
КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОНИКНОГО ТЕРМОЕЛЕМЕНТА ОХОЛОДЖЕННЯ

У роботі викладено результати комп'ютерних досліджень 3D моделі проникного термоелемента охолодження потоків рідин та газу. Приведено фізичну модель та конструкцію проникного термоелемента, подано її математичний опис. Розроблено метод розрахунку термоелемента на основі пакета прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics. Розраховано залежності енергетичних характеристик термоелемента з матеріалів на основі Bi-Te-Se-Sb від швидкості прокачки теплоносія та напруги живлення. Визначено оптимальні значення швидкості теплоносія на вході в термоелемент, за яких будуть максимальними значення холодопродуктивності та холодильного коефіцієнта. Порівняння енергетичних характеристик охолодження рідини та повітря показало на кращі їх значення з охолодженням води на 30÷50%.

Ключові слова: проникний термоелемент, моделювання, термодинамічні характеристики, напівпровідники, холодопродуктивність, холодильний коефіцієнт.

The results of computer research on a 3D model of permeable thermoelement for cooling liquid and gas flows are presented. The physical model and design of permeable thermoelement is described, its mathematical description is given. A method for thermoelement calculation based on the Comsol Multiphysics package of applied computer programs has been created. The energy characteristics of thermoelement of Bi-Te-Se-Sb based materials have been calculated as a function of heat carrier pumping rate and supply voltage. The optimal values of hear carrier rate at thermoelement inlet whereby the values of cooling capacity and coefficient of performance will be maximum have been determined. Comparison of the energy characteristics of liquid and air cooling has shown their 30 to 50% better values on water cooling.

Key words: permeable thermoelement, simulation, thermodynamic characteristics, semiconductors, cooling capacity, coefficient of performance.

Вступ

Найширше застосування термоелектричних перетворювачів енергії базується на використанні термопарного елемента [1,2], ефективність перетворення енергії якого визначається параметром добротності використаних матеріалів Z . Тому пошук матеріалів з максимальним значенням параметра добротності стає основною задачею термоелектричного матеріалознавства. Однак, незважаючи на інтенсивні дослідження в цьому напрямку, суттєвого зростання добротності за останні 20-30 років не спостерігається [3, 4]. Максимальні значення безрозмірного параметра добротності термоелектричних матеріалів промислового використання залишаються на рівні $1\div 1.2$. Отже, для покращення ефективності необхідне застосування нових, нетрадиційних підходів, які полягають у використанні інших

нетрадиційних варіантів фізичних моделей термоелементів, що є основною складовою термоелектричного перетворювача енергії.

Одним із них є використання термоелементів із розвиненою внутрішньою поверхнею теплообміну – проникних термоелементів. У таких термоелементах теплообмін з джерелом та стоком тепла відбувається не тільки на спаях, а й в об'ємі вітки. Вже перші теоретичні [5] та експериментальні [6] дослідження для охолодження потоків газів засвідчили їх перспективність. Вони вказують на можливість покращення ефективності перетворення енергії в $1.3 \div 1.4$ раза.

Однак такі дослідження були проведені для одновимірної моделі, яка недостатньо точно описує спряжені процеси теплопереносу в системі тверде тіло-теплоносія. Тому необхідне створення та дослідження більш реальної 3D моделі проникного термоелемента, що є метою пропонованої роботи.

Фізична модель та її математичний опис

Фізичну модель проникного термоелемента, у якого теплообмін між джерелом та стоком тепла відбувається не тільки через комутаційні пластини, а й в об'ємі вітки, наведено на рис. 1. Вона включає вітки n – та p – типу провідності 1, що виготовлені з матеріалів на основі $Bi-Te-Se-Sb$, які разом з отворами в комутаційних пластинах 3 утворюють систему каналів для прокачки теплоносія – води.

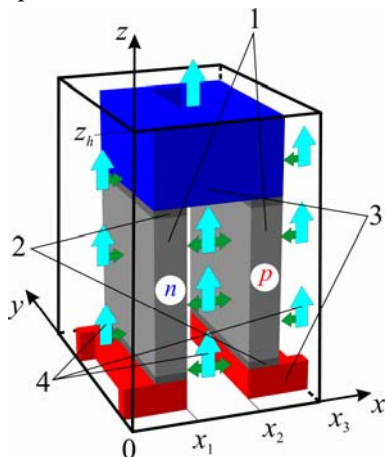


Рис. 1. Фізична модель проникного термоелемента: 1 – вітки n - та p -типу провідності; 2 – перехідний шар, що має властивості припою; 3 – комутаційні пластини; 4 – теплоносія

Модель враховує наявність перехідного шару 2, обумовленого з'єднанням комутаційних пластин з вітками термоелемента, що має властивості припою. Матеріал віток є однорідним і ізотропним з відомими температурними залежностями: електропровідності $\sigma(T)$, коефіцієнта термоЕРС $\alpha(T)$, теплопровідності $\kappa(T)$. В термоелектричному середовищі враховані об'ємні ефекти Томсона, Джоуля-Ленца та приконтатного ефекту Пельтьє. Температура теплоносія на вході в термоелемент приймалась рівній температурі гарячих спаїв.

Теплообмін на бічній поверхні віток 1 комутаційних пластин 3 та перехідного шару 2, які знаходяться в тепловому контакті з теплоносієм 4, описується законом Ньютона-Ріхмана:

$$q_0 = \alpha_T(t - T), \quad (1)$$

де α_T – коефіцієнт теплообміну, T – температура термоелемента, t – температура теплоносія.

Система рівнянь, що описує розподіл температури і потенціалу в термоелектричному середовищі, описується фундаментальними законами збереження енергії та носіїв струму [7]:

$$\vec{\nabla} \vec{W} = 0, \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \vec{i} = 0, \quad (3)$$

де $\vec{W} = \vec{q} + U\vec{i}$ – густина потоку енергії.

Використаємо узагальнені закони Фур'є та Ома для термоелектричного середовища

$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T + \alpha \vec{i} T, \quad (4)$$

$$\vec{i} = -\sigma (\vec{\nabla} U + \alpha \vec{\nabla} T), \quad (5)$$

де U – потенціал, κ – коефіцієнт теплопровідності, α – коефіцієнт термоЕРС, σ – електропровідність.

Можна отримати систему диференціальних рівнянь для знаходження розподілів температур та потенціалів:

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \kappa \vec{\nabla} T + \frac{i^2}{\sigma} - T \vec{i} \vec{\nabla} \alpha &= 0; \\ \vec{\nabla} (-\sigma (\vec{\nabla} U + \alpha \vec{\nabla} T)) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для опису руху теплоносія в каналі використовується система рівнянь Нев'є-Стокса та рівняння неперервності, а для розподілу температури в теплоносії – рівняння теплопровідності.

Рівняння Нев'є-Стокса та рівняння неперервності можна записати у вигляді [8]

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{d\vec{\mathfrak{G}}}{dt} &= \rho \vec{F} - \vec{\nabla} P + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{\mathfrak{G}} + \frac{1}{3} \mu \vec{\nabla} (\text{div} \vec{\mathfrak{G}}), \\ \text{div} \rho \vec{\mathfrak{G}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Ліва частина першого рівняння (7) являє собою силу інерції. Перший доданок у правій частині даного рівняння – масову силу, другий – дію поверхневих сил тиску (нормальних напружень), а останні два доданки – дію дотичних складових поверхневих сил (сил внутрішнього тертя).

Теплообмін в рідині описується рівнянням теплопровідності [9]

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{\mathfrak{G}} \vec{\nabla}) T \right) = -(\vec{\nabla} \vec{q}) + \sum_{i,j} \tau_{ij} S_{ij} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{\mathfrak{G}} \vec{\nabla}) \rho \right) + Q \quad (8)$$

де ρ – густина, C_p – теплоємність, T – температура, $\vec{\mathfrak{G}}$ – вектор швидкості рідини, q – густина потоку тепла, P – тиск, τ_{ij} – тензор в'язкого напруження, де η – в'язкість, I – одиничний тензор, \vec{S}_{ij} – тензор швидкості деформації, Q – внутрішні джерела тепла.

Найбільше практичне значення представляє задача розрахунку енергетичних характеристик термоелемента в стаціонарному режимі роботи. В цьому випадку, похідні по часу в (7) і (8) зануляються. В наближенні малого впливу масових сил, незначного нагріву рідини за рахунок внутрішнього тертя, стискання, а також нагрівом рідини за рахунок внутрішніх джерел тепла нехтуємо у зв'язку їх малим внеском, в порівнянні з термоелектричними тепловими ефектами. В такому наближенні система рівнянь Нев'є-Стокса, неперервності і теплопровідності прийме вид :

$$\left. \begin{aligned} -\vec{\nabla} P + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{\mathfrak{G}} + \frac{1}{3} \mu \vec{\nabla} (\text{div} \vec{\mathfrak{G}}) &= 0, \\ \text{div} \rho \vec{\mathfrak{G}} &= 0, \\ \rho C_p (\vec{\mathfrak{G}} \vec{\nabla}) T + \vec{\nabla} q &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Граничні умови для даної задачі (рис.1), мають вид:

– для термоелектричного середовища:

$$T|_{z=0} = 300\text{K}, \quad U|_{z=0} = 0, \quad U|_{x=x_3} = U_0, \quad q|_{S_b} = \alpha_T (t - T), \quad U|_{S_b} = 0; \quad (10)$$

– для теплоносія:

$$\vartheta|_{z=0} = \vartheta_0, P|_{z=z_n} = 0, \vartheta|_{S_b} = 0, t|_{z=0} = 300\text{K}, q|_{S_b} = \alpha_T(T - t); \quad (11)$$

де ϑ_0 – початкова швидкість теплоносія, U_0 – фіксоване значення потенціалу, S_b – бічна поверхня термоелемента.

Реалізація поставленої задачі в пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics

Для проведення розрахунку було обрано пакет прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics. [10] Загальний вигляд запису рівняння в часткових похідних в коефіцієнтній формі наступний:

$$e_a \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla}(-c\vec{\nabla}\vec{u} - \alpha\vec{u} + \gamma) + \beta\vec{\nabla}u + a\vec{u} = f \quad (12)$$

Це рівняння використано для термоелектричного середовища і приведено до вигляду $\vec{\nabla}(-c\vec{\nabla}\vec{u}) = 0$. Для цього e_a , d_a , α , γ , β , a зануляються, а величину c записують у вигляді матриці:

$$c = \begin{pmatrix} \kappa + \alpha^2 \sigma T + \sigma U & \alpha T \sigma + \sigma U \\ \alpha \sigma & \sigma \end{pmatrix} \quad (13)$$

Причому вектор \vec{u} має також вигляд матриці:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} T \\ U \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Для опису руху та теплообміну рідини використовується модуль Comsol Multiphysics – Non-Isothermal Flow [11]. Модуль включає систему рівнянь Нев'є-Стокса, рівняння неперервності та рівняння теплопередачі рідини в стаціонарному режимі.

Значення електричного струму розраховувалось через інтеграл по площі поперечного перерізу S_V :

$$I = \iint_{S_V} I_n dS_V, \quad (17)$$

де $I_n = n_x I_x + n_y I_y + n_z I_z$ – вектор густини електричного струму. Значення I_x , I_y , I_z визначались співвідношеннями:

$$I_x = -\sigma \frac{\partial U}{\partial x} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (16)$$

$$I_y = -\sigma \frac{\partial U}{\partial y} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (17)$$

$$I_z = -\sigma \frac{\partial U}{\partial z} - \sigma \alpha \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (18)$$

Витрата теплоносія визначалась інтегруванням швидкості v по площі перерізу каналу на виході рідини S_{V1} :

$$G = \iint_{S_{V1}} \vartheta dS_{V1}. \quad (19)$$

Електрична потужність термоелемента $W = I \cdot U$, холодопродуктивність визначалась через витрату теплоносія $Q_c = G C_p \Delta t$, холодильний коефіцієнт $\varepsilon = Q_c / W$.

Результати комп'ютерних досліджень енергетичних характеристик рідинного та повітряного проникного термоелемента в матеріалах на основі *Bi-Te-Se-Sb*

Розрахунок проводився для матеріалів на основі *Bi-Te-Se-Sb*. Функціональні залежності параметрів матеріалу – коефіцієнта термоЕРС α , теплопровідності k та електропровідності σ від температури отримано методом найменших квадратів з їх експериментальних даних.

Моделювання проникного термоелемента здійснювалось для наступної базової конструкції (рис. 2): висота $h=10$ мм, довжина $b=10$ мм, ширина $a=2$ мм. Розміри нижньої комутації – висота $j=2$ мм, довжина $b=10$ мм, ширина $k=4$ мм; верхньої – висота $d=5$ мм, довжина $c=10$ мм, ширина $f=8$ мм.

Матеріал комутації – мідь. Комутаційні пластини мають прорізи для прокачки теплоносія, розміри яких – довжина $n=8$ мм, ширина $m=2$ мм, що розташовані по центру пластини. Ці прорізи в комутації разом з вітками утворюють систему каналів для прокачки теплоносія. Конструкція враховує наявність перехідного шару припою товщиною $l=0.5$ мм.

Швидкість теплоносія на вході в термоелемент приймалась рівною 0.1 мм/с, 0.5 мм/с, 1 мм/с, 2 мм/с, 3 мм/с, 4 мм/с та 5 мм/с.

З кожним значенням швидкості напруга становила 0.02 В, 0.04 В, 0.06 В, 0.08 В, 0.10 В, 0.12 В, 0.14 В, 0.16 В та 0.18 В. Коефіцієнт теплообміну між водою і термоелементом – (α_T), в законі Ньютона-Ріхмана приймався рівним 1000 Вт/(м²·К).

Для вказаних параметрів визначались характеристики термоелемента – значення електричного струму I , А; витрати G , м³/с; температури рідини на виході t , °С; температури холодних спаїв термоелемента T , °С, перепад температури рідини Δt , °С та термоелемента ΔT , °С; потужності W , Вт; холодопродуктивності Q_c , Вт; холодильного коефіцієнта ε .

За результатами комп'ютерного розрахунку отримано енергетичні характеристики: холодопродуктивність, холодильний коефіцієнт (рис. 3а) й перепад температури на воді та термоелементі (рис. 3б) в залежності від напруги на термоелементі та різної швидкості води.

Видно, що максимальне значення холодопродуктивності припадає на швидкість $v=1$ мм/с і становить $Q_c=0.68$ Вт за напруги $u=0.07$ В, а перетворення енергії за максимальної холодопродуктивності відбувається з термодинамічною ефективністю $\varepsilon=0.91$. Перепад температури на термоелементі становить $\Delta T=6.3$ °С за напруги $u=0.12$ В, а перепад температури на рідині $\Delta t=2.25$ °С.

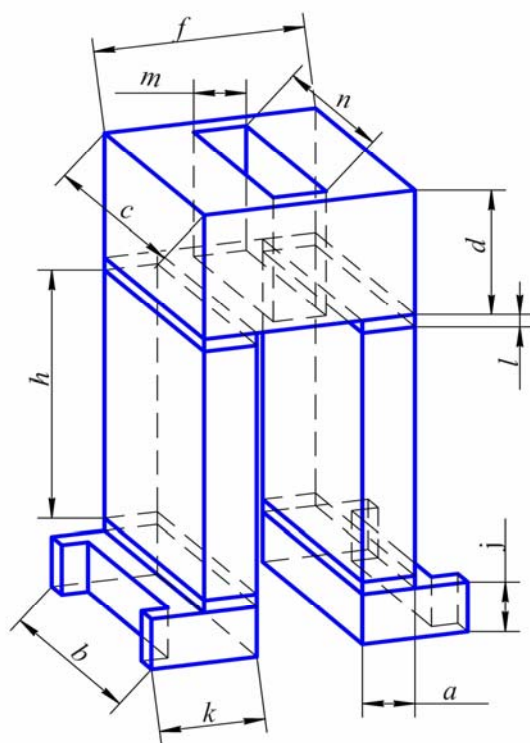


Рис. 2. Конструкція проникного термоелемента.

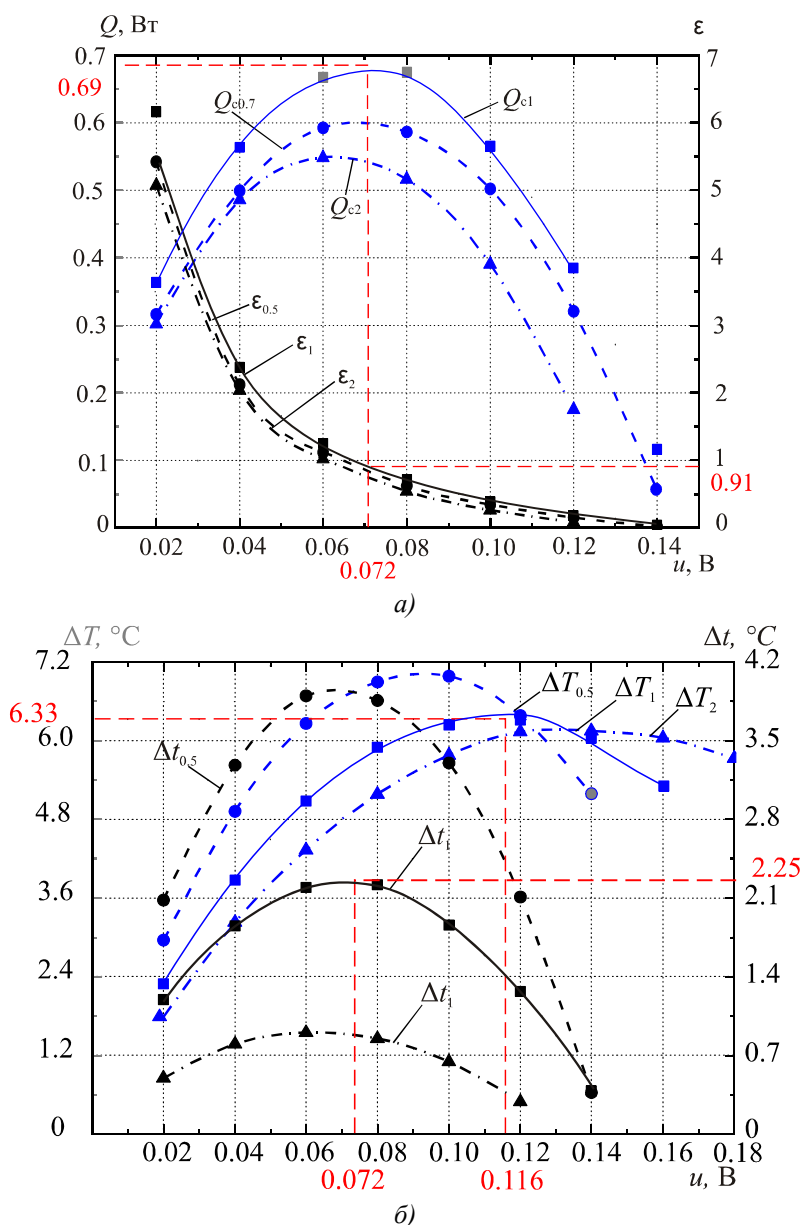


Рис. 3. Залежність холодопродуктивності, холодильного коефіцієнта (а) та перепаду температури рідини і термоелемента (б) від напруги для різної швидкості: $Q_{c0.5}$, Q_{c1} , Q_{c2} – холодопродуктивність за швидкості рідини 0.5 мм/с, 1 мм/с, 2 мм/с відповідно; $\epsilon_{0.5}$, ϵ_1 , ϵ_2 – холодильний коефіцієнт за швидкості рідини 0.5 мм/с, 1 мм/с, 2 мм/с відповідно; $\Delta T_{0.5}$, ΔT_1 , ΔT_2 – перепад температури термоелемента, $\Delta t_{0.5}$, Δt_1 , Δt_2 – перепад температури рідини за швидкості 0.5 мм/с, 1 мм/с, 2 мм/с.

Для уточнення величини оптимальної швидкості побудовано залежність максимальної холодопродуктивності за оптимальної напруги від швидкості (рис. 4). На цьому ж рисунку наведено залежність перепаду температури на рідині яка отримується в цих умовах.

Видно, що максимальне значення холодопродуктивності досягається за швидкості $v=1.27$ мм/с. Перепад температури на рідині, зростає із зменшенням швидкості, чим забезпечується більша глибина охолодження води. Для більшої глибини охолодження необхідна менша швидкість подачі води, однак холодопродуктивність при цьому зменшується.

Отже, існують раціональні області значень швидкості подачі води, що визначаються режимом роботи термоелемента.

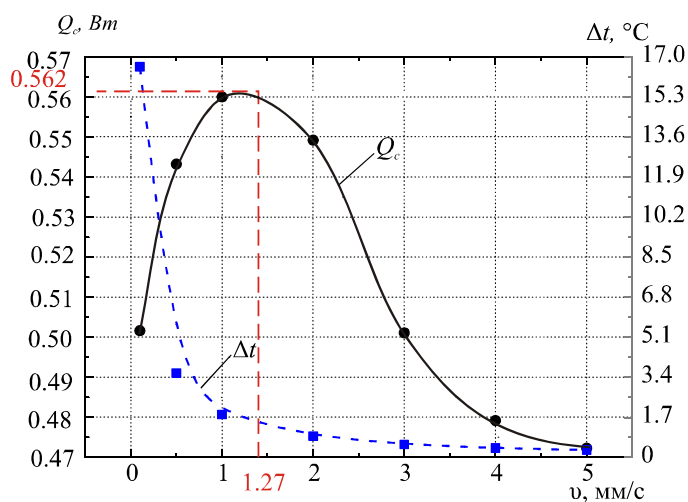
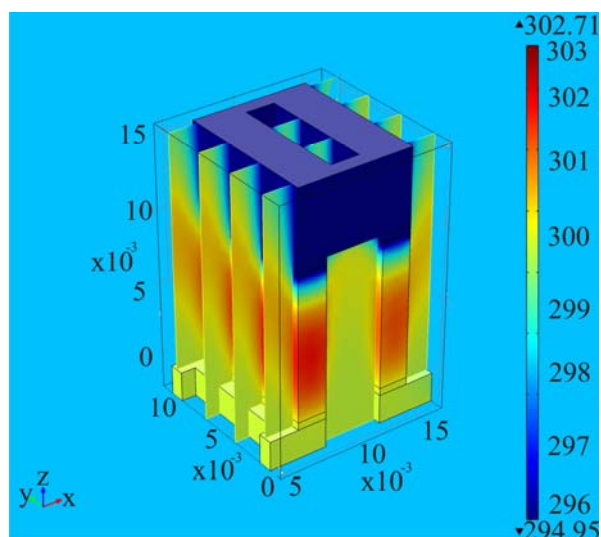
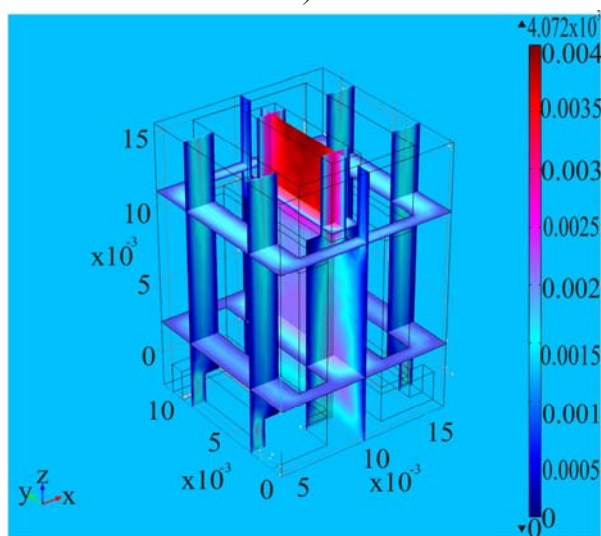


Рис. 4. Залежність максимальної холодопродуктивності та перепаду температур рідини від швидкості.



а)



б)

Рис. 5. Розподіли температур в термоелементі та рідині (а) й розподіл поля швидкостей в рідині (б).

Розподіл поля температур у термоелементі та рідині за напруги на термоелементі $u=0.06$ В та оптимальній швидкості води на вході в канал $v=1.27$ мм/с наведено на рис. 5а. Розподіл поля швидкостей за цих умов показано на рис 5б.

На рис. 5а видно, що середня частина віток перегрівається за рахунок тепловиділень Джоуля-Ленца та надходження тепла від рідини. Однак в області комутації вплив тепла Пельтье є більшим, що забезпечує охолодження води. З рис. 5б видно, що максимум швидкості досягається там, де переріз каналу найменший.

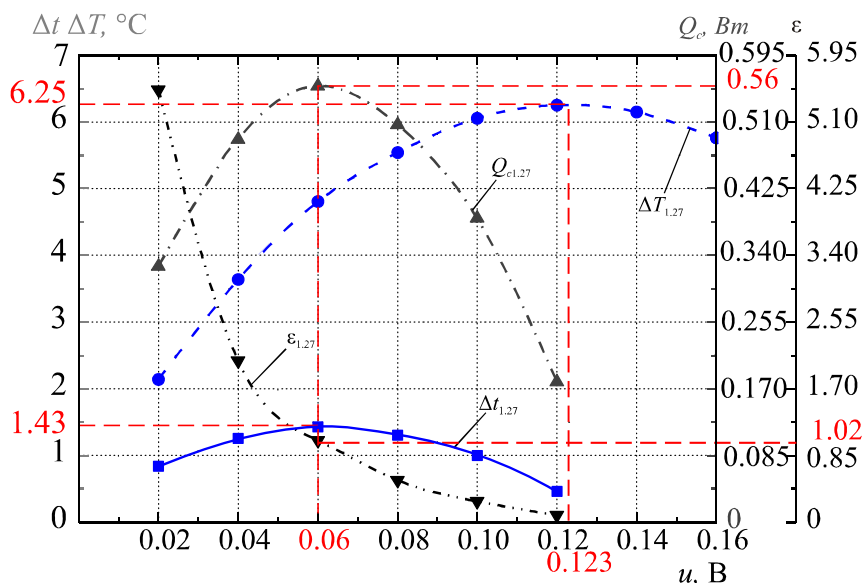


Рис. 6. Залежність максимальної холодопродуктивності Q_c , холодильного коефіцієнта ε , перепаду температури рідини Δt , термоелемента ΔT від напруги для оптимальної швидкості.

На рис. 6 наведено залежності енергетичних характеристик рідинного проникного термоелемента за оптимальної швидкості рідини на вході в канал від напруги на термоелементі. З рисунка видно, що максимальне значення холодопродуктивності $Q_c=0.56$ Вт досягається за напруги $u=0.06$ В, а перетворення енергії в режимі максимальної холодопродуктивності відбувається з термодинамічною ефективністю $\varepsilon=1.023$.

Максимальне значення перепаду температури термоелемента дорівнює $\Delta T=6.25$ °С за напруги $u=0.12$ В, а рідини – $\Delta t=1.43$ °С за напруги $u=0.06$ В.

Була розроблена аналогічна комп'ютерна модель для повітряного термоелемента в режимі охолодження. Особливістю даної моделі проникного повітряного термоелемента є те, що властивості теплоносія замінюються на теплофізичні властивості газу – повітря. Коефіцієнт теплообміну на границі середовищ вода-повітря в законі Ньютона-Ріхмана знаходиться на рівні 100 Вт/(м²·К). Швидкість повітря на вході в канал приймалась рівною $v=0.4$ м/с. Як показують експериментальні дослідження, що наведені в роботі [6], дана швидкість є оптимальною для вказаної геометрії віток термоелемента.

Розподіл поля температур в термоелементі та повітрі за швидкості повітря на вході в канал $v=0.4$ м/с та напруги на термоелементі $u=0.08$ В наведено на рис. 7 а, розподіл поля швидкостей в повітрі за цих умов наведено на рис.7 б.

З рис. 7а видно, що перегрів вітки за рахунок впливу ефекту Джоуля-Ленца та теплового потоку з повітря значно менший, ніж у рідинного проникного термоелемента. Отже, можна зробити висновок про вплив теплофізичних властивостей теплоносія – рідини або газу на полі

температур. Наявність тепла Пельтьє, що поглинається в приконтактній області, переважає нагрів та забезпечує охолодження. З рис. 7б видно, що максимального значення швидкість досягає там, де переріз каналу найменший, що аналогічно розподілу поля швидкості для води.

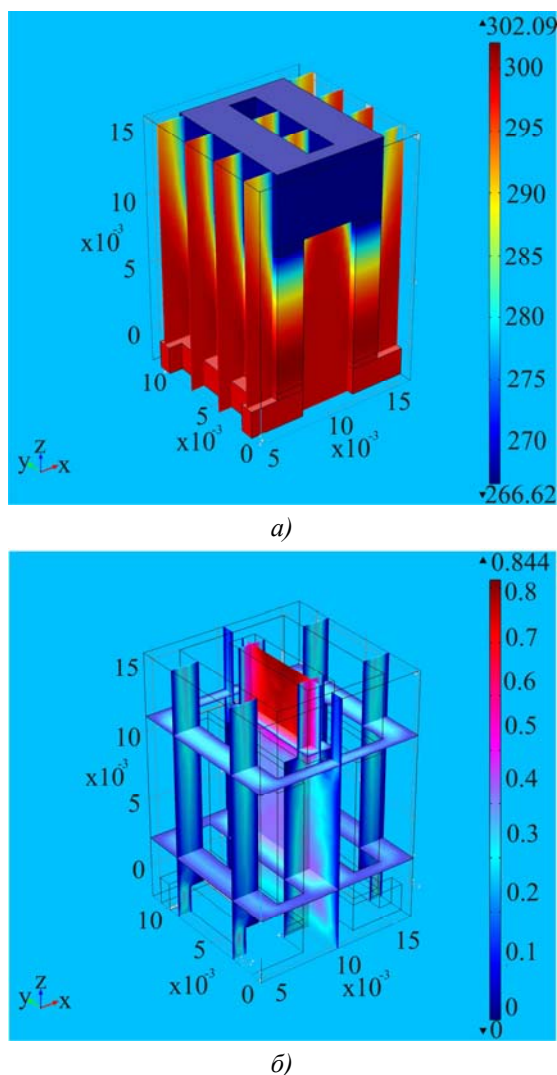


Рис. 7. Розподіл поля температур в термоелементі і повітрі (а) та розподіл поля швидкостей в повітрі (б).

На рис 8. наведено залежності енергетичних параметрів повітряного термоелемента для швидкості повітря на вході в канал $v=0.4$ м/с від напруги.

З рис. 8 видно, що максимальне значення холодопродуктивності повітряного проникного термоелемента $Q_c=0.42$ Вт досягається за напруги $u=0.086$ В, а перетворення енергії за максимальної холодопродуктивності відбувається з ефективністю $\varepsilon=0.41$. Максимальне значення перепаду температури повітряного проникного термоелемента дорівнює $\Delta T=35.7$ °С за напруги $u=0.11$ В, а рідини – $\Delta t=11.44$ °С за напруги $u=0.086$ В.

На основі отриманих результатів розрахунку проникного термоелемента охолодження потоків рідин та газів у тримірному випадку за оптимальних умов побудовано порівняльні залежності холодопродуктивності та холодильного коефіцієнта, що наведені на рис. 9.

З наведених залежностей видно, що максимальне значення холодопродуктивності рідинного проникного термоелемента $Q_{cB}=0.56$ Вт досягається за меншого значення напруги на

термоелементі $u=0.06$ В, ніж повітряного – $Q_{c\Pi}=0.42$ Вт за напруги $u=0.086$ В. Причому холодопродуктивність рідинного термоелемента переважає повітряний в 1.3 раза.

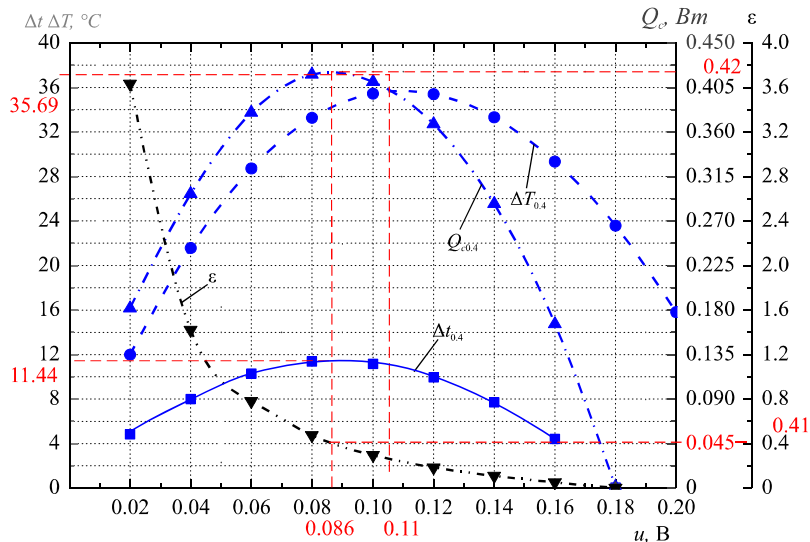


Рис. 8. Залежність максимальної холодопродуктивності Q_c , холодильного коефіцієнта ε , перепаду температури повітря Δt , термоелемента ΔT для оптимальної швидкості від напруги.

З наведених залежностей видно, що максимальне значення холодопродуктивності рідинного проникного термоелемента $Q_{cB}=0.56$ Вт досягається за меншого значення напруги на термоелементі $u=0.06$ В, ніж повітряного – $Q_{c\Pi}=0.42$ Вт за напруги $u=0.086$ В. Причому холодопродуктивність рідинного термоелемента переважає повітряний в 1.3 раза.

Хлодильний коефіцієнт рідинного термоелемента за напруги на $u=0.02$ В переважає повітряний в 1.5 раза, а за напруги $u=0.06$ В – в 1.3 раза.

Отже, є такі раціональні області значень напруг, де енергетичні можливості проникного термоелемента для охолодження води переважають енергетичні характеристики для охолодження повітря. Тому необхідне проведення багатопараметричної оптимізації конструкційних та теплофізичних параметрів проникного термоелемента, що дасть можливість оптимізувати термодинамічні характеристики.

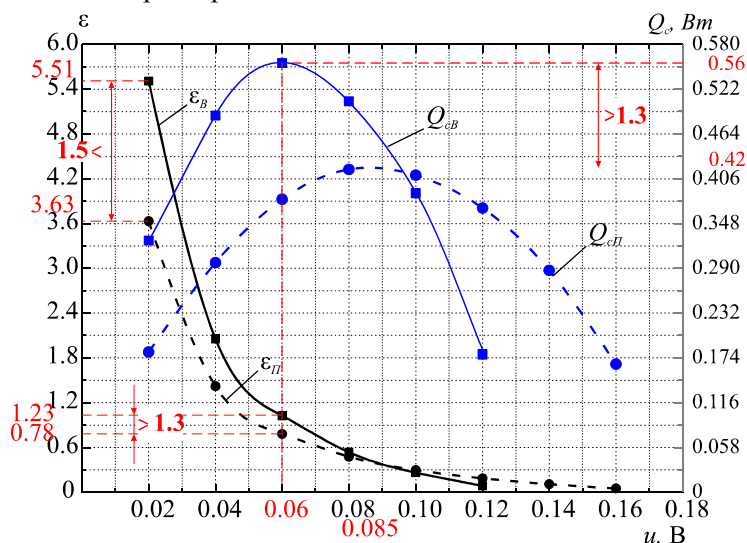


Рис. 9. Порівняльна залежність холодопродуктивності Q_c , холодильного коефіцієнта ε для рідини (індекс В) та повітря (індекс Π) від напруги на термоелементі за оптимальних умов.

Висновки

1. Розроблено 3D модель проникного термоелемента для охолодження потоків рідин та газів у пакеті прикладних комп'ютерних програм Comsol Multiphysics.
2. Визначено розподіли температур в матеріалі віток термоелемента та теплоносіїв, потенціалів у термоелементі, швидкостей рідини та енергетичні характеристики проникного термоелемента з матеріалів на основі *Bi-Te-Se-Sb*.
3. Досліджено вплив швидкості прокачки теплоносія та напруги живлення термоелемента на перепад температур й характеристики перетворення енергії. Визначено оптимальні значення швидкості подачі води на вході в канали та різницю потенціалів на термоелементі, за яких реалізується максимальна холодопродуктивність під час охолодження рідини та повітря.
4. Порівняння результатів досліджень показало наявність такого діапазону напруг на термоелементі, за яких рідинний проникний термоелемент переважає повітряний в 1.3÷1.5 рази.

Література

1. Анатычук Л. И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства /Л.И. Анатычук // Справочник – К.: Наук. думка, 1979. – 768 с.
2. Анатычук Л.И. Термоэлектричество, Т.1. Физика термоэлектричества. / Л.И. Анатычук // Черновцы. – 2008. – 388 с.
3. Snyder G.J., Toberer E.S. Complex thermoelectric materials // Nature materials. – 2008. – Vol. 7. – P. 105 – 114.
4. Анатычук Л.И. Современное состояние и некоторые перспективы термоэлектричества / Л.И. Анатычук // Термоэлектричество. – 2007. – №2. – С. 7 – 20.
5. Anatyshuk L. I., Vikhor L. N., Cherkez R. G. Optimal control of semiconductor material inhomogeneity for permeable cooling thermocouples // Thermoelectricity. – 2000. – №3. – P. 45 – 55.
6. Дослідження енергетичних характеристик проникного площинного термоелемента / Л.И. Анатычук, Р.Г. Черкез, [и др.] // Термоэлектрика. – 2012. – № 2. – С. 88 – 92.
7. Анатычук Л. И. Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов и приборов. / Л.И. Анатычук, В.А. Семенюк // – Черновцы: Прут, 1992. – 264 с.
8. Каденко І.М. Основи тепло гідравліки ядерних енергетичних установок. / І.М. Каденко, О.М Харитонов, Р.В. Єрмоленко // – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010. – 320 с.
9. Охрименко Д.И. Применение пакета COMSOL Multiphysics 3.4 для решения задач гидродинамики и теплообмена в химической технологии: Курс. раб. / Д.И. Охрименко // – Д., 2009. – 64 с.
10. Бирюлин Г.В. Теплофизические расчеты в конечно-элементном пакете COMSOL / Г.В. Бирюлин // FEMLAB: Методическое пособие. – С.– П.: СПб ГУ ИТМО, 2006. – 78 с.
11. <http://www.comsol.com>.

Надійшла до редакції 09.10.2013