуються моделі магнітоелектричного генератора радіального магнітного потоку з магнітопроводом з гладкою поверхнею, на якій розміщені постійні магніти. Струми в обмотці статора наводяться внаслідок наявності обертового змінного магнітного поля в проміжку між ротором та статором, що генерується змінним магнітним полем постійних магнітів ротора, що обертаються. Постійний магніт під час моделювання можна представити у вигляді еквівалентного соленоїда, струмові контури з постійним струмом якого розміщуються на місцях бокових граней постійних магнітів [1, 2].

Задля моделювання змінного в часі електромагнітного поля магнітоелектричного генератора використовуються динамічні моделі, у яких параметри залежать від змінної часу t [1, 3, 4]. Якщо електромагнітне поле має періодичний характер, то є доцільність моделювання електромагнітного поля з комплексними амплітудами гармонійних струмів [5]. Використання динамічної моделі вимагає завдання зміни кута повороту ротора в залежності від часу t . Розрахунок виконується багато разів для певного проміжку часу, що дає високу точність розрахунку, але при цьому вимагає більше обчислювальних ресурсів порівняно з розрахунком рівняння гармонійного електромагнітного поля з комплексними амплітудами величин, що характеризують електромагнітне поле. Для розв'язання рівняння магнітного поля можуть використовуватися різні методи: метод скінченних елементів [3], інтегральних перетворень [6, 5], вторинних джерел [7, 4] та інші.

Щоб виконати модельне представлення умовно нерухомого ротора з постійними магнітами і одержати змінне обертове магнітне поле постійних магнітів пропонується замінити рухомі постійні магніти нерухомими багатофазними струмовими контурами з комплексними амплітудами струмів.

Метою роботи є розробка математичної моделі для розрахунку гармонійного магнітного поля магнітоелектричного генератора з постійними магнітами за допомогою заміни постійних магнітів фазними струмовими контурами з комплексними амплітудами струмів та дослідження її адекватності.

© Крищук Р.С., 2024

* ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1933-0144>

© Видавець Інститут електродинаміки НАН України, 2024



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

Задля моделювання електромагнітного поля магнітоелектричного генератора використовується система рівнянь Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_s, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

а також матеріальні рівняння

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \mu \mathbf{H}_c, \quad \mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2)$$

Тут матриці-вектори: \mathbf{H} – напруженість магнітного поля; \mathbf{j} – густина індукованого струму в електропровідних частинах; \mathbf{j}_s – стороння густина струму [8], яка протікає в обмотці статора і через зовнішнє електричне коло; \mathbf{E} – напруженість електричного поля; \mathbf{B} – індукція магнітного поля; \mathbf{H}_c – коерцитивна сила постійних магнітів; \mathbf{v} – швидкість. Також в (1) і (2) є параметри: t – час, μ – магнітна проникність, σ – електрична провідність.

Задля моделювання розподілу електромагнітного поля у двовимірній площині використовується векторний магнітний \mathbf{A} та електричний ϕ потенціали [9]

$$\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \phi. \quad (3)$$

Динамічна модель з постійними магнітами ротора. На рис. 1, а представлено двовимірний ескіз симетричної частини генератора в межах одного полюсу з постійним магнітом. Модель складається з площин: 1 – магнітопровід ротора, 2 – магнітопровід статора, 3 – постійний магніт, 4 – площини перерізів котушок обмотки статора. На границях з сусідніми полюсами застосовуються граничні умови симетричності $B_{in} = -B_{out}$. На основі рівнянь (1)–(3) складається рівняння електромагнітного поля відносно складової векторного магнітного потенціалу A_z [8]

$$\text{rot}_z \frac{\text{rot } A_z}{\mu} = -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} - \sigma \text{grad}_z \phi + \sigma(\mathbf{v}_\varphi \times \text{rot}_z A_z) + \text{rot}_z H_c. \quad (4)$$

Тут A_z – векторний магнітний потенціал, H_c – коерцитивна сила постійного магніту, \mathbf{v}_φ – швидкість. В правій частині рівняння (4) присутні такі складові рівняння: $\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t}$ – індукована густина струму в електропровідних частинах; $\sigma \text{grad}_z \phi$ – стороння густина струму j_s в електропровідних частинах, тобто густина струму, що протікає у зовнішньому електричному колі; $\sigma(\mathbf{v}_\varphi \times \text{rot}_z A_z)$ – індукована густина струму в електропровідних частинах, які мають швидкість \mathbf{v}_φ ; $\text{rot}_z H_c$ – магнітне поле постійних магнітів.

У моделі на рис. 1, а є електропровідною лише багатовиткова обмотка, де враховується лише стороння густина струму. Також в моделі генератора відсутні електропровідні частини зі швидкістю \mathbf{v}_φ . Отже, для моделі на рис. 1, а рівняння (4) запишеться таким чином:

$$\text{rot}_z \frac{\text{rot } A_z}{\mu} = -j_s + \text{rot}_z H_c. \quad (5)$$

Обертове магнітне поле в повітряному проміжку створюється внаслідок багаторазового розрахунку рівняння (5) з

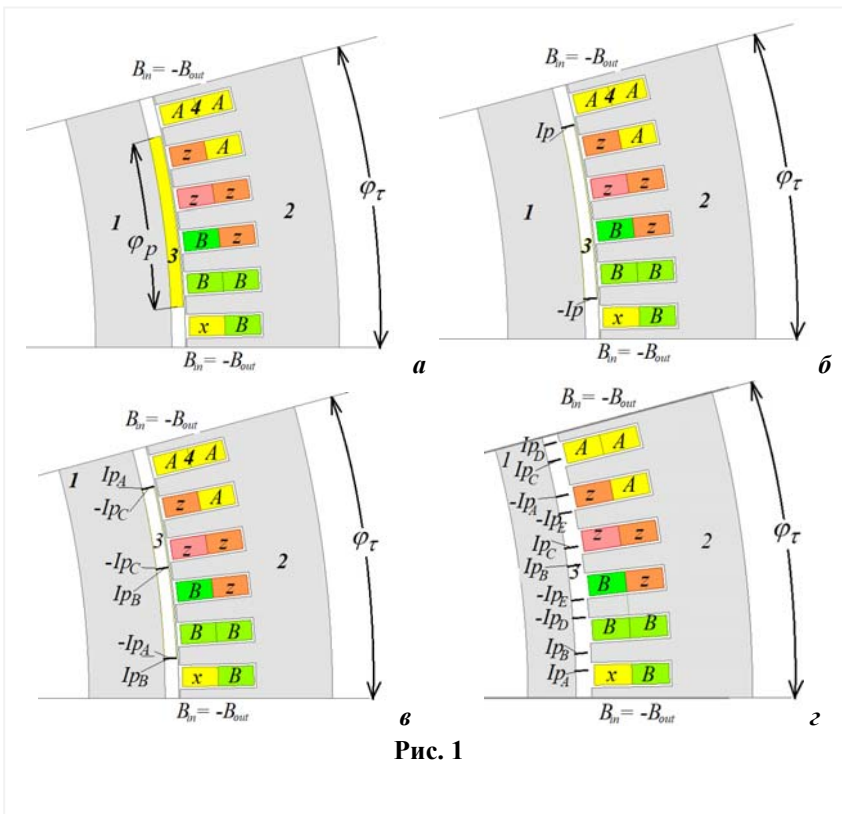


Рис. 1

поступовою зміною кута повороту ротора φ_r відносно статора по координаті φ для дискретного проміжку часу t [1]

$$\varphi_r [t] = \int_t \frac{2\pi n_1 [t]}{60} dt, \text{ рад} \quad (6)$$

де n_1 (об/хв) – частота обертання ротора, яка в загальному випадку може залежати від часу t .

В [1] використовується динамічна модель, у якій постійний магніт представлено двома струмовими контурами з постійним струмом (рис. 1, б). В такому випадку рівняння (5) для моделі на рис. 1, б запишеться наступним чином:

$$\text{rot}_z \frac{\text{rot } A_z}{\mu} = -j_s + Ip, \quad (7)$$

де Ip – струм у струмових контурах, що розрахований як добуток намагніченості або коерцитивної сили магніту H_c , та радіальної товщини h_p [1]

$$Ip = H_c h_p. \quad (8)$$

Модель з комплексними амплітудами струмових контурів ротора. Для гармонійного аналізу енергетичних показників у рівнянні магнітного поля (7) векторні величини замінюються комплексними амплітудами [8, 10]. Тоді рівняння (7) записується у вигляді

$$\text{rot}_z \frac{\text{rot } \hat{A}_z}{\mu} = -\hat{j}_s + \hat{Ip}, \quad (9)$$

де \hat{A}_z , \hat{j}_{sz} , \hat{Ip} – відповідно комплексні амплітуди векторного магнітного потенціалу, густини струму в обмотці статора та струмових контурів ротора. Струмові контури \hat{Ip} є багатофазними для створення обертового магнітного поля в повітряному проміжку, оскільки ротор є нерухомий. Тобто, замість одного магніту використовуються m пар струмових контурів, які зміщені на величину $1/m$ полюсного кута φ_τ , а струми в цих контурах зміщені на $2\pi/m$ електричних градусів і записуються наступним чином:

$$\hat{I}_{pA} = 2/m \cdot h_p H_c e^{i\varphi_A}, \quad \hat{I}_{pB} = 2/m \cdot h_p H_c e^{i\varphi_B}, \quad \hat{I}_{pC} = 2/m \cdot h_p H_c e^{i\varphi_C}. \quad (10)$$

Електричні кути фаз еквівалентних струмових контурів:

$$\varphi_A = 0, \quad \varphi_B = \varphi_A + 2\pi/m, \quad \varphi_C = \varphi_A + 4\pi/m. \quad (11)$$

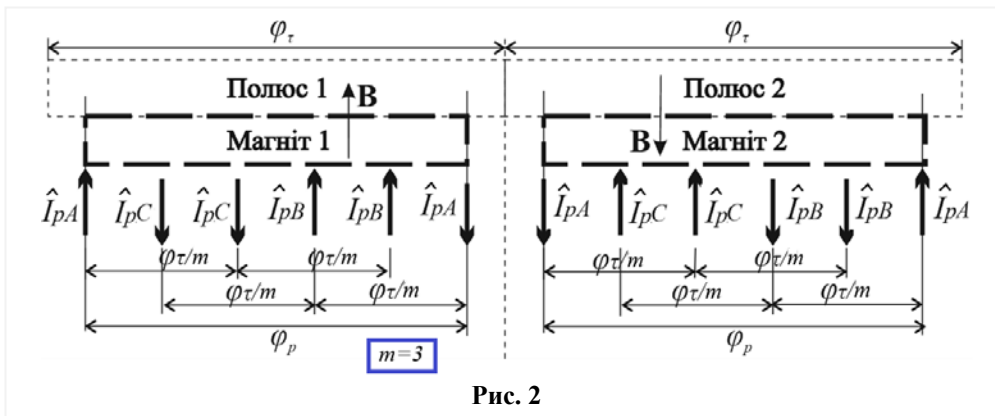


Рис. 2

На рис. 2 по азимутальній координаті показано розміщення постійних магнітів у межах однієї пари полюсів, а під ними показано відповідну схему розміщення трифазних ($m = 3$) струмових контурів \hat{Ip} (9), якими замінюються ці постійні магніти в гармонійній моделі. Струми \hat{Ip} ма-

ють позитивну (стрілка вгору) та негативну (стрілка вниз) полярність. Відповідно до схеми на рис. 2, можна записати фазні кути зміщення струмових контурів \hat{Ip} з позитивною та негативною полярністю. Кути струмів \hat{Ip} з позитивною полярністю для 3-х фаз

$$\varphi_{A+} = 0, \quad \varphi_{B+} = \varphi_{A+} + 2\varphi_\tau/m, \quad \varphi_{C+} = \varphi_{A+} + 4\varphi_\tau/m. \quad (13)$$

Кути з негативною полярністю для 3-х фаз

$$\varphi_{A-} = \varphi_{A+} + \varphi_p, \quad \varphi_{B-} = \varphi_{A-} + 2\varphi_\tau/m, \quad \varphi_{C-} = \varphi_{A-} + 4\varphi_\tau/m. \quad (14)$$

Залежно від відношення φ_p/φ_τ , деякі контури струмів можуть співпадати у просторі (рис. 1, в). На рис. 1, з показано 5-фазні струмові контури для порівняння з 3-фазними на рис. 1, в.

Отже, є чотири моделі генератора на рис. 1 і відповідні рівняння електромагнітного поля (5), (7) та рівняння (9) для рис. 1, в, з. Для порівняння енергетичних показників моделей задано такі параметри генератора, як в [1]: $p = 12$ пар полюсів, $q = 2$ пазів на полюс-фазу, обмотка статора двошарова з вкороченим кроком $y = 5/6$, кількість витків в одному шарі обмотки $w = 25$, радіус магнітопроводу ротора $r_1 = 314,31$ мм, аксіальна довжина ротора та статора $l = 1$ м, товщина постійних магнітів $h_p = 4$ мм, проміжок між постійним магнітом та статором $\delta = 1$ мм, розміри пазів 25×8 мм, розміри поперечних перерізів котушок обмотки $11,7 \times 6,4$ мм, коерцитивна сила постійних магнітів $H_c = 890000$ А/м, частота обертання ротора $n_1 = 12$ об/хв (генератор перетворювача енергії морських хвиль). На кожній фазі трифазної обмотки статора задано активне навантаження $r_s = 80$ Ом, що включає опір провідників обмотки генератора та опір споживача потужності від генератора.

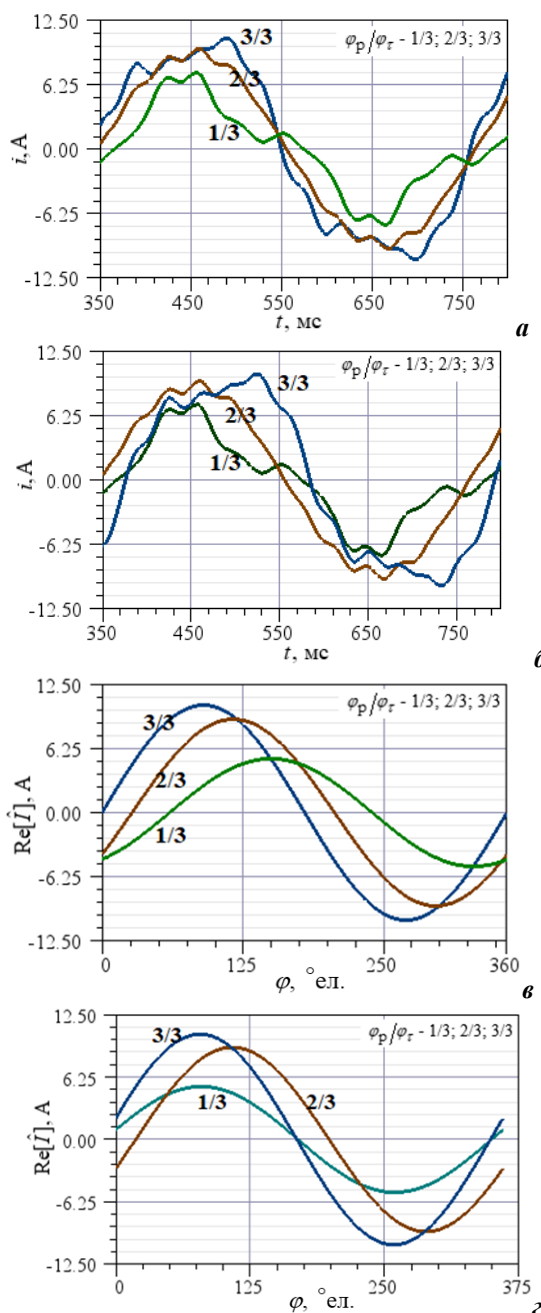


Рис. 3

Результати порівняння. На рис. 3 показано струми однієї з трьох фаз статора відповідних моделей, що представлені на рис. 1, розраховані методом скінченних елементів [3].

На розподіл індукції магнітного поля в повітряному проміжку впливають як зубці статора, так і відношення φ_p/φ_τ . Тому криві струму на рис. 3, а, б мають вигляд викривленої синусоїди або гармонічно спотвореної синусоїди. Струми в гармонійних моделях на рис. 3, в, з є комплексними амплітудами, мають вигляд чистої синусоїди в залежності від кута фази.

Для порівняння струмів гармонійних моделей на рис. 3, в, з та динамічних на рис. 3, а, б використовуються діючі і амплітудні значення струму (I_{dc} та I_m), напруги (U_{dc} та U_m), момент на валу ротора M_e , які занесено в таблицю. Криві струмів у динамічних моделях на рис. 3, а і 3, б майже однакові, струм і напруга мають відхилення від 0 до 5%, залежно від відношення φ_p/φ_τ . Момент – від 0 до 7%.

У разі використання гармонійних моделей (рис. 1, в, з), у яких відповідно 3 і 5 фаз струмових контурів, відхилення по електромагнітному моменту є більшим – до 9% (таблиця) від моделі на рис. 1, а. Порівнюючи діючі значення струму й напруги, відхилення становить до 8%, якщо ширина магніту більше половини ширини полюсної відстані (2/3 та 1/1). Якщо ширина магніту 1/3 від полюсної відстані, відхилення діючих значень струму й напруги становить 12% і 13% від моделі на рис. 1, а.

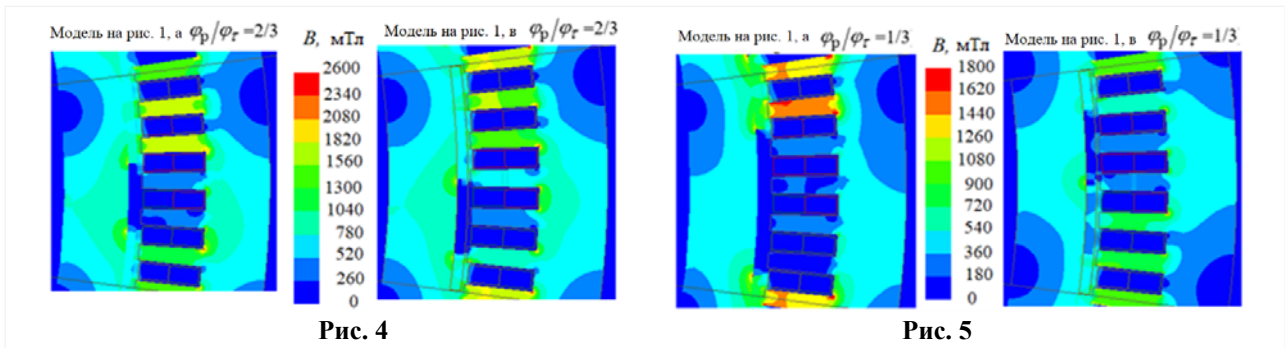
Якщо виконати порівняння гармонійних моделей на рис. 1, в і з, у яких струмові контури мають 3 і 5 фаз відповідно, то різниця спостерігається до 3% лише по електромагнітному моменту з шириною магнітів 1/3 (таблиця). Тому у разі використання гармонійної моделі достатньо використовувати 3-фазні струмові контури (рис. 1, в, рис. 2).

На рис. 4 показано розподіл індукції магнітного поля в динамічній моделі з магнітом (рис. 1, а) та в гармонійній моделі з трифазними струмовими контурами (рис. 1, в) за $\varphi_p/\varphi_\tau = 2/3$. Рисунок розподілу

індукції майже однаковий у динамічній та гармонійній моделях.

	Моделі магнітоелектричного генератора											
	Модель на рис. 1(а)			Модель на рис. 1(б)			Модель на рис. 1(в)			Модель на рис. 1(г)		
φ_p/φ_τ	1/1	2/3	1/3	1/1	2/3	1/3	1/1	2/3	1/3	1/1	2/3	1/3
M_e , кН·м	11.1	8.2	3.1	10.3	8.2	3.2	12.1	8.8	3.0	12.1	8.8	3.1
	100%	100%	100%	93%	100%	103%	109%	107%	97%	109%	107%	100%
I_{dc} , А	7.2	5.9	3.3	6.9	5.9	3.3	7.4	6.4	3.7	7.4	6.4	3.7
	100%	100%	100%	96%	100%	100%	103%	108%	112%	103%	108%	112%
U_{dc} , В	575	475	262	551	469	262	591	512	296	591	512	296
	100%	100%	100%	96%	99%	100%	103%	108%	113%	103%	108%	113%
I_m , А	10.7	9.6	7.3	10.2	9.6	7.3	10.4	9.1	5.2	10.4	9.1	5.3
	100%	100%	100%	95%	100%	100%	97%	95%	71%	97%	95%	73%
U_m , В	858	775	587	820	772	589	836	725	418	836	725	419
	100%	100%	100%	96%	100%	100%	97%	94%	71%	97%	94%	71%

На рис. 5 показано розподіл індукції магнітного поля аналогічно, але за $\varphi_p/\varphi_\tau = 1/3$. Навпроти



магніту, який займає 1/3 ширини полюсу, індукція магнітного поля сягає 1,6 Тл у двох зубцях статора (рис. 1, а). А в гармонійній моделі (рис. 1, в) максимальна індукція в зубцях статора до 1,0 Тл досягається у чотирьох зубцях. Тобто, в гармонійній моделі індукція магнітного поля хоч і менша, але це компенсується кількістю зубців з високим значенням індукції. Проте ширина магніту відносно полюсу 1/3 в цій роботі вибрана лише для перевірки адекватності моделі, а в реальних електричних машинах ширина магнітів більша 1/2 ширини полюсної відстані.

Висновок. Порівнюючи динамічну модель (рис. 1, а) з гармонійною (рис. 1, в, г), відхилення електромагнітного моменту становить 9%, 7%, 3%, а діючі значення струмів в обмотці статора відрізняються відповідно на 3%, 8%, 13% для відносної ширини магнітів відповідно 1/1, 2/3 та 1/3. Під час використання гармонійної моделі достатньо використовувати 3-фазні струмові контури, оскільки 3-фазна та 5-фазна гармонійні моделі показують однакові результати (таблиця). Якщо магніт займає 2/3 частину полюса (рис. 4) і більше, то розподіл індукції майже однаковий у динамічній та гармонійній моделях.

Роботу виконано по темі "Розвиток удосконалених електромеханічних та електромагнітних систем електростанцій та методів їх діагностики" ("Агрегат-3", державний реєстраційний номер 0122U000840).

1. Кондратенко І.П., Кришук Р.С. Математична модель магнітоелектричної машини. *Технічна електродинаміка*. 2024. № 2. С. 52-61. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.052>.
2. Rasmussen K.F., Davies J.H., Miller T.J.E., McGelp M.I., Olaru M. Analytical and numerical computation of air-gap magnetic fields in brushless motors with surface permanent magnets. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2000. Vol. 36. No 6. Pp. 1547-1554. DOI: <https://doi.org/10.1109/28.887205>.
3. COMSOL Multiphysics. Theory for the AC/DC Module. URL: https://doc.comsol.com/6.1/docserver/#!/com.comsol.help.acdc/acdc Ug_theory.05.01.html (дата доступу 27.05.2024).
4. Zhylytsov A.V., Lyktei V.V. Magnetic field calculation of brushless direct current motor with smooth stator by secondary sources method. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 5. С. 7-10. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.05.007>.
5. Кондратенко І.П., Кришук Р.С., Ращепкін А.П. Електромагнітні процеси в торцевій дугостаторній асинхронній машині з двошаровою обмоткою. *Технічна електродинаміка*. 2015. № 6. С. 34-40.

6. Виштак Т.В., Карлов А.Н., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П. Магнитное поле токов статорной обмотки синхронного двигателя с полым ротором. *Технічна електродинаміка*. 2013. № 5. С. 41-46.
7. Zhiltsov A., Sorokin D. The calculation of the magnetic field in the working area of the linear motor with permanent magnets. 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Lviv, Ukraine, 02-05 September, 2015. Pp. 252-254. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEE.2015.7333390>.
8. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. Л.: Энергия, 1970. 272 с.
9. Карпов Ю.О., Ведмицький Ю.Г., Кухарчук В.В. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. 407 с.
10. Соколов С.В., Писаренко Л.Д., Журба В.О. Теорія електромагнітного поля та основи техніки НВЧ. Суми: СумДУ, 2011. 394 с.

APPLICATION OF PHASE CURRENT LOOPS FOR MODELING THE HARMONIC MAGNETIC FIELD OF A MAGNETOELECTRIC GENERATOR

R.S. Kryshchuk

Institute of Electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine,

56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine.

E-mail: dygogive@gmail.com.

The model of electromagnetic field of a magnetoelectric generator with a smooth cylindrical rotor and surface-mounted permanent magnets is investigated. Permanent magnets are interpreted using complex amplitudes of a system of current loops with harmonic currents. The aim of the study is to develop a mathematical model for calculating the harmonic magnetic field of a magnetoelectric generator with permanent magnets by replacing the permanent magnets with phase current loops with complex current amplitudes and to investigate its adequacy. Three variations of model representation of permanent magnets placed on the surface of the magnetic core are utilized. Depending on the model representation of permanent magnets, two dynamic generator models and two harmonic models have been developed. For each model, equations of the electromagnetic field are written. An example of a three-phase scheme of current loops of the rotor for modeling the electromagnetic field of the magnetoelectric generator with complex amplitudes of currents is presented. Comparison of the magnetic field induction, current, voltage, and electromagnetic torque is performed with three variations of magnet width relative to the pole pitch. References 14, figures 5, table 1.

Keywords: mathematical model, synchronous generator, permanent magnets, electromagnetic field.

1. Kondratenko I.P., Kryshchuk R.S. Mathematical model of a magnetoelectric machine. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2024. No 2. Pp. 52-61 URL: <https://doi.org/10.15407/techned2024.02.052> (Ukr)
2. Rasmussen K.F., Davies J.H., Miller T.J.E., McGelp M.I., Olaru M. Analytical and numerical computation of air-gap magnetic fields in brushless motors with surface permanent magnets. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2000. Vol. 36. No 6. Pp. 1547-1554. DOI: <https://doi.org/10.1109/28.887205>.
3. COMSOL Multiphysics. Theory for the AC/DC Module. URL: <https://doc.comsol.com/6.1/docserver/#!/com.comsol.help.acdc/acdc Ug theory.05.01.html> (available at 27.05.2024).
4. Zhyltsov A.V., Lyktei V.V. Magnetic field calculation of brushless direct current motor with smooth stator by secondary sources method. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2018. No 5. Pp. 7-10. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.05.007>.
5. Kondratenko I.P., Kryshchuk R.S., Raschepkin A.P. Electromagnetic processes in the axial arc-stator induction machines with double layer winding. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2015. No 6. Pp. 34-40. (Ukr)
6. Vyshtak T.V., Karlov O.N., Kondratenko I.P., Raschepkin A.P. Magnetic field of winding stator currents of a synchronous motor with hollow rotor. *Tekhnichna elektrodynamika*. 2013. No 5. Pp. 41-46. (Rus)
7. Zhiltsov A., Sorokin D. The calculation of the magnetic field in the working area of the linear motor with permanent magnets. 16th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Lviv, Ukraine, 02-05 September, 2015. Pp. 252-254. DOI: <https://doi.org/10.1109/CPEE.2015.7333390>.
8. Voldyck A.I. Induction magnetohydrodynamic machines with liquid-metal working fluid. Leningrad: Energiya, 1970. 272p. (Rus)
9. Karpov Yu.O., Vedmitsky Yu.G., Kukharchuk V.V. Theoretical foundations of electrical engineering. Electromagnetic field. Vinnytsia: UNIVERUM-Vinnytsia, 2008. 407 p. (Ukr)
10. Sokolov S.V., Pysarenko L.D., Zhurba V.O. Theory of Electromagnetic Fields and Fundamentals of Microwave Engineering. Sumy: Sumy State University, 2011. 394 p. (Ukr)

Надійшла 18.03.2024

Остаточний варіант 25.06.2024