
**ПРОЕКТУВАННЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОНИКНИХ СТРУКТУР
НА ОСНОВІ СИЛІЦИДІВ *Mg* І *Mn***

*Показано результати комп'ютерного проектування проникних термоелементів на основі силіцидів *Mg* і *Mn*. Визначено оптимальні концентрації легуючих домішок для таких матеріалів і оптимальні теплофізичні параметри, за яких реалізується максимальна термодинамічна ефективність проникних термоелементів. Розраховано енергетичні характеристики одно- і двосегментних проникних термоелементів в оптимальних умовах роботи для різних значень температур теплоносія. Показано, що ККД проникного термоелемента залежить від геометрії віток (висоти, діаметра і числа каналів) і досягає максимального значення 4% і 7% для одно- і двосегментного варіантів відповідно.*

Ключові слова: комп'ютерне проектування, проникні структури, рекуператори тепла, ефективність.

*Results of computer design of permeable thermoelements based on *Mg* and *Mn* silicides are presented. Optimal concentrations of doping impurities for such materials and optimal thermophysical parameters whereby maximum thermodynamic efficiency of permeable thermoelements is accomplished are determined. The energy characteristics of single- and double-segment permeable thermoelements are calculated under optimal operating conditions for different values of heat carrier temperatures. It is shown that the efficiency of a permeable thermoelement depends on the geometry of legs (the height, the diameter and number of channels) and reaches maximum value of 4% and 7% for single- and double-segment variants, respectively.*

Key words: computer design, permeable structures, heat recuperators, efficiency.

Вступ

В останнє десятиліття у зв'язку з підвищенням попиту на енергоносії, все більшу увагу привертає рекуперація відходів промислового тепла, двигунів внутрішнього згорання за допомогою термоелектрики. Рівень температур таких джерел тепла досягає 700-800 К. Однак стримуючим фактором для широкого впровадження термоелектричних рекуператорів є недостатньо висока ефективність існуючих термоелектричних матеріалів. Крім того переважна більшість термоелектричних матеріалів, які використовуються в наш час для створення термоелектричних перетворювачів, містить дефіцитні і токсичні компоненти. З огляду на це розробка і дослідження високоефективних, дешевих, екологічно безпечних термоелектричних матеріалів та перетворювачів енергії на їх основі є актуальним завданням.

Одним із перспективних способів підвищення ефективності термоелектричних перетворювачів і розширення можливості їх впровадження на практиці є використання матеріалів на основі силіцидів *Mg* і *Mn*, які відповідають низці вимог: дешевизні вихідних компонентів, високій механічній міцності і, особливо, екологічній безпеці.

Аналіз відомих досліджень показує, що ККД термоелектричних модулів із однорідних матеріалів на основі легованих твердих розчинів n -Mg-Si і p -Mn-Si за температури гарячої сторони 773 К і холодної – 320 К знаходиться на рівні $\sim 4\%$ [1]. Використанням двосекційних структур на основі силіцидів Mg і Mn досягається підвищення ефективності модулів у 1.3-1.5 раза. В роботі [1] показано, що кращі значення ККД слід очікувати для матеріалів $Mg_2(Si_{0.3}Sn_{0.7})_{1-x}Sb_x$ n -типу провідності і $Mn(Al_xSi_{1-x})_{1.8}$ p -типу провідності.

Поряд з цим останнім часом суттєво підвищився інтерес до вивчення термоелементів, підведення та відведення тепла в яких здійснюється не лише через поверхні спаїв, але й за рахунок використання розвиненої поверхні теплообміну в об'ємі матеріалу віток термоелемента [2]. У таких випадках термоелементи створюються проникними для потоків газів або рідин, що дає можливість підвищити ефективність термоелектричного перетворення енергії на 30% вже для існуючих низькотемпературних генераторних матеріалів на основі Bi_2Te_3 [3]. Досліджень таких проникних термоелементів з перспективних матеріалів на основі силіцидів Mg і Mn не було проведено.

Мета нашої роботи – розрахунок і дослідження ефективності проникних генераторних термоелементів з оптимальних матеріалів на основі силіцидів Mg і Mn.

Фізична модель та її математичний опис

Фізичну модель проникного термоелемента в режимі генерації електричної енергії представлено на рис. 1. Термоелемент складається з віток n - та p -типів провідності, фізичні властивості яких залежать від температури. Підведення тепла здійснюється шляхом пропускання теплоносія вздовж вітки через канали (пори). Кожна вітка складається з N_n і N_p – сегментів відповідно, контактний опір з'єднання r_0 . Бічні поверхні віток адіабатно ізолювані, температура теплоносія на вході в термоелемент T_m задана. Температура холодних спаїв T_c термостатована.

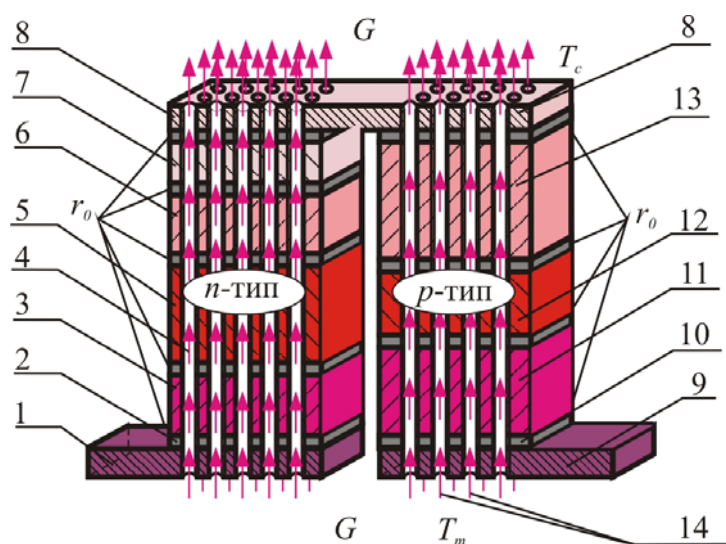


Рис. 1. Фізична модель проникного сегментного термоелемента.

- 1, 8, 9 – комутаційні пластини; 2, 10 – комутаційні шари;
- 3, 5, 6, 7 – сегменти (секції) вітки n -типу провідності; 4 – потік теплоносія;
- 11, 12, 13 – сегменти (секції) вітки p -типу провідності;
- 14 – високотеплопровідний діелектрик.

Система диференціальних рівнянь, яка описує розподіл температур і теплових потоків у стаціонарному одновимірному випадку, в нескінченно малій частині dx кожного k -го сегменту віток n - і p -типів провідності, в безрозмірних координатах має вигляд [3]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha_k j}{\kappa_k} T - \frac{j}{\kappa_k} q, \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha_k^2 j}{\kappa_k} T + \frac{\alpha_k j}{\kappa_k} q + j\rho_k + \frac{\alpha_T \Pi_K^1 N_K l_k^2}{(S - S_K) j} (t - T), \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{\alpha_T \Pi_K^1 N_K l_k}{G c_p} (t - T), \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} k = 1, \dots, N_{n,p} \\ x_{k-1} \leq x \leq x_k \end{array} \quad (1)$$

де Π_K^1 – периметр каналу; N_K – число каналів, S_K – площа перерізу всіх каналів, S – переріз вітки разом з каналами, G – витрата теплоносія в каналах, c_p – питома теплоємність теплоносія, t – температура теплоносія в точці x , T – температура вітки в точці x , α_T – коефіцієнт тепловіддачі, α , κ , ρ – коефіцієнти термоЕРС, теплопровідності і питомий опір матеріалу вітки.

Питомі потоки тепла q і наведена густина електричного струму j визначаються співвідношеннями, l_k – висота k – го сегменту вітки.

$$q = \frac{Q}{I}, \quad j = \frac{I}{S}, \quad (2)$$

де Q – потужність теплового потоку, що проходить через вітку термоелемента, I – електричний струм, $S_{n,p}$ – площа поперечного перерізу віток термоелемента n - і p - типу провідності.

Необхідні для розв'язку (1) граничні умови з урахуванням виділення тепла Джоуля-Ленца, обумовлених контактним опором r_0 в місцях з'єднання сегментів віток, формулюються у вигляді

$$\begin{aligned} T_{n,p}(0) &= T_C, & t_{n,p}(1) &= T_m, & q_{n,p}(1) &= 0, \\ T_{n,p}(x_k^+) &= T_{n,p}(x_k^-), & q_{n,p}(x_k^+) &= q_{n,p}(x_k^-) + \frac{r_0}{S_{n,p}} I, \end{aligned} \quad (3)$$

де індекси "-" і "+" позначають значення функцій безпосередньо ліворуч і праворуч від границі стику сегментів x_k ; $k = 1, \dots, N$ – індекс, що визначає номер сегмента вітки.

У випадку пошуку оптимальних значень легуючих домішок, що визначають концентрації носіїв струму в сегментах віток, необхідно задати залежності параметрів матеріалів α , κ , ρ від температури та концентрації носіїв струму (або домішок) C_k : $\alpha_k = \alpha_k(C_k, T)$, $\rho_k = \rho_k(C_k, T)$, $\kappa_k = \kappa_k(C_k, T)$.

Мета проектування проникного сегментного генераторного термоелемента – визначення таких узгоджених параметрів (зведеної густини струму j у вітках, витрати теплоносія в каналах G , концентрації легуючих домішок у матеріалах кожного сегменту C_k), за яких ККД термоелемента досягає максимального значення.

ККД визначимо через відношення електричної потужності P , що генерується термоелементом до зміни ентальпії теплоносія:

$$\eta = \frac{P}{\sum_{n,p} G c_p (T_m - T_C)}. \quad (4)$$

Максимум ККД зручно звести до досягнення мінімуму функціонала:

$$J = \ln \left[\sum_{n,p} \{ Gc_p (T_m - T_c) \} \right] - \ln \left[\sum_{n,p} \left\{ Gc_p (T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S - S_K)}{l} - I \left(\frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\} \right]. \quad (5)$$

Для розв'язку задачі використано принцип максимуму Понтрягіна [4], що дає необхідні умови оптимальності:

1. Оптимальні значення питомої густини струму в вітках термоелемента j мають задовольняти рівностям

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial j} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[\psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial j_k} + \psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial j_k} + \psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial j_k} \right] dx = 0, \quad (6)$$

де $(f_1^k, f_2^k, f_3^k)_{n,p}$ – праві частини рівнянь (1), $\psi = (\psi_1^k, \psi_2^k, \psi_3^k)_{n,p}$ – вектор-функція імпульсів [3, 4], що визначається з розв'язку допоміжної системи диференціальних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dx} &= \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} R_1 \psi_1 - \left(\frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} R_2 - \frac{\alpha_e l_k}{(S - S_K) j_k} \right) \psi_2 + \frac{\alpha_T \Pi_K^1 N_K}{Gc_p} \psi_3, \\ \frac{d\psi_2}{dx} &= \frac{j_k}{\kappa_k} \psi_1 - \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} \psi_2, \\ \frac{d\psi_3}{dx} &= -\frac{\alpha_T \Pi_K^1 N_K l_k}{(S - S_K) j_k} \psi_2 - \frac{\alpha_T \Pi_K^1 N_K}{Gc_p} \psi_3, \end{aligned} \right\}_{n,p} \quad (7)$$

де

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{\kappa}{\alpha^2 \sigma} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

З граничними умовами

$$\begin{aligned} \psi_1^{n,p}(1) &= 0, \\ \psi_2^{n,p}(0) &= \frac{j(S - S_K)}{l} \frac{1}{\sum_{n,p} \left\{ Gc_p (T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S - S_K)}{l} - I \left(\frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\}}, \\ \psi_3^{n,p}(0) &= \frac{Gc_p}{\sum_{n,p} \left\{ Gc_p (T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S - S_K)}{l} - I \left(\frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\}}. \end{aligned} \quad (8)$$

2. Оптимальні значення витрати теплоносія G в каналах

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial G} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[\psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial G} + \psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial G} + \psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial G} \right] dx = 0. \quad (9)$$

3. Оптимальні значення легуючих домішок в матеріалі кожного сегмента C_k визначаються із співвідношень

$$\int_0^1 \left[\Psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial C_k} + \Psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial C_k} + \Psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial C_k} \right]_{n,p} dx = 0, \quad k = 1, \dots, N_{n,p}. \quad (10)$$

У випадку проектування термоелемента для фіксованих матеріалів у сегментах умови оптимальності (10) не беруться до уваги.

На основі отриманих співвідношень з використанням методу послідовних наближень, чисельного методу Рунге-Кутти для розв'язку систем диференціальних рівнянь (1) та (7) з граничними умовами (3) та (8), методу Ньютона для розв'язку систем інтегрально-диференціальних рівнянь (6), (9), (10) було розроблено комп'ютерну програму проектування проникного сегментного термоелемента. Результати комп'ютерних досліджень термоелемента подано нижче.

Результати комп'ютерного дослідження енергетичних характеристик проникного сегментного генераторного термоелемента на основі силіцидів Mg і Mn

Технології виготовлення матеріалів на основі силіцидів магнію і марганцю та результати експериментальних досліджень їх термоелектричних властивостей наведено в низці наукових робіт [5-12]. Аналіз джерел літератури показав, що за величиною параметра добротності найбільш доцільнішим для створення генераторних термоелементів є використання матеріалів:

- $Mg_2(Si_{0.3}Sn_{0.7})_{1-x}Sb_x$ ($0 \leq x \leq 0.04$) для віток n -типу провідності, який отримано шляхом двоступеневої твердофазної реакції у поєднанні з іскровим плазмовим спіканням [6]. Максимальна добротність цього легованого сурмою силіциду $ZT \approx 1.0$ за 640 K для складу $x=0.025$.

- $Mn(Al_xSi_{1-x})_{1.80}$ ($0 \leq x \leq 0.003$) для віток p -типу провідності, отримано за допомогою індукційної плавки з подальшим гарячим пресуванням [7]. Максимальна добротність такого силіциду марганцю легованого алюмінієм $ZT \approx 0.65$ за 850 K для складу $x=0.0015$.

Вказані матеріали були вибрані для комп'ютерних досліджень енергетичних характеристик проникних термоелементів. Експериментальні залежності їх параметрів α , κ , σ було апроксимовано у вигляді поліноміальних залежностей від температури T та параметру легування C (для вітки n -типу провідності легування силіцидом сурми ($0 \leq x \leq 0.04$) та легування алюмінієм ($0 \leq x \leq 0.003$) для вітки p -типу провідності).

Розрахунок проникного сегментного термоелемента зроблено за умов: коефіцієнт теплообміну $\alpha_T = 0.01$ Вт/см²·К, площа поперечного перерізу вітки разом з каналами $S = 1$ см², контактний опір в місцях з'єднання сегментів віток становить $r_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ Ом·см².

Знайдені оптимальні параметри термоелемента та енергетичні характеристики двосегментного проникного термоелемента з діаметром каналів $d_k = 0.1$ см, числом каналів $N_k = 25$ шт. на 1 см² залежно від висоти віток наведено в табл. 1. Результати розрахунку наведено для випадку, коли температура теплоносія на вході в термоелемент $T_m = 900$ К, а температура холодних спаїв $T_c = 300$ К. Видно, що температура гарячих спаїв термоелемента за оптимальних умов роботи становить $T_n(1) = 495$ К.

При цьому температура теплоносія на виході з термоелемента наближається до температури холодних спаїв і знаходиться на рівні $t_n(0) = 317$ К, тобто ентальпія теплоносія зменшується на величину перепаду температур $(900-330)=570$ К, що наближається до наявної зміни температур $(T_m - T_c)=600$ К. Це свідчить про більш повне використання теплової енергії

теплоносія порівняно з класичними термопарними елементами, де корисно використовується тільки половина наявного перепаду температур [2].

Залежність максимального ККД η та відповідної питомої електричної потужності W проникного сегментного генераторного термоелемента за оптимальних значень j , G та параметра легування C в сегментах віток від загальної висоти віток l наведено на рис. 2. Видно, що ККД зі збільшенням висоти вітки зростає і досягає насичення поблизу значення 5.5%, а відповідна питома потужність P має екстремум за висоти вітки $l \sim 1.5$ см.

Таблиця 1

Оптимальні параметри та енергетичні характеристики двосегментного проникного термоелемента на основі силіцидів Mg і Mn

l , см	ККД _{макс}	$t_n(0)$, К	$T_n(1)$, К	P ,Вт	$G_{\text{опт}}$, Г·см/с	$j_{\text{опт}}$, А/см	$C_1^n_{\text{опт}}$	$C_2^n_{\text{опт}}$	$C_1^p_{\text{опт}}$	$C_2^p_{\text{опт}}$
0.6	0.019	373.4	391.0	0.339	0.0150	4.29	0.00409	0.0229	0.00159	0.00187
0.7	0.023	371.3	409.0	0.426	0.0156	5.08	0.00394	0.0229	0.00161	0.00188
0.8	0.026	369.2	424.9	0.503	0.0158	5.82	0.00374	0.0229	0.00164	0.00189
0.9	0.030	366.4	438.3	0.565	0.0158	6.47	0.00352	0.0229	0.00166	0.00190
1.0	0.033	363.2	449.3	0.612	0.0157	7.03	0.00328	0.0228	0.00169	0.00190
1.1	0.035	359.6	458.3	0.647	0.0153	7.51	0.00303	0.0228	0.00171	0.00191
1.2	0.037	356.0	465.5	0.670	0.0149	7.93	0.00278	0.0228	0.00173	0.00191
1.3	0.039	352.3	471.3	0.685	0.0145	8.30	0.00254	0.0228	0.00175	0.00192
1.4	0.041	348.8	476.0	0.692	0.0141	8.62	0.00231	0.0228	0.00177	0.00192
1.5	0.043	345.4	479.7	0.695	0.0136	8.91	0.00209	0.0228	0.00178	0.00193
1.6	0.044	342.5	482.9	0.697	0.0132	9.26	0.00185	0.0228	0.00180	0.00194
1.7	0.045	339.6	485.4	0.693	0.0128	9.51	0.00164	0.0228	0.00182	0.00194
1.8	0.046	336.9	487.5	0.687	0.0124	9.73	0.00145	0.0228	0.00183	0.00194
1.9	0.047	334.3	489.1	0.678	0.0120	9.91	0.00128	0.0228	0.00185	0.00195
2.0	0.048	332.0	490.4	0.668	0.0116	10.08	0.00112	0.0228	0.00186	0.00195
2.1	0.049	329.8	491.5	0.657	0.0113	10.23	0.00097	0.0228	0.00187	0.00196
2.2	0.049	327.8	492.4	0.645	0.0109	10.36	0.00083	0.0228	0.00188	0.00196
2.3	0.050	326.0	493.2	0.633	0.0106	10.48	0.00070	0.0228	0.00189	0.00196
2.4	0.050	324.3	493.8	0.620	0.0103	10.59	0.00058	0.0228	0.00190	0.00196
2.5	0.051	322.8	494.3	0.608	0.0100	10.69	0.00047	0.0228	0.00191	0.00197
2.6	0.051	321.4	494.7	0.596	0.0097	10.78	0.00037	0.0228	0.00192	0.00197
2.7	0.052	320.1	495.0	0.583	0.0094	10.86	0.00027	0.0228	0.00192	0.00197
2.8	0.052	318.9	495.3	0.571	0.0091	10.94	0.00019	0.0228	0.00193	0.00197
2.9	0.052	317.8	495.6	0.559	0.0089	11.01	0.00010	0.0228	0.00194	0.00198
3.0	0.053	316.8	495.8	0.547	0.0087	11.07	0.00003	0.0228	0.00194	0.00198

За такої висоти (1.5 см) максимальне значення ККД (для односегментного проникного термоелемента) становить приблизно 3.2%, що відповідає значенню ККД класичного термопарного термоелемента ($\eta_0 = 3.2\%$) в аналогічних умовах роботи. При цьому значення питомої потужності не перевищує 0.52 Вт/см² для вітки з 1 сегмента і 0.7 Вт/см² для вітки з 2 сегментів.

Результати розрахунків показують, що з нарощуванням числа сегментів вітки спостерігається насичення як за величиною питомої потужності, так і за ККД. Отже, є раціональне число сегментів вітки, що становить 2 – 3 шт. Подальше нарощування сегментів не

призводить до значного покращення енергетичних характеристик перетворення енергії, що характерно і для класичних сегментних термоелементів [13].

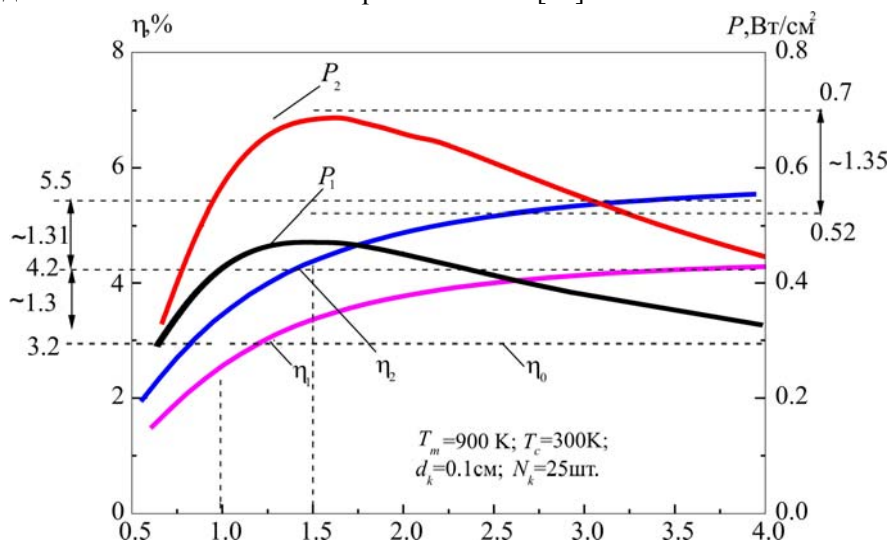


Рис. 2. Залежність енергетичних характеристик проникного сегментного термоелемента на основі силіцидів Mg і Mn від довжини вітки l .
 1 - односегментні проникні термоелементи; 2 - двосегментні проникні термоелементи.

Результати досліджень залежності енергетичних характеристик проникного сегментного генераторного термоелемента від діаметра каналів d_k для одно (індекс 1) – та двосегментних віток (індекс 2) в умовах оптимальних значень j , G та концентрацій легуючих домішок в сегментах віток наведено на рис. 3.

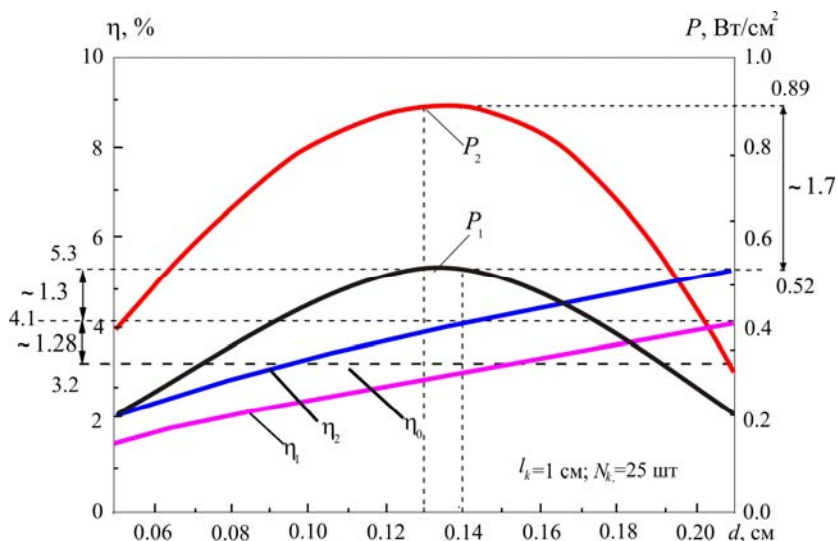


Рис. 3. Залежність енергетичних характеристик проникного сегментного термоелемента від діаметра каналів d_k .
 1 - односегментні проникні термоелементи;
 2 - двосегментні проникні термоелементи.

Видно, що збільшення діаметра каналів покращує ККД перетворення енергії. При цьому електрична потужність у режимі максимуму ККД має екстремум у випадку $d_k = 0.14$ см, за якого значення ККД складає 3.2% для односегментного термоелемента та 4% для двосегментного. Отримані результати показують, що для практичних застосувань раціональний

діаметр каналів проникного сегментного термоелемента буде знаходитись у межах від 1 до 2 см.

Вплив числа каналів N_k на енергетичні характеристики проникного термоелемента в оптимальних умовах за j , G та C_k для різної кількості сегментів віток N показано на рис. 4.

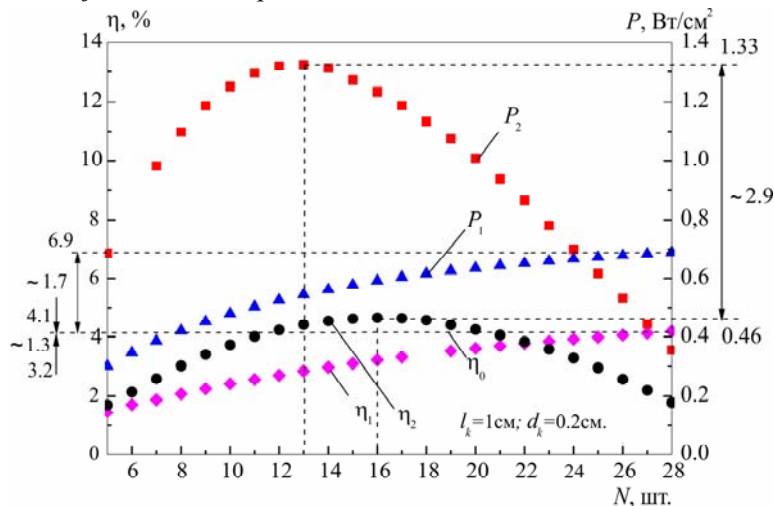


Рис. 4. Залежність енергетичних характеристик проникного сегментного термоелемента від числа каналів N_k .

1 - односегментні проникні термоелементи,
 2 - двосегментні проникні термоелементи.

Видно, що ККД зростає зі збільшенням кількості каналів, виходячи на насичення. При цьому питома електрична потужність має максимум, який спостерігається при 13 каналах на 1 см^2 . Тому раціональне число каналів на одиницю площі буде в межах 10–24 шт на 1 см^2 . Суттєве зростання ККД залежно від числа сегментів віток термоелемента N , також спостерігається тільки для варіанта використання 2 сегментів. Подальше нарощування кількості сегментів не дає істотного підвищення ККД та питомої потужності.

Зіставлення ефективності проникного термоелемента з ККД класичного термоелемента η_0 , що працює в аналогічних умовах, свідчить про можливість підвищення ефективності перетворення енергії на 30–40%.

Висновки

1. Подано методику розрахунку та проектування проникного генераторного термоелемента з сегментних матеріалів на основі силіцидів Mg і Mn.
2. Визначено вплив конструкційних параметрів (діаметра каналів та їх числа, висоти віток та кількості сегментів) в оптимальних умовах роботи за ККД на основні характеристики перетворення енергії. Знайдено раціональні значення таких параметрів, що дає можливість встановити необхідні матеріалознавчі та технологічні вимоги для створення проникного термоелемента.
3. Показано, що з використанням матеріалів на основі силіцидів Mg і Mn для проникного сегментного термоелемента за початкової температури теплоносія 900 К та термостатованих холодних спаїв на рівні 300 К раціональна кількість сегментів віток становить 2 шт. Порівняння проникних термоелементів за термодинамічною ефективністю перетворення енергії з традиційними термоелементами показало можливість підвищення ефективності перетворення енергії на 30–40%.

Література

1. Білінський-Слотило В.Р. Проектування термоелектричних генераторних модулів з матеріалів на основі силіцидів *Mg* і *Mn* / В.Р. Білінський-Слотило, Л.М. Вихор, В.Я. Михайловський // Термоелектрика. – 2013. – №1. – С. 68-75.
2. Анатичук Л.І. Проникний термоелемент у режимі генерації електричної енергії / Л.І. Анатичук, Р.Г. Черкез // Термоелектрика. – 2003. – №2. – С. 35-46.
3. Анатичук Л.І. Проникний сегментний термоелемент у режимі генерації електричної енергії / Л.І. Анатичук, Р.Г. Черкез // Термоелектрика. – 2010. – №3. – С. 5-12.
4. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.Ф. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко // – М.:Наука, 1976. – 392 с.
5. Du Zh., Zhu T., Zhao X. Enhanced thermoelectric properties of $Mg_2Si_{0.58}Sn_{0.42}$ compounds by *Bi* doping // Materials Letters. Vol.66, №1. 2012. P.76.
6. Liu W., Zhang Q., Tang X., et al. Thermoelectric Properties of *Sb*-Doped $Mg_2Si_{0.3}Sn_{0.7}$ // Journal of Electronic Materials. Vol.40, №5. 2011. P.1062.
7. Luo W., Li H., Fu F., et al. Improved Thermoelectric Properties of Al-Doped Higher Manganese Silicide Prepared by a Rapid Solidification Method // Journal of Electronic Materials. Vol.40, №5. 2011.P.1233.
8. Zhou A.J., Zhu T.J., Zhao X.B., et al. Improved Thermoelectric Performance of Higher Manganese Silicides with Ge Additions // Journal of Electronic Materials. Vol.39, №9. 2010.P.2002.
9. Yang M.J., Zhang L.M., Han L.Q., et al. Simple fabrication of Mg_2Si thermoelectric generator by spark plasma sintering // Indian Journal of Engineering and Materials Sciences. Vol.16. 2009. P.277.
10. Sakamoto T., Iida T., Matsumoto A., et al. Thermoelectric Characteristics of a Commercialized Mg_2Si Source Doped with *Al*, *Bi*, *Ag*, and *Cu* // Journal of Electronic Materials. Vol.39, №9. 2010. P.1708.
11. Sakamoto T., Iida T., Kurosaki Sh., et al. Thermoelectric Behavior of *Sb*- and Al-Doped *n*-Type Mg_2Si Device Under Large Temperature Differences // Journal of Electronic Materials. Vol.40, №5. 2011. P.629.
12. Song R., Liu Y., Aizawa T. Solid State Synthesis and Thermoelectric Properties of *Mg-Si-Ge* System // Journal of Materials Science & Technology. Vol.21, №5. 2005. P.618.
13. Anatychuk L.I., Vikhor L.N. Generator modules of segmented thermoelements // Energy Conversion and Management. – 2009. – V.50. – 9. – P. 2366-2372.

Надійшла до редакції 20.12.2013.