

СТАБІЛІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПІДВІШУВАННЯ МЕТОДАМИ МОДАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ТА СПОСТЕРЕЖЕННЯ СТАНУ

В.І. Теряєв^{1*}, канд. техн. наук, **М.М. Желінський**^{1**}, канд. техн. наук,
Б.І. Приймак^{1***}, канд. техн. наук, **О.А. Зайченко**^{2****}, канд. техн. наук

¹ НТУ України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”,
пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна.

E-mail: kpivit@gmail.com, mykola.zhelinskiy@gmail.com.

² Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Берестейський, 56, Київ, 03057, Україна, e-mail: tems@ukr.net.

Розроблена уточнена математична модель електромагніту постійного струму, яка враховує незмінність напрямку та квадратичну залежність зусилля від магнітного потоку і зазору. Складена імітаційна модель електромагніту в пакеті Matlab. Показана структурна нестійкість нерегульованого магнітного підвісу. Синтезовано модальний регулятор, який забезпечує стійкість і задані показники якості статичних і динамічних режимів. З метою спрощення технічної реалізації розроблено спостерігач стану Луенбергера, що забезпечує отримання оцінки невимірюваної швидкості підвішеної маси. Проведено моделювання роботи електромагнітного підвісу під час відпрацювання задавальної дії та збурень за зусиллям та робочим зазором. Отримані результати досліджень підтверджують працездатність розробленої моделі і її придатність для проведення уточненого моделювання та синтезу законів керування електромагнітним підвісом, а також свідчать про можливість застосування методів модального керування та спостереження стану для структурно нестійких об'єктів. Бібл. 20, рис. 12, табл. 1.

Ключові слова: електромагніт постійного струму, структурна нестійкість, магнітний підвіс, стабілізація, модальне керування, спостерігач швидкості, статика, динаміка, дослідження, моделювання.

Вступ. Актуальність даного дослідження обумовлена затребуваністю методів безконтактного керування положенням у просторі об'єктів різного технологічного призначення за допомогою електромагнітного поля, що вимагає удосконалення аналітичних методів синтезу законів керування та дослідження динаміки систем магнітного підвісу.

До таких об'єктів відносяться транспортні засоби «на магнітній подушці», пристрої з магнітними підшипниками, системи віброзахисту особливо точних приладів, безконтактні плавильні агрегати та інші [1 – 3]. В той же час багато питань, пов'язаних з реалізацією систем магнітного підвішування залишаються остаточно не вирішеними. Серед таких питань – стабілізація систем магнітного підвішування, заснованих на використанні регульованих електромагнітів постійного струму [4 – 9].

Відомо, що повне магнітне підвішування тіл, яке також називають левітацією, неможливо здійснити, користуючись статичними (що не перебувають у русі) постійними магнітами або нерегульованими електромагнітами постійного струму. Подібна система завжди нестабільна, і ця нестабільність підсилюється за найменшого зовнішнього впливу. Цей факт доведений у теоремі С. Ірншоу (S. Earnshaw), згідно з якою система нерухомих тіл, взаємодіючих між собою із силою (притягування або відштовхування), обернено пропорційною квадрату відстані між ними, не може утворити стійкої врівноваженої системи.

Однак одержати стійкий повний магнітний підвіс (левітацію) все-таки можливо. Щоб компенсувати нестійкість електромагнітного підвісу необхідне динамічне регулювання магнітного поля в залежності від зазору між левітуючим тілом і електромагнітом системи підвісу [4 – 9, 16 – 20]. В електромагнітних підвісах використовуються як пасивні параметричні системи регулювання змінного струму, засновані на резонансних властивостях спеціально налаштованих коливальних

© Теряєв В.І., Желінський М.М., Приймак Б.І., Зайченко О.А., 2025

ORCID: * <https://orcid.org/0000-0002-8634-0895>; ** <https://orcid.org/0000-0003-4862-1802>;

*** <https://orcid.org/0000-0001-7680-8565>; **** <https://orcid.org/0000-0001-9311-3378>

© Видавець ВД “Академперіодика» НАН України, 2025



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>

контурів, так і активні системи автоматичного керування з електромагнітами постійного струму. Саме останні розглядаються в даному дослідженні.

Системи електромагнітного підвісу мають суттєві переваги над іншими видами магнітного підвішування завдяки тому, що забезпечують працездатність як в стані спокою, так і в процесі руху, мають кращі масогабаритні та енергетичні показники, не використовують вихрових струмів, дають можливість здійснювати регулювання величини робочого повітряного зазору та повну левітацію. За зазорах в 10 – 15 мм витрати потужності на підвішування становлять лише 1 – 3 кВт на 1 т ваги левітуючого тіла.

Метою роботи є обґрунтування можливості використання методів модального керування та спостереження стану задля стабілізації системи магнітного підвішування на основі використання уточненої математичної моделі електромагніту постійного струму.

Математична модель електромагніту постійного струму [10, 11]. Для синтезу законів керування активним магнітним підвісом, в якому передбачається використання системи автоматичного регулювання робочого зазору, потрібне отримання розгорнутої уточненої математичної моделі електромагніту постійного струму, де у явному вигляді представлені його основні регульовані координати: напруга живлення, струм обмотки, зусилля та робочий зазор.

Виведемо рівняння математичної моделі електромагніту, виходячи з припущень, що його магнітна система не насичена, поле в зазорі однорідне, вихрові струми в магнітному колі відсутні, потоками розсіювання і випучування можна знехтувати. В подальших викладках будемо використовувати наступні позначення основних величин (рис. 1): r – опір обмотки; w – число витків обмотки; U – напруга живлення; I – струм обмотки; Φ – робочий магнітний потік; F_{EM} – сила тяги електромагніту; δ – робочий зазор; μ_o – абсолютна магнітна проникність вакууму; S_T – площа торця полюса магнітопроводу.

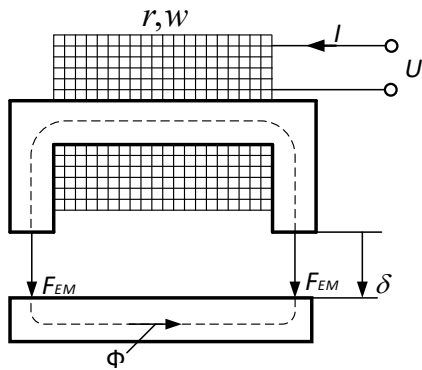


Рис. 1

Напруга, прикладена до обмотки електромагніту, є вхідною змінною і врівноважується падінням напруги на опорі обмотки та електрорушійною силою самоіндукції E_c

$$U = rI + E_c = rI + w \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Записане в приростах лінеаризоване рівняння (1) має вигляд

$$\Delta U = r\Delta I + w \frac{d\Delta\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Магнітний потік в робочому зазорі двополюсного електромагніту дорівнює

$$\Phi = Iw \frac{\mu_o S_T}{2\delta}, \quad (3)$$

де Iw – намагнічувальна сила обмотки.

Сила тяги електромагніту за однорідного магнітного поля в зазорі визначається за формулою Максвелла

$$F_{EM} = \frac{\Phi^2}{\mu_o S_T}. \quad (4)$$

Розкладаючи нелінійну залежність (4) в ряд Тейлора в околі точки усталеного режиму і переходячи до приростів, з урахуванням (3) отримаємо

$$\Delta F_{EM} = \frac{2\Phi_o}{\mu_o S_T} \Delta\Phi = \frac{I_o w}{\delta_o} \Delta\Phi, \quad (5)$$

де I_o , δ_o , Φ_o – величини, що відповідають точці усталеного режиму.

У зв'язку з тим, що струм електромагніту залежить від двох змінних – магнітного потоку і зазору, як це впливає з (5), отримуємо наступний вираз для приросту струму:

$$\Delta I = \left(\frac{\partial I}{\partial \Phi} \right)_o \Delta\Phi + \left(\frac{\partial I}{\partial \delta} \right)_o \Delta\delta = \frac{2\delta_o}{w\mu_o S_T} \Delta\Phi + \frac{2\Phi_o}{w\mu_o S_T} \Delta\delta, \quad (6)$$

Скориставшись залежністю (6), знайдемо похідну від приросту магнітного потоку, виражену через прирости струму і зазору електромагніту і, підставивши її значення в (2), отримаємо

$$\frac{w^2 \mu_0 S_T}{2\delta_0} \frac{d\Delta I}{dt} + r\Delta I = \Delta U + \frac{w^2 \mu_0 S_T I_0}{2\delta_0^2} \frac{d\Delta \delta}{dt}. \quad (7)$$

Рівняння (7), записане в операторній формі, має вигляд

$$[T_{EM} p \Delta I(p) + \Delta I(p)]r = \Delta U(p) + K_{EM} r p \Delta \delta(p), \quad (8)$$

де $T_{EM} = \frac{w^2 \mu_0 S_T}{2r\delta_0}$ – електромагнітна стала часу; $K_{EM} = \frac{w^2 \mu_0 S_T I_0}{2r\delta_0^2}$ – коефіцієнт передачі.

Звідси передатна функція обмоткової частини електромагніту дорівнює

$$W_{EM1}(p) = \frac{\Delta I(p)}{\Delta U(p) + K_{EM} r p \Delta \delta(p)} = \frac{K_{EM1}}{T_{EM} p + 1}, \quad (9)$$

де $K_{EMI} = 1/r$ – коефіцієнт передачі обмотки.

Присутність в правій частині рівняння (8) складової, що містить похідну від зазору, вказує на наявність природного внутрішнього зворотного зв'язку за швидкістю зміни зазору, тобто за прискоренням, з передатною функцією

$$W_{331}(p) = \frac{\Delta U_{33}(p)}{\Delta \delta(p)} = K_{331}(p) = K_{EM} r p. \quad (10)$$

Фізична сутність цього зворотного зв'язку – додаткова проти-ЕРС руху, що виникає в обмотці у разі зміни робочого зазору.

Передатну функцію силової частини електромагніту, що пов'язує прирости сили тяги та струму, отримуємо з рівнянь (5) та (6), записаних в операторній формі

$$\frac{2\delta_o^2}{w^2 \mu_0 S_T I_o} \Delta F_{EM}(p) = \Delta I(p) - \frac{I_o}{\delta_o} \Delta \delta(p), \quad (11)$$

звідки

$$W_{EM2}(p) = \frac{\Delta F_{EM}(p)}{\Delta I(p) - \frac{I_o}{\delta_o} \Delta \delta(p)} = K_{EM2}, \quad (12)$$

де $K_{EM2} = K_{EM} r$.

Присутність в правій частині рівняння складової, що залежить від зазору, вказує на існування в структурній схемі електромагніту ще одного природного зворотного зв'язку за зазором з передатною функцією

$$W_{332}(p) = \frac{\Delta I_{33}(p)}{\Delta \delta(p)} = K_{332} = I_o / \delta_o, \quad (13)$$

де $\Delta I_{33}(p)$ – зображення приросту струму зворотного зв'язку.

Даний зворотний зв'язок враховує додаткове збільшення зусилля електромагніту у разі зменшення робочого зазору за рахунок зміни магнітної провідності, що, власне, і є причиною нестійкості підвісу, коли за зменшення зазору електромагніт «прилипає» до якорю, а за збільшення зазору – відпадає від нього.

Передатна функція механічної частини підвісу може бути представлена рівнянням

$$W_o = \frac{\Delta \delta}{\Delta F} = -\frac{1}{m p^2}, \quad (14)$$

де m – маса корисного навантаження.

Знаком «-» в передаточній функції (14) врахована та обставина, що додатному приросту зусилля електромагніту відповідає від'ємний приріст робочого зазору.

Структурну схему лінеаризованої моделі електромагніту, побудовану згідно з рівняннями (9)–(14), показано на рис. 2, де позначено: F_G – збурення по зусиллю; δ_z – збурення по зазору.

Враховуючи, що складова $-(I_o / \delta_o) \Delta \delta(p)$ та передаточна функція об'єкту $-(m p^2)^{-1}$ мають від'ємні знаки, згідно (11) та (14), в підсумку природний зворотний зв'язок за зазором виявляється позитивним, що і показано на рис. 2.

Перетворимо частину структурної схеми, охоплену додатним зворотним зв'язком за зазором та запишемо її передатну функцію у вигляді

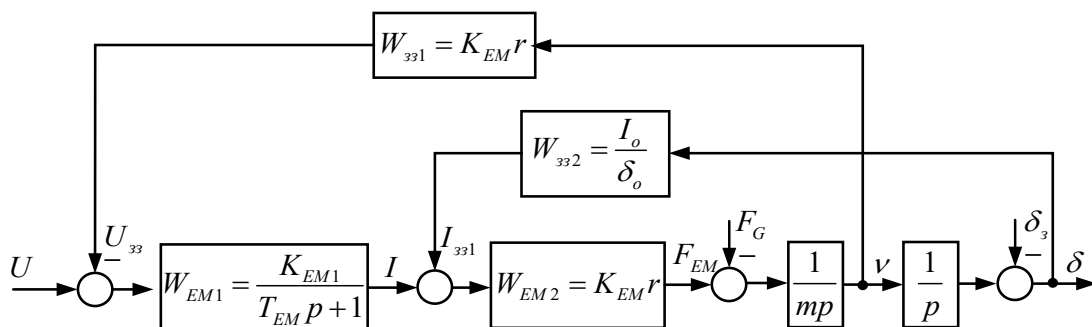


Рис. 2

$$W_{екв} = \frac{W_{EM2} \cdot W_o}{1 - W_{EM2} \cdot W_o \cdot W_{332}} = \frac{\frac{K_{EM} r}{mp^2}}{1 - \frac{K_{EM} r \cdot W_{332}}{mp^2}} = \frac{1 / W_{332}}{\frac{m}{K_{EM} r \cdot W_{332}} p^2 - 1} = \frac{1 / W_{332}}{T^2 p^2 - 1} = \frac{1 / W_{332}}{(Tp + 1)(Tp - 1)}. \quad (15)$$

З отриманого результату (15) видно, що передатну функцію виконавчої (силової) частини електромагніту можна представити у вигляді послідовного з'єднання аперіодичної ланки першого порядку $[W_{332}(Tp + 1)]^{-1}$ та нестійкої ланки першого порядку з передатною функцією $(Tp - 1)^{-1}$, де $T = \sqrt{m / (K_{EM} r \cdot W_{332})}$.

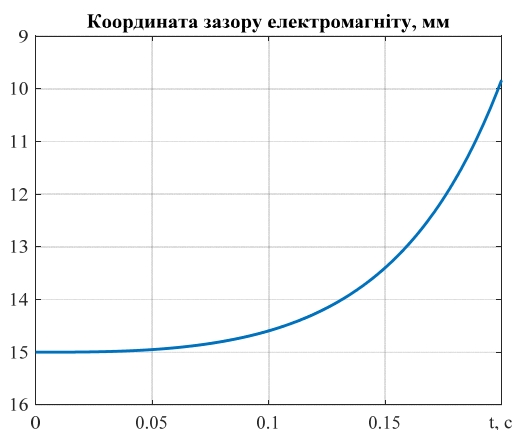


Рис. 3

Задля отримання нелінійної моделі електромагніту підставимо значення магнітного потоку згідно рівняння (3) в рівняння для зусилля електромагніту (4). В результаті отримаємо залежність зусилля електромагніту від струму і величини зазору

$$F_{EM} = I^2 w^2 \mu_o S_T (4\delta^2)^{-1} = K_F I^2 / \delta^2, \quad (16)$$

де $K_F = w^2 \mu_o S_T / 4$.

З рівняння (16) випливає наступне: зусилля тяги електромагніту зворотно пропорційне квадрату зазору і прямо пропорційне квадрату струму; при цьому це зусилля не залежить від напрямку струму в обмотці і завжди створює притягальну дію, тобто має позитивне. На рис. 4 показана структурна схема нелінійної моделі електромагніту, побудована з урахуванням рівняння (16).

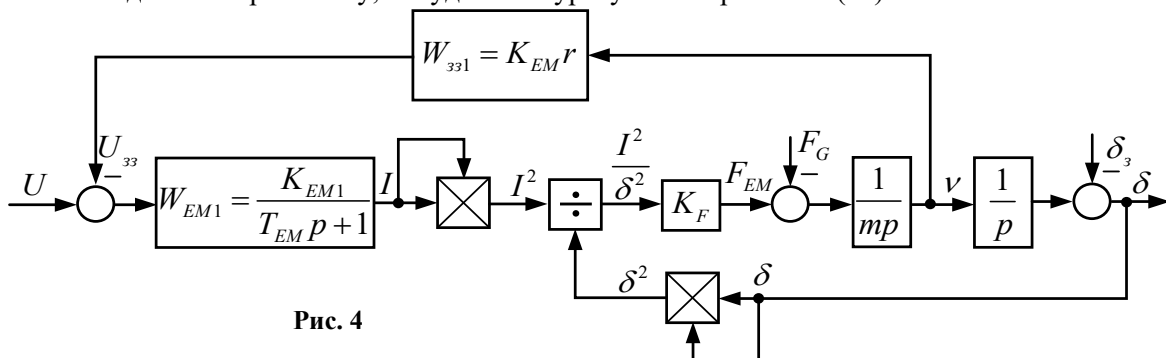


Рис. 4

Принцип роботи системи електромагнітного підвішування [1 – 3, 11, 17 – 20]. На рис. 5 наведено функціональну схему системи магнітного підвішування з регульованим електромагнітом постійного струму. Величина зазору δ вимірюється датчиком зазору і відповідний сигнал зворотного зв'язку подається на вхід системи автоматичного керування, яка включає регулятор та керований перетворювач напруги, за допомогою якого формується величина магніторушійної сили (МРС) обмотки електромагніту. У разі збільшення зазору регулятор збільшує МРС і навпаки. Величина МРС визначає робочий магнітний потік в зазорі та величину тягового зусилля електромагніту, яке компенсує вагу корисного навантаження та зусилля збурення, що діють на нього. Питання про необхідність використання додаткових зворотних зв'язків по іншим регульованим координатам електромагніту буде розглянуте нижче.

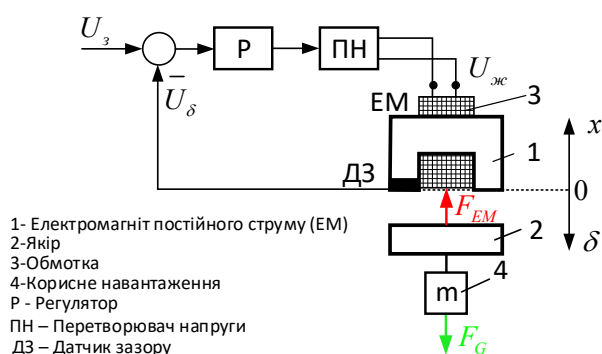


Рис. 5

Задля забезпечення стійкості і заданих показників якості динамічних режимів електромагнітного підвісу в даній роботі пропонується застосування замкненої системи автоматичного керування з використанням модального регулятора.

Синтез модального регулятора. Задача синтезу модального регулятора полягає у визначенні бажаного положення коренів характеристичного рівняння замкненої системи та знаходження коефіцієнтів регулятора, які забезпечують її стійкість і задані показники якості [12, 13].

Синтез модального регулятора виконано для об'єкту керування 3-го порядку, який

описується у векторно-матричному вигляді на основі декомпозиції структурної схеми рис. 2 до рівня інтеграторів, враховуючи, що перетворювач є безінерційною ланкою з одиничним коефіцієнтом передачі

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (17)$$

де u – вхід; y – вихід (положення); $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ – фізичні величини (положення, швидкість та струм), які вимірюються відповідними датчиками;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{I_0 K_{EM} r}{\delta_0 m} & 0 & \frac{K_{EM} r}{m} \\ 0 & -\frac{K_{EM} r K_{EM1}}{T_{EM}} & -\frac{1}{T_{EM}} \end{bmatrix} \text{ – матриця стану; } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{EM1}}{T_{EM}} \end{bmatrix} \text{ – вектор входу; } \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0] \text{ – вектор}$$

виходу.

Далі за допомогою пакету Matlab знайдемо матрицю керованості системи $\mathbf{Q}_c = [\mathbf{B} : \mathbf{AB} : \mathbf{A}^2 \mathbf{B}]$ та її ранг. Оскільки ранг матриці керованості об'єкта дорівнює його порядку, то він є повністю керованим.

Для формування бажаних показників якості використаємо стандартний біноміальний поліном $(p + \omega_0)^n$ для об'єкту 3-го порядку у вигляді

$$H(p) = p^3 + 3\omega_0 p^2 + 3\omega_0^2 p + \omega_0^3, \quad (18)$$

де $\omega_0 \geq 6/t_p \geq 6/0.1 \geq 60 \text{ c}^{-1}$ – характеристична частота, яка визначає швидкодію системи; t_p – час регулювання.

У системі з таким характеристичним поліномом буде аперіодичний перехідний процес, тобто відсутнє перерегулювання ($\sigma = 0\%$).

Виходячи із $\omega_0 = 60 \text{ c}^{-1}$, бажане характеристичне рівняння замкнутої системи буде

$$H(p) = p^3 + 180p^2 + 10800p + 216000 = 0.$$

Маючи бажаний характеристичний поліном $H(p)$ замкнутої системи, за допомогою формули Акермана визначимо матрицю коефіцієнтів модального регулятора $\mathbf{K}$ для об'єкту керування та за допомогою Matlab знайдемо їхні числові значення

$$\mathbf{K} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \mathbf{Q}_c^{-1} H(\mathbf{A}), \quad (19)$$

де $H(\mathbf{A})$ – матричний поліном, утворений шляхом використання бажаного характеристичного поліному $H(p)$ як $H(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^3 + 3\omega_0 \mathbf{A}^2 + 3\omega_0^2 \mathbf{A} + \omega_0^3 \mathbf{I}$.

Після цього порівнюємо полюси $H(p)$ та власні значення матриці стану замкнутої системи $\mathbf{A}_c$.

В результаті модальний регулятор стану для об'єкту керування матиме вигляд

$$U_{MP} = -\mathbf{K}\mathbf{x} = -K_1x_1 - K_2x_2 - K_3x_3, \quad (20)$$

де $\mathbf{K} = [K_1 \ K_2 \ K_3] = [287332 \ 4403 \ 39]$ – матриця-рядок коефіцієнтів регулятора.

Тобто сигнал керування, який подається на вхід об'єкта, є лінійною комбінацією всіх змінних стану.

При модальному синтезі першочерговими завданнями є забезпечення стійкості системи та заданих показників якості перехідних процесів. Усталене значення вихідної величини при цьому може мати статичну похибку, якщо об'єкт статичний. Щоб уникнути статичної похибки за завданням, у модальному регуляторі вводять масштабувальний коефіцієнт для вхідної дії. Цей коефіцієнт є оберненим до коефіцієнта передачі замкнутої системи в усталеному режимі.

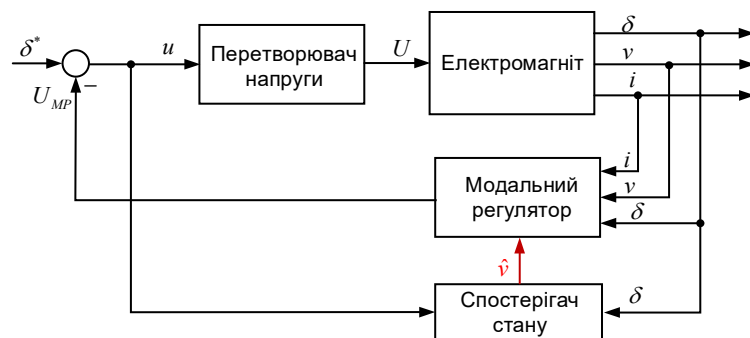


Рис. 6

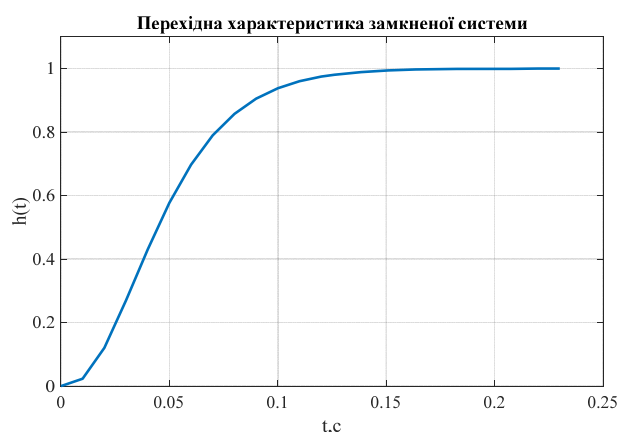


Рис. 7

тільки частину змінних стану. В системі електромагнітного підвісу змінними стану є положення маси (робочий зазор), швидкість її руху та струм електромагніту, серед яких для вимірювання доступні переміщення і струм.

Перед синтезом спостерігача необхідно перевірити чи об'єкт керування повністю спостережуваний. З цією метою знайдемо матрицю спостережуваності системи $\mathbf{Q}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix}$ та її ранг.

Синтез регулятора здійснено за умовою, що всі компоненти вектора стану $\mathbf{x}$ є доступними для вимірювання.

На рис. 6 показано структурну схему системи електромагнітного підвісу з модальним регулятором, а на рис. 7 – перехідну характеристику системи. Структурну схему модального регулятора зображено на рис. 8.

Синтез спостерігача стану [13, 14]. Сигнал швидкості, необхідний для функціонування модального регулятора, зазвичай отримують шляхом диференціювання сигналу переміщення, що має відомі технічні складності у зв'язку з посиленням перешкод та обмеженнями амплітуди сигналу похідної за реального диференціювання. Тому під час вирішення задачі модального керування одночасно виникає додаткова потреба у синтезі спостерігача швидкості, сигнал якого може бути використаний в модальному регуляторі на заміну реального сигналу швидкості.

Спостерігачі повного порядку дають змогу оцінювати всі змінні стану, а спостерігачі зниженого порядку –

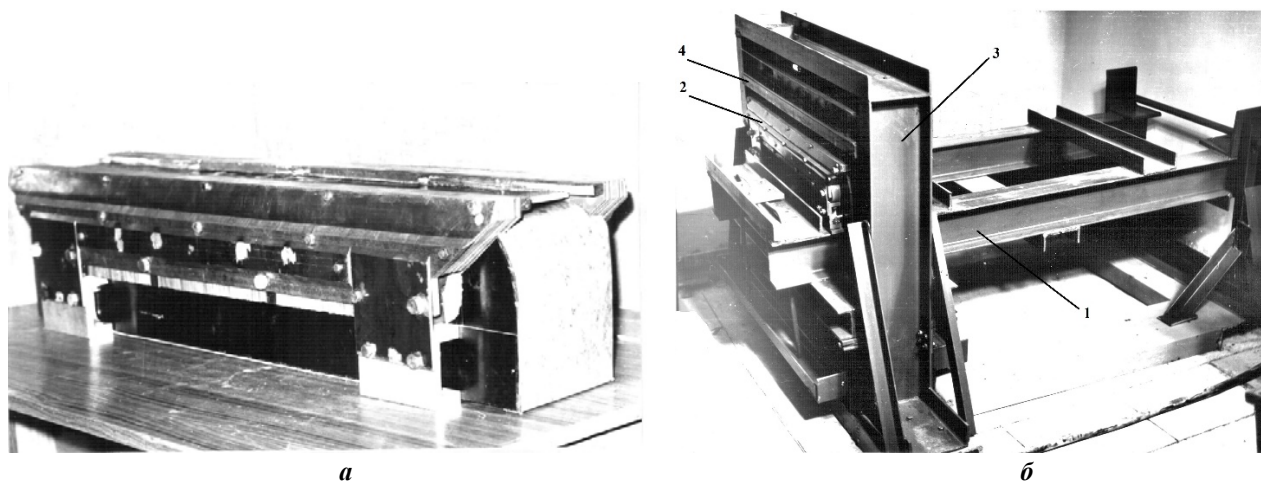


Рис. 10

Результати дослідження. В процесі моделювання досліджувалися статичні і динамічні

Параметри електромагніту	Значення
Номінальний зазор, δ_0	0,015 м
Номінальне зусиллі, F_{EMH}	$2 \cdot 10^4$ Н
Номінальна напруга, U_H	75 В
Номінальний струм, I_0	75 А
Номінальна потужність, P_H	$5,6 \cdot 10^3$ Вт
Номінальна намагнічувальна сила обмотки, Iw_H	23250 А·вит
Довжина електромагніту, l	1 м
Площа полюса	0,055 м ²
Число витків обмотки, w	310
Опір обмотки, r	1 Ом
Розрахункові параметри структурної схеми	
Стала часу обмотки, T_{EM}	0.22 с
K_{EM}	1106
k_{331}	1106
k_{332}	5000
K_{EM1}	1

характеристики електромагнітного підвісу з використанням лінеаризованої та нелінійної моделей електромагніту, а також для сполучення нелінійної моделі зі спостерігачем швидкості. Моделювання динамічних режимів здійснювалося в наступній послідовності:

- 1) відпрацювання ступінчатої задавальної дії за зазором в 1 мм, поданої в 0 с;
 - 2) збурення за зазором величиною 1 мм, прикладене в 0,5 с;
 - 3) накидання навантаження 1000 Н в 1 с.
- Початкова величина зазору для всіх дослідів складала 15 мм.

Графіки перехідних процесів, представлені на рис. 11, дали можливість оцінити вплив уточнюючих факторів моделі на показники якості статичних і динамічних режимів. Так, у разі відпрацювання ступінчатого завдання зазору статична похибка

відсутня, час регулювання 0.1 с для лінійної системи, 0.14 с (+40 %) – для нелінійної системи та 0.15 с (+50 %) – для нелінійної системи зі спостерігачем; перерегулювання склало 0 % для лінійної системи, 0.6 % – для нелінійної системи та 1 % – для нелінійної системи зі спостерігачем. Тобто, отримано аперіодичний перехідний процес в лінійній системі, що підтверджує позитивний результат синтезу модального регулятора для структурно-нестійкого об'єкту.

Аналізуючи результати збурення за зазором, видно, що час відновлення склав 0.1 с для лінійної системи, для нелінійної системи збільшився у 2 рази до 0.2 с, а для нелінійної системи зі спостерігачем збільшився у 1.5 рази до 0.15 с; перерегулювання в лінійній та нелінійній системі зі спостерігачем відсутнє (0 %), а в нелінійній системі склало 0.6 %. Тобто, в нелінійній системі зі спостерігачем отримали кращий результат в динаміці, ніж у нелінійній системі без спостерігача.

Результати дослідження реакції на накидання навантаження показують, що в лінійній системі виникає статична похибка 0.41 мм, в нелінійній системі 0.48 мм та в нелінійній системі зі спостерігачем 0.488 мм; при цьому час регулювання майже аналогічний, як і під час відпрацювання завдання.

З графіків напруги та струму під час збурення по зазору видно, що в нелінійній моделі зі спостерігачем на 4% більший скачок напруги та струму, ніж у лінійній та нелінійній системі. В статичному режимі за номінального значення зазору 15 мм напруга складала 75 В та струм 75 А, що відповідає номінальним параметрам електромагніту (таблиця).

Порівнюючи графіки зусилля електромагніту в лінійній, нелінійній та нелінійній зі спостерігачем системах, видно, що величина зусилля в усталеному режимі однакова для досліджуваних систем, що свідчить про відповідність лінійної та нелінійної моделей.

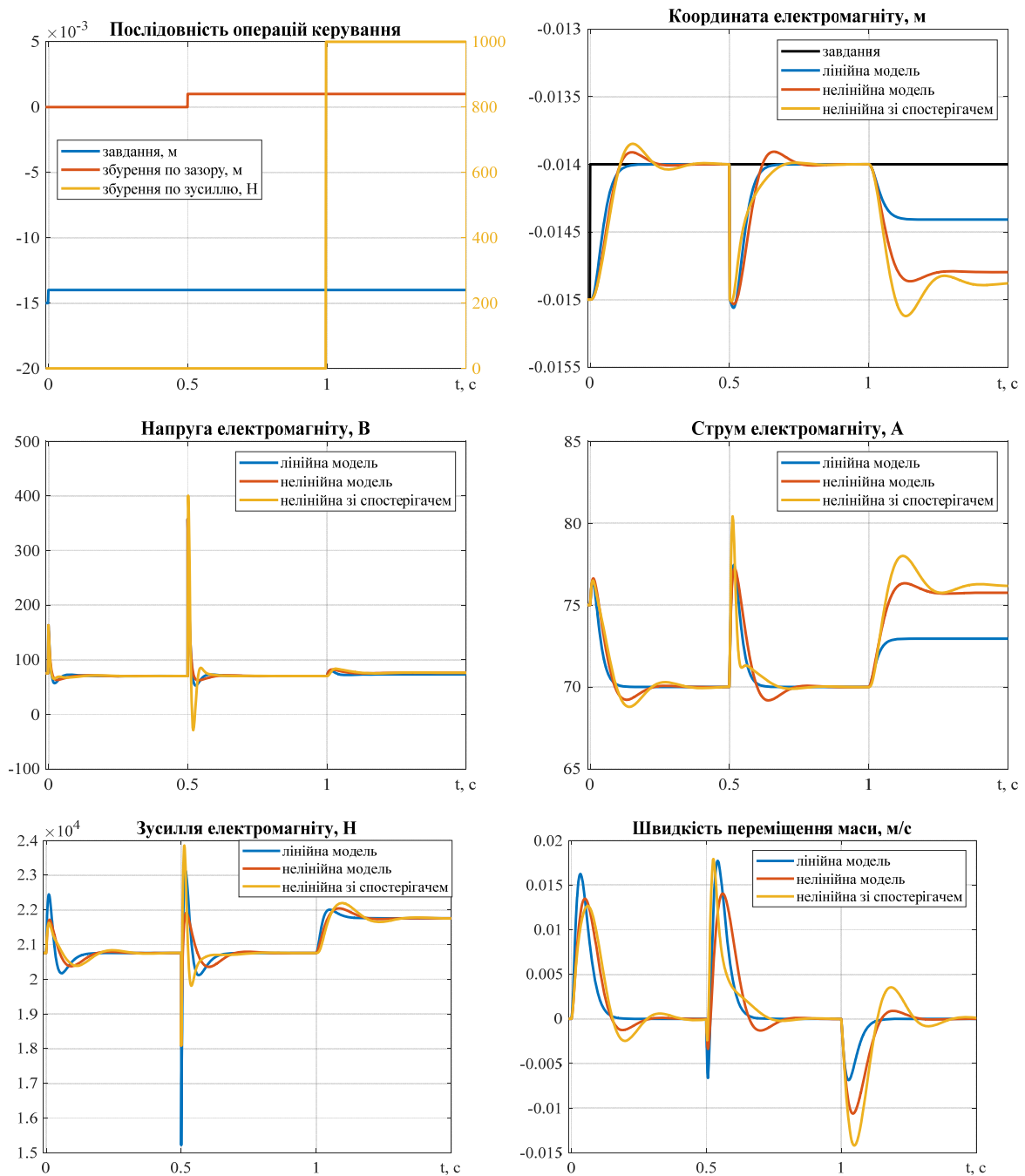


Рис. 11

Графіки зміни регульованих координат електромагніту, отримані для нелінійної системи без спостерігача та нелінійної системи з використанням спостерігача швидкості, представлені на рис. 12. Порівняння графіків показує, що завдяки високій швидкодії спостерігача перехідні характеристики для основної регульованої координати положення практично не відрізняються.

Аналіз результатів дослідження статичних і динамічних режимів в цілому свідчить про наступне:

- модальний регулятор забезпечує задану динамічну якість перехідних процесів в лінійній системі, а саме аперіодичний перехідний процес, відсутність статичної похибки по завданню, завдяки введенню масштабувального коефіцієнту підсилення, а також відсутність статичної похибки за збуренням внаслідок зміни зазору;

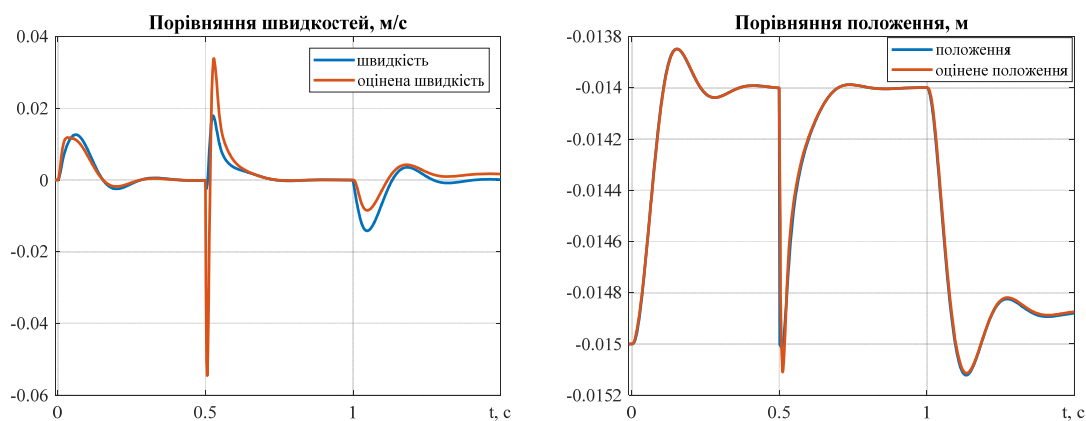


Рис. 12

- присутня статична похибка за збуренням у разі прикладання зусилля, яке може виникати внаслідок дії вітрового навантаження, зміни корисної ваги чи інших чинників. Величина статичної похибки не перевищує 1 мм, що є прийнятним за номінального значення величини зазору 15 мм;
- застосування спостерігача швидкості в нелінійній системі дало змогу позбутися необхідності вимірювання прискорення і забезпечити відсутність перерегулювання у разі збурення за зазором;
- використання оціненої швидкості для зворотного зв'язку в модальному регуляторі забезпечує практично однакові показники якості регулювання як у системі з вимірюванням швидкості.

Висновки.

1. Показано, що структурна нестійкість електромагніту постійного струму пов'язана з присутністю в ньому ланки з додатним полюсом характеристичного рівняння. Фізично причиною структурної нестійкості є наявність внутрішнього природного позитивного зворотного зв'язку, який пов'язаний зі збільшенням тягового зусилля електромагніту у разі зменшення його робочого зазору.

2. Результатами синтезу і моделювання доведено, що структурна нестійкість електромагніту може бути подолана застосуванням модального регулятора. При цьому в модальному регуляторі повинні використовуватися наступні вимірювані координати електромагніту: струм, швидкість руху і положення підвішеної маси.

3. У зв'язку з технічною складністю визначення прискорення по зазору запропоноване її непряме вимірювання шляхом використання спостерігача, побудованого на основі лінійної моделі, яка враховує наявність структурно нестійкої ланки. Як показали дослідження, синтезований спостерігач швидкості повністю задовольняє поставленим вимогам до модального керування.

4. Розроблено нелінійну математичну модель електромагніту постійного струму, яка враховує незмінність напрямку зусилля і його квадратичну залежність від магнітного потоку і зазору. Використання даної моделі електромагніту спільно з розробленим модальним регулятором підтвердило їх працездатність.

5. Результати дослідження статичних і динамічних режимів системи магнітного підвішування з модальним регулятором, лінійною та нелінійною моделями електромагніту, а також із застосуванням спостерігача швидкості свідчать про наступне:

- використання модального регулятора забезпечує стійкість системи магнітного підвішування і прийнятні показники якості статичних і динамічних режимів;
- відмінність статичних і динамічних характеристик системи з лінійною і нелінійною моделями електромагніту полягає у наявності незначного перерегулювання 0.6 %, збільшенні часу регулювання на 40 %;
- використання спостерігача забезпечує працездатність системи магнітного підвішування без прямого вимірювання швидкості. При цьому збільшення перерегулювання по швидкості практично не впливає на процес регулювання положення і за необхідності може бути подолане використанням фільтрів в колі оціненої швидкості.

6. На прикладі системи електромагнітного підвішування показана можливість застосування методів модального керування та спостереження стану для стабілізації об'єктів класу структурно-нестійких систем.

Робота виконана в рамках державної науково-дослідної роботи “База-П10” «Розробити принципи побудови спеціалізованих систем керування перетворювачами напруги, струму та частоти для підвищення енергоефективності електротехнологічних установок».

1. Han H.-S., Kim D.-S. Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications. Springer Tracts on Transportation and Traffic. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016. 247 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-7524-3>.
2. Livingston J.D. Rising Force: The Magic of Magnetic Levitation. Cumberland: Harvard University Press, 2011. 288 p.
3. Sangster A.J. Fundamentals of Electromagnetic Levitation: Engineering sustainability through efficiency. London: The Institution of Engineering and Technology, 2012. 248 p.
4. Karabacak Y. Application of PID and self-tuning fuzzy PID control methods in the control of non-linear magnetic levitation system. *Journal of Innovative Engineering and Natural Science*. 2024. Vol. 4. No 2. Pp. 514-529. DOI: <https://doi.org/10.61112/jiens.1420710>.
5. Sinha P.K. Electromagnetic suspension: dynamics and control. London, U.K: Peter Peregrinus Ltd, 1987. 304 p.
6. Charara A., De Miras J., Caron B. Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 1996. Vol. 4. No 5. Pp. 513-523.
7. Hurley W.G., Wolffe W.H. Electromagnetic design of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on Education*. May 1997. Vol. 40. No 2. Pp. 124-130.
8. Oliveira V.A., Costa E.F., Vargas J.B. Digital implementation of a magnetic suspension control system for laboratory experiments. *IEEE Transactions on Education*. Nov 1999. Vol. 42. No 4. Pp. 315-322.
9. El Hajjaji A., Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Aug. 2001. Vol. 48. No 4. Pp. 831-838.
10. Попович Н.Г., Гаврилюк В.А., Теряев В.И., Редько А.П., Авримский В.Д. Математическая модель электромагнитной системы электромагнитного подвеса. *Известия высших учебных заведений. Электромеханика*. 1983. № 10. С. 116-117.
11. Теряев В.И., Бурлака О.П. Математична модель виконавчого електромагніту для систем магнітного підвішування. Електромеханічні та енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації. *Зб. наук. пр. XI Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених і спеціалістів*. 2013. С. 264-265.
12. Приймак Б.І. Теорія автоматичного керування. Лінійні системи. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 310 с.
13. Толочко О. І., Рижков О.М. Синтез та аналіз системи модального керування крановим механізмом поступального руху з врахуванням роботи підйомального механізму. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 4. С. 131-134. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.131>.
14. Толочко О.І. Аналіз та синтез електромеханічних систем зі спостерігачами стану: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук: спец. 05.09.03 Електротехнічні комплекси та системи, Харків, 2004. 31 с.
15. Ладанюк А.П., Луцька Н.М., Кишенько В.Д., Власенко Л.О., Івашук В.В. Методи сучасної теорії управління: підручник. Київ: Видавництво Ліра-К, 2018. 368 с.
16. Motakabber S.M.A., Alam A.Z., Kamal K.I.B. Modelling and Control of a Magnetic Levitation System. *Asian journal of electrical and electronic engineering*. 2024. Vol. 4. No 1. Pp. 9-16.
17. Теряев В.И. Стабілізація системи електромагнітного підвішування з використанням акселерометра. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2014. Вип. № 4/2014 (28). С. 71-78.
18. Теряев В.И. Система стабілізації положення та активного віброзахисту об'єкту у просторі на основі електромагнітного підвісу. Патент України № 120636, 2017.
19. Теряев В.И. Двуканальна система високоточного керування положенням об'єкту у просторі та його активного віброзахисту на основі електромагнітного підвісу. Патент України 121576, 2017.
20. Shiao Y.S. Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System. *Proc. Natl. Sci. Counc.* 2001. Iss. 11. No 2. Pp. 88-94.

STABILIZATION OF THE ELECTROMAGNETIC LEVITATION SYSTEM BY METHODS OF MODAL CONTROL AND STATE OBSERVATION

V.I. Teriaiev¹, M.M. Zhelinckiy¹, B.I. Pryymak¹, O.A. Zaichenko²

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”,
37, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03056, Ukraine,
e-mail: kpivit@gmail.com, mykola.zhelinskyy@gmail.com.

²Institute of Electrodynamics NAS of Ukraine,

56, Beresteyskiy Ave., Kyiv, 03057, Ukraine, e-mail: tems@ukr.net.

A refined mathematical model of a direct current electromagnet has been developed, which takes into account the invariance of the direction and the quadratic dependence of the force on the magnetic flux and the gap. A simulation model of an electromagnet was built in the Matlab package. The structural instability of an unregulated electromagnetic suspension

system is shown. A modal regulator that provides stability and specified quality indicators of static and dynamic modes has been synthesized. To simplify the technical implementation, a speed observer was developed. Comparative modeling of an electromagnetic suspension system was carried out when testing the reference influence and disturbances in force and working gap. The obtained research results confirm the developed model's performance and suitability for refined modeling and synthesis of electromagnetic suspension control laws, as well as evidence of the possibility of applying modal control and state observation methods for structurally unstable objects. References 20, figures 12, table 1.

Key words: DC electromagnet, structural instability, electromagnetic suspension, stabilization, modal control, speed observer, statics, dynamics, research, modeling.

1. Han H.-S., Kim D.-S. Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications. Springer Tracts on Transportation and Traffic. Dordrecht: Springer Netherlands, 2016. 247 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-017-7524-3>.
2. Livingston J.D. Rising Force: The Magic of Magnetic Levitation. Cumberland: Harvard University Press, 2011. 288 p.
3. Sangster A.J. Fundamentals of Electromagnetic Levitation: Engineering sustainability through efficiency. London: The Institution of Engineering and Technology, 2012. 248 p.
4. Karabacak Y. Application of PID and self-tuning fuzzy PID control methods in the control of non-linear magnetic levitation system. *Journal of Innovative Engintring and Natural Science*. 2024. Vol. 4. No 2. Pp. 514-529. DOI: <https://doi.org/10.61112/jiens.1420710>.
5. Sinha P.K. Electromagnetic suspension: dynamics and control. London, U.K.: Peter Peregrinus Ltd, 1987. 304 p.
6. Charara A., De Miras J., Caron B. Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 1996. Vol. 4. No 5. Pp. 513-523.
7. Hurley W.G., Wolfle W.H. Electromagnetic design of a magnetic suspension system. *IEEE Transactions on Education*. May 1997. Vol. 40. No 2. Pp. 124-130.
8. Oliveira V.A., Costa E.F., Vargas J.B. Digital implementation of a magnetic suspension control system for laboratory experiments. *IEEE Transactions on Education*. Nov 1999. Vol. 42. No 4. Pp. 315-322.
9. El Hajjaji A., Ouladsine M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Aug. 2001. Vol. 48. No 4. Pp.831-838.
10. Popovych N.G., Gavriliuk V.A., Teriaiev V.I., Redko A.P., Avrimskii V.D. Mathematical model of the electromagnet of the electromagnetic suspension system. *Izvestiia vysshyyh uchebnyh pfvedenii. Elektrotehnika*. 1983. No 10. Pp. 116-117. (Rus)
11. Teriaiev V.I., Burlaka O.P. Mathematical model of an executive electromagnet for magnetic suspension systems. Electromechanical and energy systems, methods of modeling and optimization. *Zbirnyk naukovy prats XI Mizhnarodnoi nauково-tekhnichnoi konferentsii molodyh uchenykh i spetsialistiv*. 2013. Pp. 264-265. (Ukr)
12. Pryymak B.I. Theory of automatic control. Linear systems. Kyiv: Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, 2023. 310 p. (Ukr)
13. Tolochko O.I., Ryzhkov O.M. Synthesis and analysis of the modal control system of the crane mechanism of progressive movement taking into account the operation of the lifting mechanism. *Tekhnichna Elektrodynamika*. 2018. No 4. Pp. 131-134. DOI: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.131>. (Ukr)
14. Tolochko O.I. Analysis and synthesis of electromechanical systems with state monitors: autoref. thesis for obtaining sciences. doctor's degree technical sciences: spec. 05.09.03 Electrotechnical complexes and systems, Kharkiv, 2004. 31 p. (Ukr)
15. Ladanyuk A.P., Lutska N.M., Kishenko V.D., Vlasenko L.O., Ivashchuk V.V. Methods of modern control theory: a textbook. Kyiv: Lira-K Publishing House, 2018. 368 p. (Ukr)
16. Motakabber S. M. A., Alam A. Z., Kamal K. I. B. Modelling and Control of a Magnetic Levitation System. *Asian journal of electrical and electronic engineering*. 2024. Vol. 4. No 1. Pp. 9-16.
17. Teriaiev V.I. Stabilization of the electromagnetic suspension system using an accelerometer. *Electromechanical and energy-saving systems. Quarterly scientific and industrial magazine*. 2014. No 4/2014 (28). Pp. 71-78. (Ukr)
18. Teriaiev V.I. Position stabilization system and active vibration protection of an object in space based on an electromagnetic suspension. Patent UA No 120636, 2017. (Ukr)
19. Teriaiev V.I. Two-channel system of high-precision control of the position of the object in space and its active vibration protection based on an electromagnetic suspension. Patent UA No 121576, 2017. (Ukr)
20. Shiao Y.S. Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System. *Proc. Natl. Sci. Counc*. 2001. Iss. 11. No 2. Pp. 88-94.

Надійшла 02.11.2024
Остаточний варіант 09.01.2025