

¹Університет Валенсії, 46071, Валенсія, Іспанія;²Автономний університет Барселони, 08193, Барселона, Іспанія

ГРАТКОВА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ КРЕМНІЄВИХ НАНОПРОВОДІВ

Нами розраховано ґраткову теплопровідність кремнієвих нанопроводів з використанням рівняння переносу Больцмана для об'ємних фононів у наближенні часу релаксації. Ця модель включає ангармонічне розсіювання фононів з урахуванням як нормальних процесів, так і процесів перекидання, розсіювання фононів у результаті ізотопічного безладу і розсіювання на границях, що дало можливість уникнути невідповідностей теплопровідності за низьких температур. Цей мінімальний набір часів релаксації дозволяє нам перевірити можливість використання класичних підходів у дослідженні теплопровідності нанопроводів малого діаметра. На підставі порівняння з експериментальними даними для кремнієвих нанопроводів нами зроблено висновок про можливість використання класичної межі для нанопроводів з діаметром, більшим 30 нм. Немає необхідності враховувати такі явища, як згортка акустичних фононів або обмеження оптичних фононів.

Ключові слова: ґраткова теплопровідність, напівпровідникові нанопроволки, рівняння переносу Больцмана.

We have calculated the lattice thermal conductivity of silicon nanowires using the Boltzmann transport equation for bulk phonons within the relaxation time approximation. The model includes anharmonic phonon scattering, both Umklapp and normal processes, the scattering of phonons due to isotopic disorder and the scattering by the boundaries, needed to avoid the divergence of the thermal conductivity at low temperatures. This minimum set of relaxation times allows us to verify the validity of the classical approaches in the study of the thermal conductivity of small diameter nanowires. From the comparison with experimental data for silicon nanowires, we conclude that the classical limit is valid for nanowires larger than 30 nm in diameter. There is no need to include the folding of acoustic phonons or confinement of optical phonons.

Key words: lattice heat conduction, semiconductor nanowires, Boltzmann transport equation.

Вступ

Напівпровідники мають вищий коефіцієнт Зеебека (S), ніж метали, і їх теплопровідність (κ) безпосередньо не пов'язана з електропровідністю (σ) через число Лоренца $L = \kappa / \sigma T \sim 2.44 \cdot 10^{-8}$ Вт Ом/ К². Причина полягає в тому, що тепловий потік у напівпровідниках викликаний головним чином фононами, тобто тепловий потік переноситься фононами, а не електронами. Низька концентрація носіїв струму порівняно з металами робить їхній внесок у теплопровідність незначним, принаймні, в об'ємних матеріалах. Добре відомо, що характерною ознакою такої поведінки є типовий закон T^3 , що проявляється за низьких температур, на відміну від лінійної поведінки в металах.

Хоча для деяких застосувань важливо мати більшу електропровідність із метою розсіювання тепла (мікроелектронні підкладки, наприклад), більша теплопровідність напівпровідників – це один з недоліків у розробці ефективних термоелектричних пристроїв.

Причина полягає в тому, що ефективність термоелектричного пристрою обернено пропорційна теплопровідності. Якщо ми зуміємо значно знизити теплопровідність, що на практиці означає зниження її до рівня, відповідного до електронного внеску, ми різко поліпшимо ефективність термоелектричного пристрою. Двадцять років тому Хікс і Дресельхаус [1] показали, що граткова теплопровідність κ_L може бути знижена за рахунок проектування різних напівпровідників або об'єднання напівпровідникових сплавів з різною концентрацією у формі надграток. Квантові точки й, останнім часом нанопроводи є предметом інтенсивного дослідження в області термоелектрики [2].

Експериментально продемонстровано швидке зниження теплопровідності зі зменшенням діаметра нанопроводу [3]. З іншого боку, опубліковано кілька теоретичних підходів, що пояснюють зміну κ_L залежно від діаметра нанопроводу [4-6]. У цих роботах висловлено припущення про те, що фононне обмеження, ангармонічні процеси оптичних фононів за низької температури або розсіювання на поверхні розділу зі змінним параметром дзеркальності сприяють зниженню теплопровідності нанопроводів. На жаль, було використано кілька концепцій, часто з неясними фізичними аргументами: необхідність у класичній або квантовій поведінці, наявність нових механізмів розсіювання, таких як розпад оптичних фононів в акустичні фонони, навіть за дуже низьких температурах, інтерференційне розсіювання, у той час як істотні механізми розсіювання, такі як нормальні процеси розсіювання, ігнорувалися. Така панорама привела до змішання фізичних концепцій і нерозумінню реальних фізичних законів зниження граткової теплопровідності в нанопроводах.

У пропонованій роботі ми показуємо, що зміна κ_L в напівпровідникових нанопроводах має класичне пояснення у всьому діапазоні температур за відповідного розгляду різних процесів розсіювання, зокрема нормальних процесів розсіювання. Фононне обмеження, розсіювання на границях і інші екзотичні процеси не потрібні, якщо проблема зфокусована правильно. Розроблена модель прогнозує, із застосуванням параметрів, отриманих у результаті припасування об'ємного кремнію, теплопровідність кремнієвих нанопроводів з діаметром до 30 нм.

Граткова теплопровідність, виведена з рівняння переносу Больцмана

Для визначення власних значень рівняння переносу Больцмана зручно записати його у вигляді симетризованої збуреної функції розподілу фононів:

$$N_q^*(r,t) = \frac{1}{\sqrt{N_q^0(N_q^0 + 1)}} N_q(r,t) \quad (1)$$

де рівноважна функція розподілу

$$N_q^0 = \frac{1}{e^{h\omega_q/k_B T} - 1}. \quad (2)$$

У рівнянні (2) фононна вітка опущена для спрощення. Рівняння переносу Больцмана для фононів у симетричній формі [7] має вигляд

$$\frac{\partial N_q^*(r,t)}{\partial t} + v_q \cdot \Delta N_q^*(r,t) = - \sum_{q'} S_{qq'}^* \cdot N_q^*(r,t). \quad (3)$$

Матриця розсіювання, що фігурує в правій частині рівняння (3), симетрична відносно q і q' . Лівосторонній оператор, що містить похідну часу і конвективний член із груповою

швидкістю, називається дрейфовим оператором. Взагалі матриця розсіювання невідома, але ми можемо записати її як

$$S_{qq}^* = N_{qq}^* + R_{qq}^*, \quad (4)$$

розділяючи нормальні та резистивні процеси. Добре відомо [8], що нормальні процеси не дають безпосереднього внеску в теплопровідність, вони лише перерозподіляють енергію та імпульс між різними фононними модами і обумовлюють дрейфову функцію розподілу поблизу рівноваги:

$$N_{q_0}^0 = \frac{1}{e^{(h\omega q - \mu_{q_0})/k_B T} - 1}. \quad (5)$$

За низьких температур і нехтуючи ефектами на границях, ми одержимо часткову інформацію про N -матрицю, яка фігурує в рівнянні (4). Запишемо рівняння власного значення

$$\sum_q N_{qq}^* \phi_q^\alpha = \lambda_\alpha \phi_q^\alpha. \quad (6)$$

Не викликає затруднень перевірити, що матриця N -оператора є діагональною, і є, щонайменше чотири власні значення, рівні нулю. Ці власні значення відповідають рівноважній функції розподілу, заданій рівнянням (2) ($\alpha_0=0$) і дрейфовій функції розподілу, відповідній рівнянню (5) ($\alpha_1= \alpha_2= \alpha_3$). Таким чином, у межах низького збурювання (низькотемпературний градієнт і малий дрейф), матриця, що відповідає N -процесам, має просту форму [7]

$$N^* = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ \hline & & & \lambda_4 & & \\ & & & & \lambda_5 & \\ & & & & & \lambda_6 \\ & & & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{22}^* \end{pmatrix},$$

де власні значення можна записати у вигляді

$$\lambda_4 = \lambda_5 = \dots = \frac{1}{\tau_N} \quad (7)$$

часу релаксації у границі, де N -процеси є домінуючими. З іншого боку, рівноважна функція розподілу також є власним вектором R -оператора з нульовим власним значенням. Рівняння переносу Больцмана, нарешті, приймає вигляд

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{22}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{11}^* & R_{12}^* \\ 0 & R_{21}^* & R_{22}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D_{00}^* & D_{01}^* & 0 \\ D_{10}^* & D_{11}^* & D_{12}^* \\ 0 & D_{21}^* & D_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0, \quad (8)$$

що дає три рівняння:

$$\begin{aligned} D_{00}a_0 + D_{01}a_1 &= 0, \\ D_{10}a_0 + (R_{11} - D_{11})a_1 + (R_{12} - D_{12})a_2 &= 0, \\ D_{21}a_1 + (N_{22} - D_{22})a_2 &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де α_0 – скаляр, α_1 – вектор порядку 3, а α_2 – вектор нескінченної довжини. Розміри матриць можна вивести відповідно. Власні вектори α_j можна загалом записати як лінійну комбінацію власних векторів N -оператора. Але оскільки α_2 нам невідоме, ми можемо об'єднати два останні члени рівняння (9) і одержимо у результаті набір двох рівнянь [7], що містить α_0 і α_1 , який призводить до збереження енергії

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla j q = 0 \quad (10)$$

і до векторного рівняння

$$\frac{\partial j Q}{\partial t} + \frac{1}{3} v^2 C_v \nabla T = -(\tau^{-1})_{11} j Q, \quad (11)$$

що показує збереження імпульсу. Нами використано той факт, що $\Delta \varepsilon = C_v \Delta T$, де C_v – питома теплота, а v – середня групова швидкість. Член, що множить тепловий потік, можна назвати оператором релаксації фононного імпульсу і записати його у вигляді матриць 3×3 :

$$(\tau^{-1})_{11} = R_{11}^* - R_{12}^* (N_{22}^* + R_{22}^*)^{-1}. \quad (12)$$

У стаціонарному стані рівняння (11) можна інвертувати і визначити оператор теплопровідності, який також буде матрицею 3×3 . Беручи до уваги однакову спрямованість теплового потоку і температурного градієнта, легко одержати вираз

$$j Q = -\frac{1}{3} C_v v^2 (\tau) \nabla T, \quad (13)$$

де середнє

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int \omega^2 \frac{\partial f}{\partial \omega} D(\omega) d\omega}{\int \omega^2 \frac{\partial f}{\partial \omega} D(\omega) d\omega}. \quad (14)$$

Переходячи до границі, де домінують N -процеси, можна одержати наступне рівняння:

$$R_{11}^* = (1 / \tau_R). \quad (15)$$

З іншого боку, у границі, де N -процеси настільки малі, що ними можна знехтувати,

$$R_{11}^{*-1} = (\tau_R). \quad (16)$$

Ми можемо об'єднати рівняння резистивної і оберненої їй матриці й одержати недиагональні члени,

$$R_{11}^* = \sqrt{R_{11}^* [R_{11}^* - 1 / R_{11}^{*-1}]}. \quad (17)$$

Остаточний вираз для часу релаксації імпульсу має вигляд:

$$\tau_{11} = (\tau_R) \frac{\tau_N + (\tau_R^{-1})^{-1}}{\tau_N + (\tau_R)}, \quad (18)$$

а вираз для теплопровідності

$$\kappa = \frac{1}{3} C_v v^2 [(\tau_R)(1 - \Sigma) + (\tau_R^{-1})^{-1} \Sigma], \quad (19)$$

де ми визначили коефіцієнт перемикування,

$$\Sigma = \frac{(\tau_R)}{\tau_N + (\tau_R)}. \quad (20)$$

За низької температури, коли домінують N -процеси, коефіцієнт перемикування дорівнює 1 і домінує другий член рівняння для теплопровідності. Цей температурний режим називається режимом Зімана [9]. З іншого боку, коли нормальні процеси настільки малі, що ними можна знехтувати (за дуже високих температур), коефіцієнт перемикування дорівнює нулю і домінує перший член. Такий режим називається кінетичним. Таким чином, коефіцієнт перемикування вказує на домінуючий режим, і, залежно від його величини, провідність «перемикається» з одного режиму в інший.

Незважаючи на час релаксації ізотропної границі, зручно ввести геометричний фактор з урахуванням геометрії зразка. Гюер і Крумхансл [10] зробили це для циліндричної геометрії, але у формі складного виразу, що містить циліндричні функції Бесселя. У даній статті ми використовували геометричний фактор, виведений з нерівноважної необоротної термодинаміки для будь-якої геометрії, що зокрема підходить для нанопроводів [11]. Вираз для геометричного фактора дуже простий:

$$F\left(\frac{l}{L_{eff}}\right) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{L_{eff}^2}{l^2} \left(\sqrt{1 + 4\pi^2 \frac{l^2}{L_{eff}^2}} - 1 \right), \quad (21)$$

де довжина середнього вільного пробігу фононів

$$l = v\tau \quad (22)$$

залежить від температури внаслідок механізмів розсіювання (часу релаксації), а L_{eff} – ефективний розмір зразка. У випадку нанопроводів, $L_{eff} = d$, діаметра нанопроводу. Оскільки довжина середнього вільного пробігу фононів набагато більша, ніж діаметр нанопроводу, геометричний фактор по суті буде мати вигляд

$$F\left(\frac{l}{L_{eff}}\right) = \frac{L_{eff}}{\pi l}. \quad (23)$$

Увівши геометричний фактор у рівняння для граткової теплопровідності, одержимо остаточний вираз для розрахунків теплопровідності:

$$\kappa = \kappa_K (1 - \Sigma) + \kappa_Z F\left(\frac{l}{L_{eff}}\right) \Sigma. \quad (24)$$

Граткова динаміка і часи релаксації фононів

Граткова теплопровідність пропорційна середній груповій швидкості фононів. Тому акустичні поздовжні вітки вносять великий внесок у теплоперенос. Внесок оптичних фононів по суті невеликий, оскільки дисперсія дуже мала. Для достовірних розрахунків теплопровідності необхідна надійна модель граткової динаміки. У даній роботі ми використовували модель заряду зв'язку Вебера [12] і її вихідні дані. Перевага моделі заряду зв'язку полягає в тому, що вона використовує мінімальний набір параметрів і досить добре

відтворює навіть плоску область акустичних віток поблизу границі зони Бріллюєна і може бути поширена на інші технологічно цікаві сполуки [13].

У нелегованих напівпровідниках найважливішими механізмами розсіювання є фонон-фононні процеси або фононна ангармонічність. За високих температур домінують процеси перекидання. Не дуже давно Уорд і Бройдо [14] зробили розрахунки з перших принципів теплопровідності об'ємного кремнію в температурному діапазоні від 100 до 800 К. У цьому температурному діапазоні граничне розсіювання не важливе, тому й не враховувалося. Вони вивели функціональну форму для часу релаксації процесів перекидання, яка виправлена нами з урахуванням низькотемпературної поведінки (нижче 100 К):

$$\tau_U^{-1} = B_U \omega^4 T e^{-\Theta_U/T} [1 - e^{-3T/\Theta_D}]. \quad (25)$$

Додатковий член $e^{-\Theta_U/T}$ обмежує ефективність процесів перекидання за низької температури. Оскільки процеси перекидання не зберігають імпульсу, сума трьох (або чотирьох) векторів фононної хвилі повинна бути рівною вектору оберненої решітки, а це неможливо за низьких температур. Якщо ми будемо розглядати фононну енергію порядку kT і проведемо горизонтальну лінію в дисперсійних співвідношеннях, видно, що вектори фононної хвилі далекі від межі зони Бріллюєна. Щоб вибрати Θ_U і не використовувати його як параметр, що підганяється, ми розділили зону Бріллюєна на три частини і подивилися на точку перетинання акустичної поздовжньої вітки, що дає нам фононну енергію, яку можна перетворити в температуру за ділення на постійну Больцмана. Що стосується часу релаксації для нормальних процесів, вираз Уорда і Бройдо [14] не змінюється належним чином і при низьких температурах, де температура повинна змінюватися за законом T^3 . З урахуванням цієї поведінки ми включили додатковий член:

$$\tau_N^{-1} = \left(\frac{1}{B_N T} + \frac{1}{B'_N T^3} \right)^{-1} \omega^2 [1 - e^{-3T/\Theta_D}]. \quad (26)$$

Кремній або будь-який інший матеріал містить ізотопічний безлад у своїй природній формі [15]. Зокрема в Si тільки три стабільні ізотопи, ^{28}Si з поширеністю 92.2297(7)%, ^{29}Si з поширеністю 4.6832(5)% і ^{30}Si з поширеністю 3.0872(5)%. Ізотопічний безлад – дуже важливий механізм у нелегованих матеріалах. Теплопровідність ізотопічно чистого Si, наприклад, на порядок вища, ніж у природного Si [16]. Традиційний вираз для ізотопічного безладу або часу релаксації розсіювання на дефектах маси [17] –

$$\tau_i^{-1}(q) = A \omega^4(q) = \frac{V_0 g \omega^4(q)}{4\pi v^3(q)}, \quad (27)$$

де фактор g – флуктуація маси,

$$g = \sum_i f_i \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)^2, \quad (28)$$

f_i - масова частка, \bar{M} – середня маса, а M_i – маса індивідуальних ізотопів. Нарешті, щоб відповідати низькотемпературній області і обмежити теплопровідність кінцевими значеннями, необхідно ввести час релаксації з урахуванням границі (інакше будуть відхилення теплопровідності за низької температури) [9]:

$$\tau_B^{-1}(q) = \frac{v(q)}{L_{eff}}. \quad (29)$$

В останніх двох виразах параметри взяті з літератури. У нашій моделі три параметри, які відповідають фонон-фононним часам релаксації: B_u , B_N і B_N' .

Результати і обговорення

На рис. 1 показано зіставлення нашої моделі в рівнянні (24) до часів релаксації, наведених у рівняннях (25-27) і (29) для природного кремнію. Для розрахунків середнього часу релаксації використано правило Матіссена. Експериментальні дані взяті з роботи Інюшкіна та ін. [16], де зазначена ефективна довжина зразка 2.8 мм. Припасування природного кремнію дає нам такі параметри: $B_u = 1.8 \cdot 10^{-46} \text{ с}^3 \text{ К}^{-1}$, $B_N = 2.0 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1} \text{ К}^{-1}$, і $B_N' = 1.9 \cdot 10^{-23} \text{ с} \text{ К}^{-3}$. Точки на рис. 1 відповідають експериментальним даним [16], а суцільна лінія є теоретичним припасуванням до параметрів, наведених вище. На графік також нанесено обидва внески в теплопровідність: Зімана (зелена штрихова лінія) і кінетичний (темносиня пунктирна лінія). Внесок Зімана, що домінує, коли коефіцієнт перемикавання близький до 1, найважливіший за низької температури, у той час як кінетичний внесок ($\Sigma=0$) більш істотний за високих температур. Однак у діапазоні від 50 К до більш високих температур ми спостерігаємо необхідність обох внесків для одержання достатньої відповідності теплопровідності. Це означає, що N -процеси важливі і за високої температури. Фактично у роботі Уорда і Бройдо [17], де обидва часи релаксації зображені як функція частоти, вони мають той же порядок величини в діапазоні 10–15 ТГц (за 300 К). Є очевидним, що N -процесами не можна нехтувати навіть за кімнатної температури.

Внесок ізотопного безладу сконцентрований в основному в області 10–30 К, навколо піка теплопровідності. У випадку ізотопічно чистого Si [16] тільки ця область зазнає впливу від безладу.

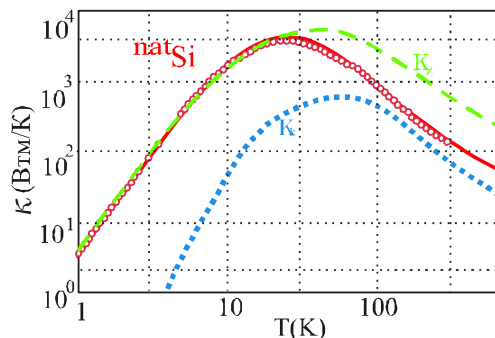


Рис. 1. Припасування природного Si до параметрів, наведених у тексті.
Світлі кружки - експериментальні дані Інюшкіна та ін. [16],
суцільна лінія - теоретичне припасування. Штрихова лінія (зелена) - внесок Зімана в теплопровідність, пунктирна лінія (темносиня) - кінетичний внесок.

На рис. 2 показано розрахункові значення теплопровідності із застосуванням рівняння (24) з параметрами, які відповідають об'ємному кремнію, для трьох різних нанопроводів Si: 115 (точки і суцільна жовта лінія), 56 (квадрати і штрихова червона лінія) і 37 нм (трикутники і пунктирна темно-синя лінія). Єдиний додатковий параметр, який не відповідає об'ємному кремнію, – це ефективна довжина зразка, тобто діаметр нанопроводу. За даної температури (даній довжині середнього вільного пробігу) теплопровідність зводиться в основному до геометричного фактора (у наближеному виразі F пропорційна діаметру нанопроводу). При

порівнянні нанопроводу 115 нм із нанопроводом 37 нм зниження теплопровідності при 50 К в удвічі більше, ніж за кімнатної температури. Причина полягає в тому, що при кімнатній температурі вплив кінетичного фактора більший, а геометричного фактора – менший. Кілька років тому було показано [18], що оптичне обмеження в нанопроводах має велике значення при діаметрі нанопроводу порядку 2 – 3 нм. У випадку згорнутих акустичних фононів досвід нам підказує, що за діаметра більшого 10 – 15 нм, кількість фононних віток настільки висока, що застосування моделі, що враховує згортку, або моделі, що враховує об'ємні фонони, буде мати аналогічний вплив на теплопровідність. Важливими моментами є механізми розсіювання і зокрема правильне трактування N -процесів без знехтування впливом геометрії.

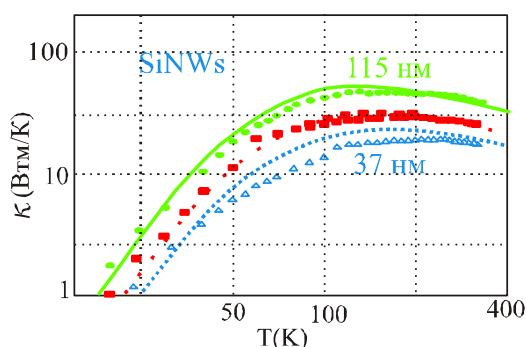


Рис. 2. Розрахунки теплопровідності нанопроводів трьох різних діаметрів з використанням параметрів моделі, отриманих у результаті припасування до природного Si.

Висновки

Запропоновано теоретичну модель, що дає можливість спрогнозувати теплопровідність напівпровідникових нанопроводів. Модель належним чином враховує фонон-фононне розсіювання. Для врахування розмірів нанопроводів включений геометричний фактор. Використано надійну модель граткової динаміки з об'ємними фононами. З урахуванням мінімального набору часів релаксації перевірено придатність моделі для випадку кремнієвих нанопроводів діаметром до 30 нм. Нижче 10-15 нанометрів можуть бути важливі ефекти фононної згортки.

Подяка: Автори висловлюють подяку Міністерству економіки і конкурентоспроможності Іспанії за фінансову підтримку в рамках грантів CSD2010-00044 і MAT2012-33483 програми «Consolider Ingenio 2010». Дякуємо Університету Валенсії за використання надпотужного комп'ютера TIRANT.

Література

1. L. D. Hicks and M. S. Dresselhaus. Thermoelectric figure of merit of a one – dimensional conductor // *Phys. Rev. B* **47**, 16631 (1993).
2. J. P. Heremans, Embedded Ag-rich nanodots PbTe: Enhancement of thermoelectric properties through energy filtering of the carriers // *Acta Phys. Pol. A* **108**, 609 (2005).
3. D. Li, Y. Wu, P. Kim, L. Shi, P. Yang, A. Majumdar Diameter dependence of SiGe nanowire thermal conductivity // *Appl. Phys. Lett.* **83**, 2934 (2003).

4. M. Kazan, G. Guisbiers, S. Pereira, M. R. Correia, P. Masri, A. Bruyant, S. Volz, P. Royer Thermal conductivity of silicon bulk and nanowires: Effects of isotopic composition phonon confinement and surface roughness // *J. Appl. Phys.* **107**, 083503 (2010).
5. P. Chantrenne, J. L. Barrat, X. Blase, J. D. Gale, *J. Appl. Phys.* **97**, 104318 (2005).
6. N. Neophytou, H. Kosina Large thermoelectric power factor in p-type Si (110)[110] ultra-thin-layers oriented channels // *Phys. Rev. B* **83**, 245305 (2011).
7. R. A. Guyer, J. A. Krumhansl. Heat pulse experiments revisited // *Phys. Rev.* **148**, 766 (1966).
8. I. G. Kuleev, I. I. Kuleev, *J. Exp. Theor. Phys.* **95**, 480 (2002). The relaxation of thermal and high-frequency transverse phonons in the semiconductor cubic crystals
9. J. M. Ziman, *Electrons and phonons* (Clarendon Press, Oxford), 1979.
10. R. A. Guyer, J. A. Krumhansl. Heat pulse experiments revisited // *Phys. Rev.* **148**, 778 (1966).
11. F. X. Alvarez, D. Jour, and A. Sellitto. Nanowires-recent advances // *J. Appl. Phys.* **105**, 014317 (2009).
12. W. Weber, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 371 (1974).
13. J. Camacho and A. Cantarero, *Phys. Stat. Sol. (b)* **215**, 181 (1999).
14. A. Ward, D. A. Broido, *Phys. Rev. B* **81**, 085205 (2010).
15. F. Widulle, T. Ruf, A. Gobel, I. Silier, E. Schonherr, M. Cardona, J. Camacho, A. Cantarero, W. Kriegseis, V. I. Ozhogin, *Physica B* **263**, 381 (1999).
16. A. V. Inyushkin, A. N. Taldenkov, A. M. Gibin, A. V. Gusev, and H. J. Pohl, *Phys. Stat. Sol. (c)* **1**, 2995 (2004).
17. P. G. Klemens, *Proc. Phys. Soc. London Sect. A* **68**, 1113 (1955).
18. F. Comas, A. Cantarero, C. Trallero-Giner, M. Moshinsky, *J. Phys. Cond. Matt.* **7**, 1789 (1995); F. Comas, C. Trallero-Giner, and A. Cantarero, *Phys. Rev. B* **47**, 7602 (1993).

Надійшла до редакції 30.05.2013