



Лобунець Ю.М.

Лобунець Ю.М.

Інститут термоелектрики НАН і МОН України,
вул. Науки, 1, Чернівці, 58029, Україна

ПРО КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ЕНЕРГІЇ

На основі системного підходу розглянуті задачі аналізу характеристик термоелектричних перетворювачів енергії. Викладені методи побудови множин граничних можливостей термоелектричних генераторів і теплових насосів при різних обмеженнях.

Ключові слова: термоелектричний перетворювач енергії, системний аналіз.

The problems of performance analysis of thermoelectric energy converters are considered on the basis of a system approach. Methods for construction of sets of limiting opportunities of thermoelectric generators and heat pumps under various restrictions are outlined.

Key words: thermoelectric energy converter, system analysis.

Вступ

Методам оцінки й порівняння характеристик термоелектричних перетворювачів енергії (ТЕП) присвячено багато робіт [1 - 8]. Абсолютна більшість існуючих методів заснована на аналізі екстремальних режимів ТЕП при різних допущеннях. Однак такий аналіз не дає достатньої інформації для прийняття рішень на вибір параметрів реального пристрою, тому що не враховує взаємозв'язки між технічними й економічними характеристиками в явному вигляді. Крім того, технічні критерії ефективності ТЕП часто конкурують між собою, тобто поліпшення одного з них при зміні вектора керуючих параметрів приводить до погіршення іншого. Невизначеність цілей оптимізації зв'язана також з тим, що в силу особливостей системи перетворення енергії виконання будь-якого реального технічного завдання може бути реалізоване в нескінченно великій множині варіантів, що відрізняються один від одного питомими характеристиками й вартістю проекту.

Задачею оптимального проектування є забезпечення вибору із цієї множини варіантів, що приводять до досягнення поставленої мети з мінімальними витратами. Для розв'язання такої задачі необхідно розглядати ТЕП як систему, що складається з термоелектричного кола, джерела й витоку тепла. Маючи математичні моделі цих пристроїв і умови їх взаємодії між собою, можна сформулювати цільову функцію, що визначає ефективність пристрою в цілому, і знайти оптимальний розв'язок. У деяких випадках для цих цілей використовують емпіричні залежності, що описують визначальні параметри пристроїв, з наступним чисельним розв'язком оптимізаційної задачі [9]. Зрозуміло, що такий підхід прийнятний тільки для розв'язку вузького класу задач, оскільки він пов'язаний з одержанням великого об'єму експериментальних даних. Для розв'язку подібних задач у загальному вигляді з успіхом використовують методи системного аналізу [10,11]. Суть методу полягає в побудові множини можливих розв'язків (множини граничних варіантів, МГВ) задачі в просторі визначальних критеріїв. Аналіз таких множин дає уяву про основні властивості системи, про характер взаємодії агрегатів між собою, дозволяє виділити в цьому просторі множину

ефективних розв'язків (множина Парето) задачі, що обмежує простір оптимальних розв'язків багатокритеріальної задачі. Отримані в узагальнених змінних розв'язки задачі є універсальними, тому що охоплюють усі можливі комбінації первинних незалежних змінних, і дозволяють на ранніх стадіях проектування оцінити можливі характеристики ТЕП.

Узагальнені змінні й критерії ефективності ТЕП

Математична модель ТЕП у загальному вигляді має досить велику розмірність, оскільки містить значну кількість незалежних змінних, що мають широкі інтервали зміни. Простежити взаємозв'язок усіх факторів впливу і узагальнити ці дані в просторі природних фізичних змінних досить складно. Суттєво знизити розмірність задачі й привести її до узагальненого вигляду дозволяє використання методів теорії подібності [12]. В [7] було показано, що задача термоелектричного перетворення енергії може бути зведена до малорозмірної системи узагальнених змінних, що мають чіткий фізичний зміст і нормовані інтервали зміни:

$$N = f(I_0, \Theta, J, Ki, Bi). \quad (1)$$

Тут $N = Nh/\lambda T_p$ – безрозмірна потужність термоелемента; $I_0 = zT_\delta$ – критерій Іоффе, що характеризує властивості термоелектричного матеріалу. Безрозмірна температура термоелементів $\Theta = T/T_p$ – є обумовленим параметром, за допомогою якого здійснюються розрахунки енергетичних характеристик ТЕП. Безрозмірний струм $J = \frac{jeh}{\lambda}$, критерій Кірпічова $Ki = \frac{qh}{\lambda T_p}$ і критерій Біо

$Bi = \frac{\alpha h}{\lambda}$ характеризують режимні параметри, що визначають стан системи.

Слід звернути особливу увагу на вибір визначальної температури задачі T_p , що задає масштаб температур, – для термоелектричних генераторів (ТЕГ) у якості визначальної використовується максимально припустима робоча температура пристрою $T_p = T_{max}$; для термоелектричних теплових насосів (ТТН) у якості визначальної приймається температура витоку тепла $T_p = t_o$. Такий вибір масштабу обмежує інтервал можливих температур значеннями $\Theta \leq 1$.

Розглянуті критерії мають чіткий фізичний зміст. Критерій Іоффе характеризує граничні можливості ТЕП. Можна показати, що в режимі ТЕГ повна безрозмірна потужність термоелемента в режимі короткого замикання $N_0 = I_0 \Delta \theta^2$. Тобто критерій Іоффе характеризує потужність термоелемента одиничних розмірів при одиничному перепаді температур (при $\Delta \theta = 1$ $I_0 = N_0$). Для ідеалізованої схеми ТТН діють наступні співвідношення: $J_{opt} = I_0$ і $Ki_{max} = 0.5 I_0$, тобто критерій Іоффе характеризує екстремальні режими ТТН (J_{opt} – безрозмірна густина струму, що забезпечує режим максимальної холодопродуктивності ТТН).

З врахуванням того, що $\frac{qh}{\lambda} = \Delta T$, критерій Кірпічова $Ki = \frac{\Delta T}{T_p}$ можна трактувати як ККД

Карно в розглянутому інтервалі температур. Безрозмірна густина струму являє собою відношення гранично можливих значень тепла Пельтье ($Q_p = j e T_p$) і потоку чистої теплопровідності ($Q_\lambda = \lambda / h T_p$), тобто $J = Q_p / Q_\lambda$.

Критерій Біо, як відомо, являє собою відношення термічних опорів теплопровідності $R_\lambda = \frac{h}{\lambda}$ і тепловіддачі $R_a = \frac{1}{\alpha}$.

За своїм фізичним змістом критерії Ki , J і Bi являють собою узагальнений опис основних агрегатів системи – джерела тепла, термоелектричного перетворювача й витоку тепла. Маючи оптимальні розв'язки в узагальнених змінних, завжди можна перенести їхні результати на конкретний проект, одержавши опис узагальнених критеріїв як функції первинних даних для кожного з агрегатів системи.

Ідеалізована модель ТЕП

Найбільш очевидно взаємозв'язок характеристик ТЕП і режимних параметрів прослідковується в ідеалізованій математичній моделі термоелемента, яка зводиться до одномірної задачі теплопровідності в граничних умовах I роду [7]:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{J^2}{I_0} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0; \\ \theta(1) = \theta_h; \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язок рівняння (2) має вигляд:

$$\Theta(Y) = C_1 + C_2 Y - \frac{J^2}{2I_0} Y^2, \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} C_1 &= \Theta_0; \\ C_2 &= \Theta_h - \Theta_0 + \frac{J^2}{2I_0}; \end{aligned}$$

У такій постановці мається на увазі, що на тепловиділяючому спаї термоелемента здійснюється ідеальний теплообмін ($Bi_h \rightarrow \infty$), а відповідний до заданих умов тепловий потік на теплопоглинальному спаї Ki може бути знайдений з теплового балансу:

$$Ki + Q_\lambda + Q_p = 0; \quad (5)$$

Тут $Q_\lambda = -\Theta'(0)$ – потік теплопровідності, а $Q_p = J\Theta(0)$ – тепло Пельтьє.

Звідси, з врахуванням (4), одержимо основне співвідношення для ідеальної схеми ТЕП:

$$Ki = J\Theta_0 - \frac{J^2}{2I_0} - \Delta\Theta; \quad (6)$$

В цей вираз входять два режимні параметри Ki і J . В режимі теплового насоса параметр J є керуючим, а Ki – керованим. В режимі генератора енергії – навпаки, характеристики пристрою визначаються густиною теплового потоку Ki , від якого залежить безрозмірний струм J .

Режим теплового насоса

З (6) випливає, що залежність теплового потоку від струму живлення для режиму ТТН має вигляд квадратичної параболи, тобто область визначення задачі обмежена інтервалом струмів, в

кінцях якого холодопродуктивність перетворюється в нуль. Граничні значення для J визначаються як корені рівняння (6):

$$J_{1,2} = I_0 \Theta_0 \pm \sqrt{(I_0 \Theta_0)^2 - 2I_0 \Delta \Theta}; \quad (7)$$

З (7) випливає, що задача має фізичний зміст при $(I_0 \Theta_0)^2 - 2I_0 \Delta \Theta \geq 0$.

Максимальна холодопродуктивність термоелемента досягається при густині струму

$$J_{opt} = I_0 \Theta_0. \quad (8)$$

Таким чином,

$$Ki_{max} = \frac{I_0 \theta_0^2}{2} + \Theta_0 - \Theta_h; \quad (9)$$

Максимальний перепад між спаями термоелемента в режимі охолодження досягається за умови $Ki_{max} = 0$. При цьому

$$\Theta_{min} = \frac{\sqrt{1 + 2I_0 \Theta_h} - 1}{I_0}; \quad (10)$$

Відповідно, максимально можливий перепад температур на термоелементі рівний:

$$\Delta \Theta_{max} = 1 - \Theta_{0min} \quad (11)$$

Розподіли температур у термоелементі для різних струмів живлення з припустимого діапазону (7) представлені на рис. 1а.

Ефективність ТТН E визначається як відношення корисної холодопродуктивності Ki до потужності N , витраченої джерелом енергії. Витрачену потужність можна визначити як

$$N = \frac{J^2}{I_0} + J \Delta \Theta; \quad (12)$$

З врахуванням (6) одержимо:

$$E = \frac{J \Theta_0 - \frac{J^2}{2I_0} - \Delta \Theta}{\frac{J^2}{I_0} + J \Delta \Theta}; \quad (13)$$

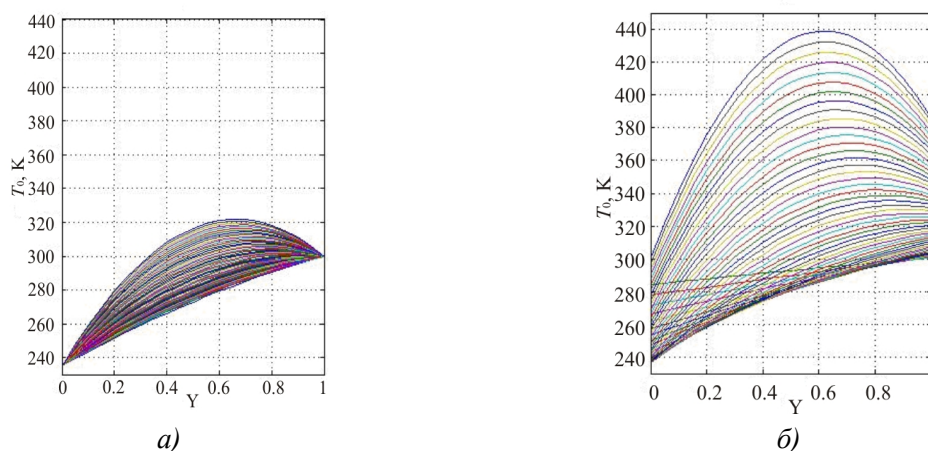


Рис. 1. Розподіл температур у термоелементі, режим ТТН, $0 \leq J \leq J_{max}$. (а) – ідеалізована модель; б) – граничні умови II/III роду (II – відома питома густина теплового потоку, III – умови конвективного теплообміну).

Співвідношення між E і Ki у допустимому інтервалі струмів при фіксованих температурах спаїв ілюструє рис. 2.

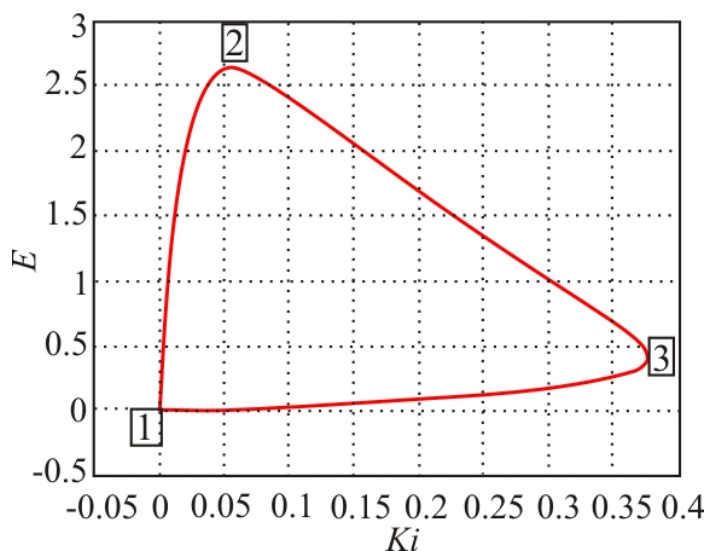


Рис.2. Співвідношення між холодопродуктивністю й ефективністю ТТН у заданому інтервалі температур.

Ця множина розв'язків обмежує область визначення задачі термоелектричного охолодження при прийнятих обмеженнях. Як видно з наведених даних, на розглянутій множині можна виділити дві характерні області. На ділянках 1 – 2 і 1 – 3 завжди може бути знайдена зміна керуючих параметрів, яка приводить до одночасного поліпшення критеріїв E і Ki . Ця область називається областю ефективних розв'язків. Ділянка 2 – 3 відноситься до області слабо ефективних розв'язків, оскільки будь-яке поліпшення одного із критеріїв приводить до погіршення іншого. Проте очевидно, що оптимальні розв'язки задачі слід шукати саме в області слабо ефективних розв'язків, оскільки вона охоплює множину розв'язків з максимальними значеннями критеріїв ефективності ТТН. Побудувавши для інтервалу температур $(\Theta_{0min} - \Theta_h)$ множини розв'язків, подібні представленою на рис. 1, одержимо наочне представлення про область визначення розглянутої задачі (рис. 3а).

Режим генератора електроенергії

У режимі генератора електроенергії обумовленим параметром є безрозмірна густина струму, яка в розглянутій постановці задачі (при заданих властивостях матеріалу й відомому температурному режимі) залежить тільки від коефіцієнта навантаження $m = \frac{R_n}{R}$:

$$J = \frac{I_0 \Delta \Theta}{2(m+1)}. \quad (14)$$

Тут - R_n опір навантаження; $R = 2 \frac{\rho h}{s}$ - опір термопари.

Потужність термопари рівна:

$$N = I_0 \Delta \Theta^2 \frac{m}{2(m+1)^2}. \quad (15)$$

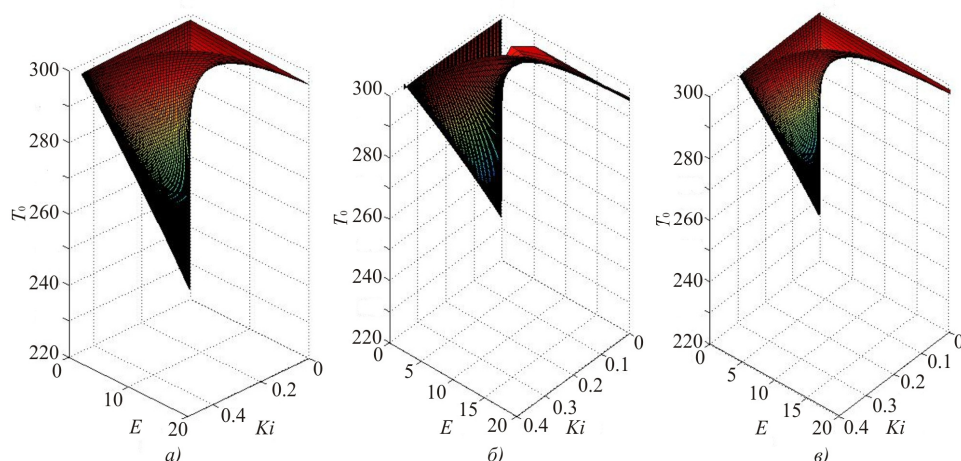


Рис. 3. Область визначення задачі термоелектричного охолодження в просторі критеріїв T_0 , Ki , E . (а) – граничні умови I/I роду; б) – II/III роду; в) – III/III роду (III/III – умови конвентивного теплообміну))

З останнього виразу випливає, що максимум потужності ТЕГ досягається при $m_{opt} = 1$:

$$N_{max} = \frac{I_0 \Delta \Theta^2}{8}. \quad (16)$$

ККД термоелемента дорівнює відношенню корисної потужності до теплового потоку на теплопоглинальному спаї

$$\eta = \frac{N}{Ki}. \quad (17)$$

Інтервал зміни корисної потужності визначається виразом (16). Відповідний йому інтервал зміни безрозмірних теплових потоків $Ki_{min} \div Ki_{max}$, що задовольняють умовам задачі, можна визначити підставивши (14) в (6) при $m = 0$ (струм короткого замикання, $J = J_{max}$) і при $m = \infty$ (струм холостого ходу, $J = 0$):

$$Ki_{min} = \Delta \Theta \left(\frac{I_0 \Delta \Theta}{2} - \frac{I_0 \Delta \Theta}{8} - 1 \right), \quad (18)$$

$$Ki_{min} = \Delta \Theta.$$

Характер зміни допустимого інтервалу безрозмірної густини теплового потоку залежно від температури теплопоглинального спаю ілюструє рис. 4.

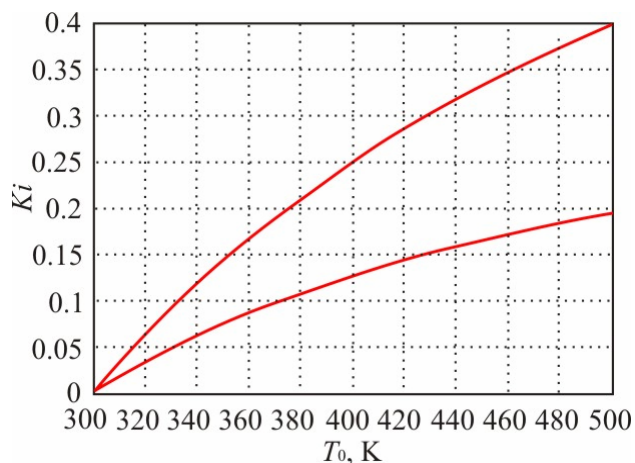


Рис.4. Допустимі значення Ki в інтервалі температур $T_p \geq T_0 \geq t_i$.

З врахуванням (6) з (17) одержимо

$$\eta = \frac{I_0 \Delta \Theta^2 \frac{m}{2(m+1)^2}}{J \Theta_0 - \frac{J^2}{2I_0} - \Delta \Theta} \quad (19)$$

Співвідношення між питомою потужністю й ККД термоелемента при зміні коефіцієнта навантаження в межах $0 \leq m \leq \infty$ представлено на рис.5.

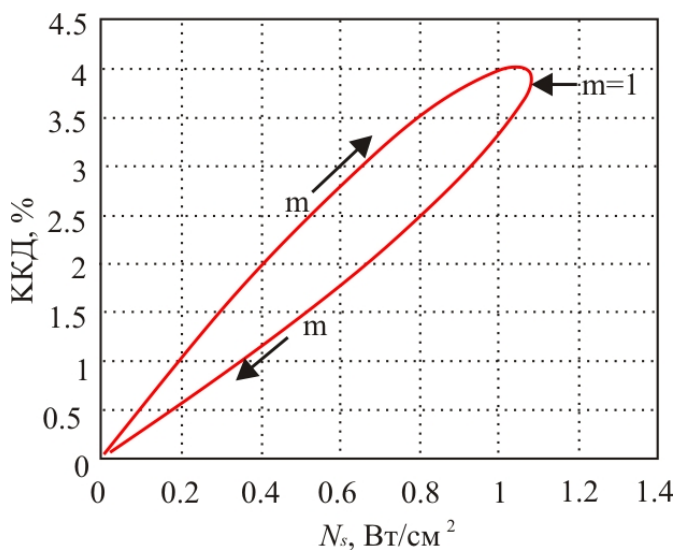


Рис.5. Співвідношення потужності й ККД ТЕГ при зміні коефіцієнта навантаження в межах $0 \leq m \leq \infty$ ($z = 0.003$; $dT = 100$ К; $h = 1$ мм)

Як впливає з наведених на рисунку даних, ділянка, що відповідає області $0 \leq m \leq 1$, є множиною ефективних розв'язків, оскільки при зростанні m обидва критерії ефективності задачі зростають. Область $1 \leq m \leq \infty$ можна характеризувати як множину неефективних розв'язків, тому що при зростанні m обидва критерії погіршуються. Побудувавши подібні множини для всього інтервалу робочих температур, одержимо множину можливих розв'язків розглянутої задачі в просторі основних техніко-економічних критеріїв (рис. 6).

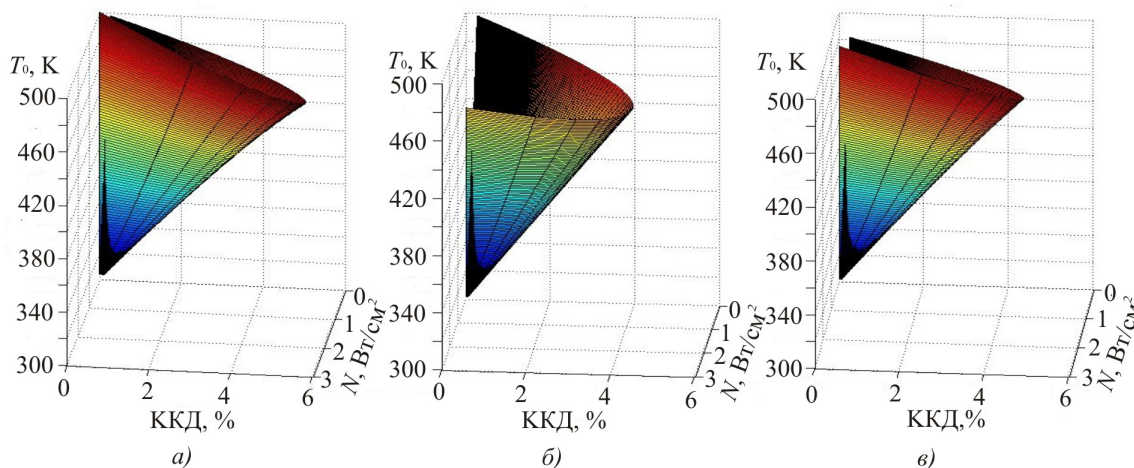


Рис. 6. Область визначення задачі термоелектричного перетворення енергії.
(а) – граничні умови I/I роду; б) – II/III роду; в) – III/III роду

Математична модель ТЕП у граничних умовах II/III роду

Розглянута вище ідеальна модель ТЕП в граничних умовах I роду дає наочне представлення про основні закономірності й співвідношення критеріїв у режимах ТТН і ТЕГ, однак непридатна для розрахунків реальних пристроїв, оскільки подібну абстракцію неможливо реалізувати практично. В дійсності температура спаїв ТЕП є функцією стану й визначається умовами переносу тепла в системі. Більш загальною й реальною постановкою задачі є задання граничних умов II роду на теплопоглинальних спаях термоелементів (відома питома густина теплового потоку) і граничних умов III роду (умови конвективного теплообміну) на тепловиділяючих спаях термоелементів. У цьому випадку граничні умови задачі (3) мають вигляд:

$$\Theta'(0) - J\Theta(0) + Ki(0) = 0; \quad (20)$$

$$Bi[\Theta(1) - \mathcal{G}] + \Theta'(1) - J\Theta(1) = 0;$$

Підставивши розв'язок (4) в (20), одержимо наступну систему рівнянь для визначення постійних інтегрування C_1, C_2 :

$$C_1 J - C_2 = Ki; \quad (21)$$

$$C_1(J - Bi) + C_2(J - Bi - 1) = \frac{J^2}{2I_0}(J - Bi) - Bi\mathcal{G} - \frac{J^2}{I_0};$$

На відміну від ідеалізованої постановки задачі в розглянутому випадку температурний режим повністю визначається умовами теплопереносу між спаями термоелементів.

Режим теплового насоса

Типові розподіли температур по висоті термоелемента за умови $\Theta_0 \leq 1$ представлені на рис. 7б. Як впливає з наведених даних, вплив умов теплообміну проявляється в зменшенні глибини охолодження в порівнянні з ідеалізованою схемою ТТН.

З (4) впливає, що $C_1 = \Theta_0$. З врахуванням цього з (21) одержимо наступний вираз для знаходження допустимих значень густини струму в режимі ТТН:

$$aj^3 + bj^2 + cj + d = 0, \quad (22)$$

де

$$a = -\frac{1}{2I_0};$$

$$b = \Theta_0 + \frac{Bi_h}{2I_0} + \frac{1}{I_0};$$

$$c = -\Theta_0 Bi_h - Ki;$$

$$d = Ki(Bi_h + 1) - Bi_h(\Theta_0 - \mathcal{G}_h).$$

При $\Theta_0 = 1$ корені цього рівняння обмежують інтервал густин струму, у якому виконується умова $\Theta_0 \leq 1$. Задача має фізичний зміст у тому випадку, якщо дискримінант рівняння (22) $D \geq 0$. При $D = 0$ рівняння має тільки один дійсний корінь – цей випадок є граничним для прийнятих обмежень.

Таким чином, припустимі комбінації критеріїв задачі $\{I_0, Ki, Vi_h, \Theta_h\}$, що обмежують область можливих розв'язків, можна визначити з умови:

$$D = -4b^3d + b^2c^2 - 4ac^3 + 18abcd - 27a^2d^2 = 0. \quad (23)$$

Значення припустимих інтервалів J визначаються співвідношенням критеріїв Ki і Vi_h . Кожному значенню Vi_h відповідає допустимий інтервал значень $0 \leq Ki \leq Ki_{max}$, в якому задача має фізичний зміст, тобто в якому можливе виконання умови $\Theta_o \leq 1$. Залежність гранично можливої безрозмірної холодопродуктивності Ki_{max} від інтенсивності теплообміну Vi_h наведена на рис. 7а. При $Vi_h = const$ за допомогою (23) може бути визначений інтервал допустимих значень $J = f(Ki)$, (рис. 7б). З наведених на рисунку даних випливає, що області ефективних розв'язків задачі відповідають значення струмів в інтервалі $0 \leq J \leq \frac{1}{2} J_{max}$. Гранична глибина охолодження $\Theta_o = \Theta_{min}$ може бути досягнута при умовах $Vi_h \rightarrow \infty, Ki = 0$.

Ефективність ТТН визначається як

$$E = \frac{Ki}{\frac{J^2}{I_0} + J\Delta\Theta}. \quad (24)$$

і залежить від глибини охолодження Θ_o , холодопродуктивності Ki і густини струму J .

Співвідношення між E і Ki для розглянутих умов наведене на рис. 7в.

Побудувавши масив розв'язків, подібних представленому на рис. 7б, для допустимих інтервалів зміни температури теплопоглинаючого спаю, одержимо множину граничних можливостей задачі термоелектричного охолодження в просторі критеріїв Ki, E і Θ_o (рис. 3б).

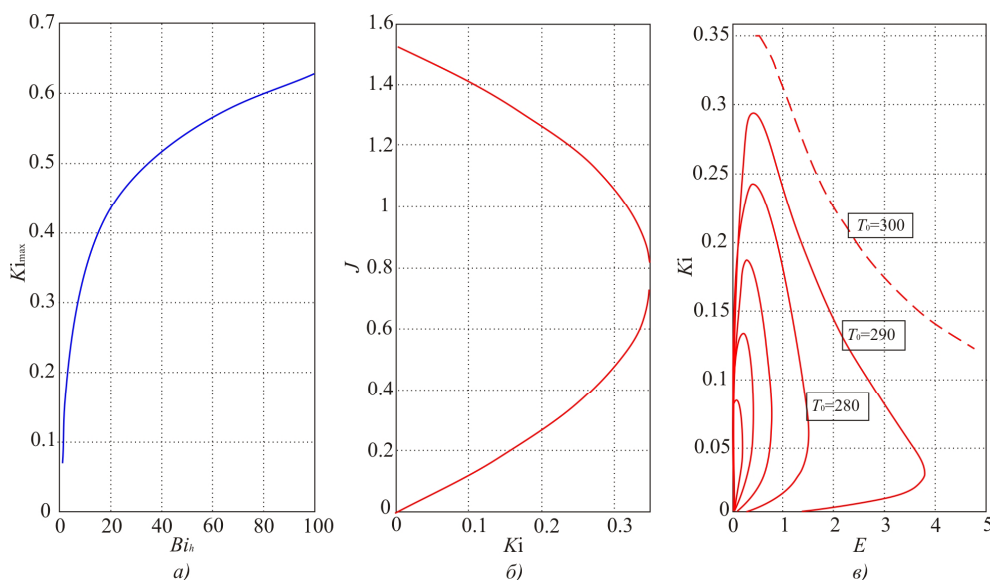


Рис. 7.

а) Залежність максимально можливої холодопродуктивності Ki_{max} від критерію Vi_h .

б) Область допустимих значень густини струму J як функція теплового потоку Ki при $Vi_h = 10$.

в) Співвідношення між ефективністю E і холодопродуктивністю Ki .

Режим генератора електроенергії

Для режиму генератора електроенергії обмеження на температуру теплопоглинального спаю є активним, тобто для досягнення максимальної ефективності повинна виконуватися умова $\Theta_o = 1$. З врахуванням того, що максимум температури теплопоглинального спаю досягається в режимі холостого ходу (струм дорівнює нулю), поклавши в (22, 23) $J = 0$, можна одержати вираз, що обмежує допустимі співвідношення критеріїв Ki і Bi_h для розглянутої постановки задачі:

$$Ki_{max} = \frac{Bi_h(1 - \mathcal{G}_h)}{Bi_h + 1}; \quad (25)$$

З останнього виразу випливає, що в граничному випадку ($Bi_h \rightarrow \infty$) безрозмірна густина теплового потоку обмежена значенням

$$Ki_{max} \leq 1 - \mathcal{G}_h. \quad (26)$$

У реальних умовах обмеження (26) також є активним, тобто для забезпечення максимуму ефективності необхідне виконання умови $Ki = 1 - \mathcal{G}_h$. Перевищення цієї межі теплового потоку неприпустиме, тому що при позаштатному відключенні навантаження відбувається істотне (на 15...20%) підвищення температури теплопоглинальних спаїв ТЕГ (рис.8а), яке може привести до пошкодження конструкції. Ця умова помітно обмежує робочий перепад температур, який в області оптимальних навантажень зменшується на 20...30% у порівнянні з розташовуванням (рис.8б). Так як режим навантаження впливає на розподіл температур у термоелементах, і задача стає суттєво нелінійною, режим максимальної потужності ТЕГ досягається при $\Delta\Theta < \Delta\Theta_{max}$ (рис.9). Причому режими максимальної потужності й максимального ККД збігаються, оскільки при заданій щільності теплового потоку максимум ККД досягається при $N = N_{max}$.

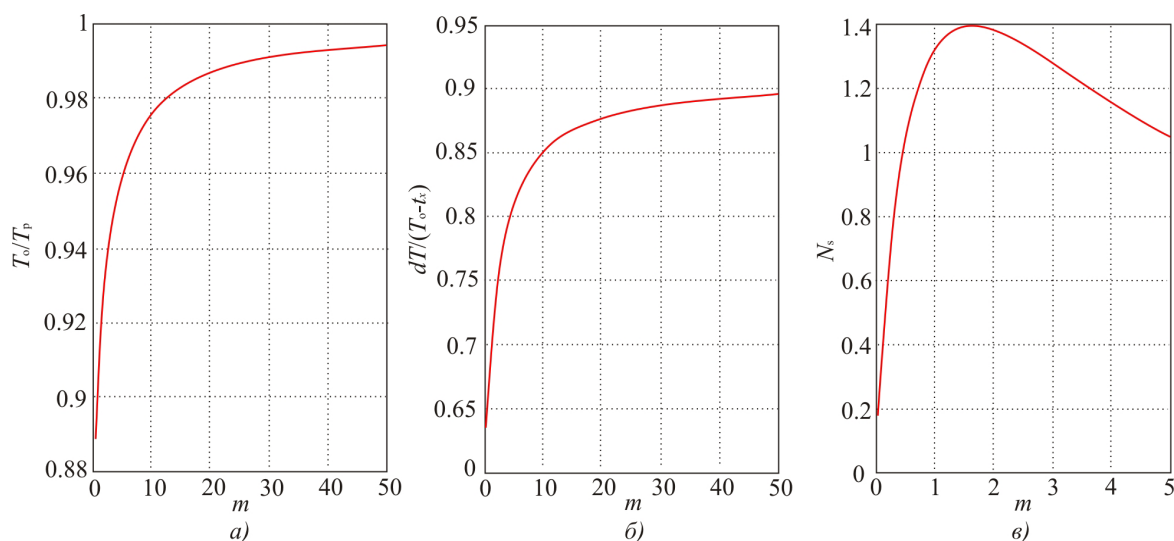


Рис. 8. Вплив коефіцієнта навантаження на характеристики ТЕГ:

а) – залежність відносної температури теплопоглинального спаю від m ;

б) – залежність відносного робочого перепаду температур від m ;

в) – залежність питомої потужності N_s , Вт/см², від m .

Зі сказаного вище випливає, що в загальному випадку визначальним критерієм, що обмежує техніко-економічні характеристики ТЕГ, при заданих властивостях термоелектричного матеріалу є критерій Біо, що характеризує умови відводу теплоти – він лімітує як втрати температурного напору при охолодженні ТЕГ, так і інтервал допустимих густин теплового потоку з боку джерела тепла.

Область визначення задачі термоелектричного перетворення енергії в розглянутій постановці приведена на рис. 3в.

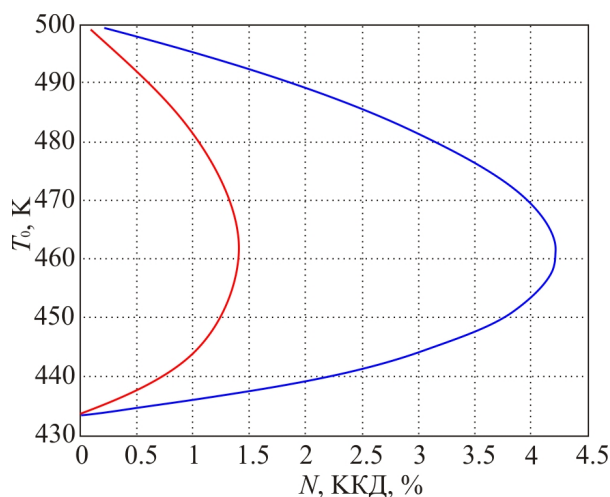


Рис. 9. Співвідношення між температурою T_0 , потужністю й ККД ТЕГ при $0 \leq \delta \leq \infty$.

(— ККД, %; — питома потужність N , Вт/см²).

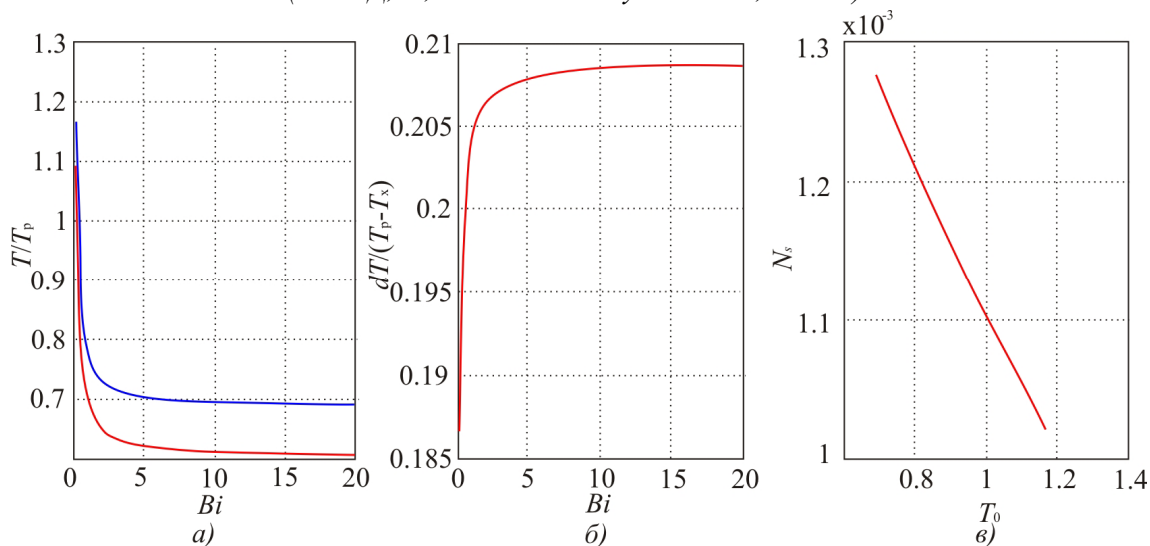


Рис. 10. Характеристики ТЕГ при $Ki < Ki_{max}$:

а) – залежність температур спайів від Bi_h (— T_o/T_p ; — T_h/T_p);

б) – залежність відносного робочого перепаду температур $dT/(T_p - T_x)$ від Bi_h ;

в) – співвідношення між питомою потужністю ТЕГ N_s і температурою теплопоглинального спаю T_o/T_p .

Випадок використання джерел тепла постійної потужності ($Ki = const$), таких як радіоізотопні джерела, має свої особливості. Звичайно такі джерела забезпечують відносно невисокі густини теплових потоків, однак не мають обмежень по температурному режиму (в розумних межах) [7, 8]. На перший погляд, оптимальним для таких ТЕГ є забезпечення режиму з максимально допустимою температурою

теплопоглинального спаю ($\Theta_o = 1$). Однак в дійсності й у цьому випадку вирішальний вплив на характеристики ТЕГ мають умови охолодження (критерій Bi_h). На рис.10 а, у показані залежності температур спаїв і перепаду температур від критерію Bi_h для випадку $Ki < Ki_{max} = const$. Показовим є той факт, що потужність ТЕГ прямує до максимуму при досягненні мінімально можливого в розглянутих умовах значення температури теплопоглинального спаю T_o (рис. 10в). Тобто приріст перепаду температур (і потужності) можливий тільки за рахунок зниження втрат від необоротності теплообміну. Гранична потужність ТЕГ може бути досягнута тільки при умовах $Ki = Ki_{max}$, $Bi_h \rightarrow \infty$.

Математична модель ТЕП в граничних умовах III/III роду

Досить розповсюдженою є схема, при якій перенесення тепла на теплопоглинальному спаї ТЕП здійснюється за рахунок конвективного теплообміну. У цьому випадку температура спаю лімітується температурою теплоносія. Для аналізу подібних схем необхідно використовувати математичну модель термоелемента в граничних умовах III роду на теплопоглинальних і тепловиділяючих спаях:

$$Bi_o[\vartheta_o - \Theta(0)] + \Theta'(0) - J\Theta(0) = 0; \quad (27)$$

$$Bi_h[\Theta(1) - \vartheta_h] + \Theta'(1) - J\Theta(1) = 0.$$

Підставивши розв'язок (4) в (27), одержимо наступну систему рівнянь для визначення постійних інтегрування C_1, C_2 :

$$C_1(J + Bio) - C_2 = Bi_o\vartheta_o; \quad (28)$$

$$C_1(Bi_h - J) + C_2(Bi_h - J + 1) = Bi_h\vartheta_h + \frac{J^2}{I_o} \left(1 + \frac{Bi_h - J}{2}\right).$$

Режим теплового насоса

Для розглянутої схеми тепловий потік на теплопоглинальному спаї рівний:

$$q = \alpha_o(t_o - T_o), \quad (29)$$

або в безрозмірному вигляді:

$$Ki = Bi_o(\vartheta_o - t_o). \quad (30)$$

З останнього співвідношення випливає, що режим теплового насоса реалізується за умови

$$T_o \leq \vartheta_o. \quad (31)$$

Для довільних комбінацій параметрів задачі інтервал допустимих струмів живлення $J_{min} \leq j \leq j_{max}$, що задовольняють умові (31), знаходимо як корені рівняння

$$\vartheta_o - \Theta_o(J, I_o, Bi_o, Bi_h, \vartheta_o, \vartheta_h) = 0. \quad (32)$$

В кінцях цього інтервалу струмів температура теплопоглинального спаю дорівнює температурі охолоджуваної рідини, а холодопродуктивність перетворюється в нуль (рис. 10а, б). Слід звернути увагу на те, що інтенсивність теплообміну на теплопоглинальному спаї Bi_o не впливає на значення допустимих струмів живлення, їх інтервал залежить тільки від температур теплоносіїв

$\mathcal{G}_o, \mathcal{G}_h$ і умов теплообміну на тепловиділяючому спаї Bi_h . Це пояснюється тим, що зміни Bi_o компенсуються відповідними змінами T_o відповідно до (30).

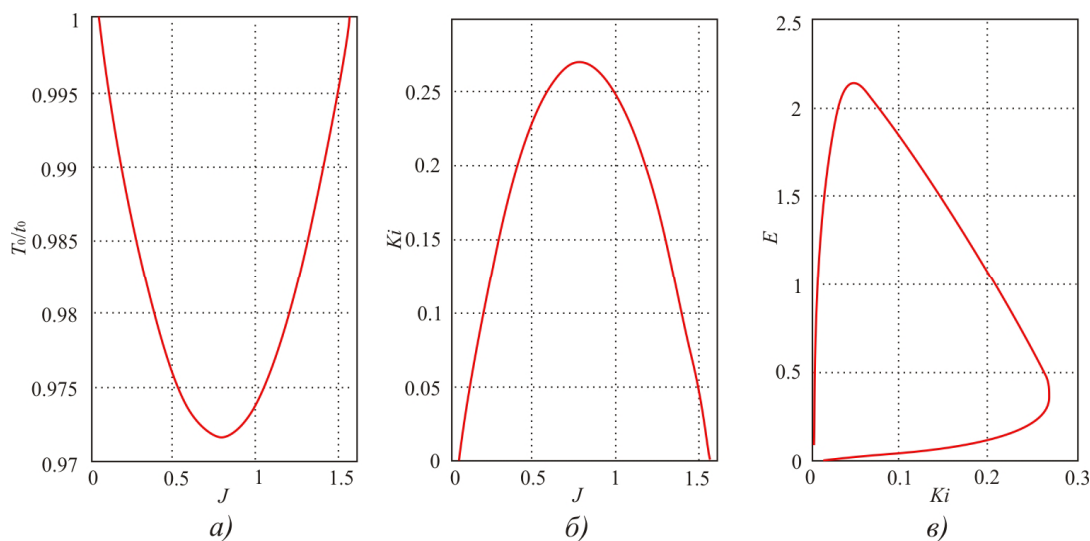


Рис. 11. Характеристики ТТН теплообмінного типу:

- а) – залежність відносної температури теплопоглинального спаю (T_o/t_o) від J ;
- б) – залежність холодопродуктивності ТТН від J ;
- в) – співвідношення між холодопродуктивністю Ki і ефективністю ТТН E .

Аналогічно розглянутій вище схемі холодопродуктивність ТТН лімітується глибиною охолодження й умовами теплообміну на тепловиділяючому спаї Bi_h . Особливістю розглянутої схеми є те, що глибина охолодження задається температурою охолоджуваного теплоносія \mathcal{G}_o , а холодопродуктивність, відповідно до (30), залежить від перепаду температур між теплоносієм і теплопоглинальним спаєм. Це обмежує максимальну глибину охолодження ТТН, і встановлює наступне обмеження на допустиме співвідношення температур охолоджуваного теплоносія й теплопоглинального спаю:

$$\mathcal{G}_o - \Theta_o \geq \frac{Ki}{Bi_o}. \quad (33)$$

З останнього виразу випливає, що тепловий потік на теплопоглинальному спаї (корисна холодопродуктивність) змінюється відповідно зміні температури спаю (рис. 11а, б). Співвідношення між холодопродуктивністю й ефективністю наведено на рис.11в, з якого випливає, що оптимальні режими ТТН відповідають області слабо ефективних розв'язків при значеннях струму живлення $J \leq J_{opt}$.

Режим генератора електроенергії

В режимі ТЕГ основним лімітуючим фактором є температура гріючого теплоносія \mathcal{G}_o . Її максимально допустиме значення з врахуванням (33, 26) визначається як:

$$\mathcal{G}_{i_{max}} \leq 1 + \frac{1 - \mathcal{G}_h}{Bi_o}. \quad (34)$$

При $\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_{i_{max}}$ температура теплопоглинального спаю в режимі холостого ходу рівна T_p , і характеристики ТЕГ досягають гранично можливих значень. При $\mathcal{G}_i \leq \mathcal{G}_{i_{max}}$ ситуація подібна

випадку із джерелом тепла постійної потужності – визначальний вплив на характеристики ТЕГ виявляють умови теплообміну на тепловіділяючих спаях термоелементів. Однак у силу того, що тепловий потік і температура теплопоглинальних спаїв термоелементів залежать від режиму навантаження, вигляд області допустимих розв'язків розглянутої схеми має більшу подібність з характеристиками ідеалізованого ТЕГ (рис. 12). Множина граничних можливостей ТЕГ теплообмінного типу представлена на рис. 6в.

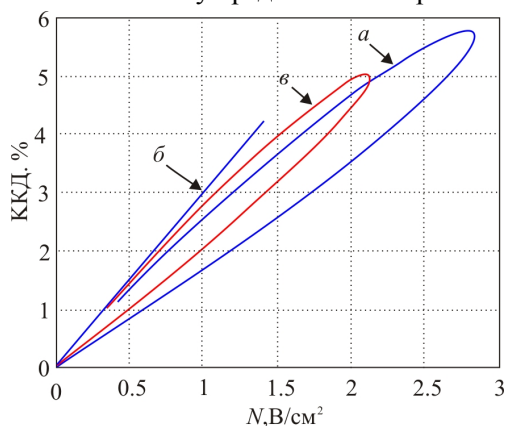


Рис. 12. Співвідношення між потужністю й ККД ТЕГ для різних схем ($T_p = 500 \text{ K}$, $0 \leq m \leq \infty$) (а) – граничні умови I/I роду; б) – II/III роду; в) – III/III роду).

Висновки

Наведені вище результати демонструють доцільність використання системного підходу при аналізі характеристик ТЕП. Розв'язок задачі термоелектричного перетворення енергії в узагальненому вигляді дозволяє чітко детермінувати вплив основних агрегатів системи на характеристики термоелектричних пристроїв. Порівняльний аналіз множин граничних можливостей різних схем ТЕП дозволяє виявити їхні особливості й одержати кількісні оцінки кожної з них. Наочність розглянутих методів порівняння добре ілюструють рис.12 і рис.13, на яких наведені характеристики розглянутих схем ТЕП у просторі основних техніко-економічних критеріїв (потужність – ККД для ТЕГ і холодопродуктивність – ефективність для ТТН). Аналіз таких характеристик дає можливість об'єктивно оцінити втрати реальних пристроїв у порівнянні з ідеальною схемою й характерні риси кожної зі схем.

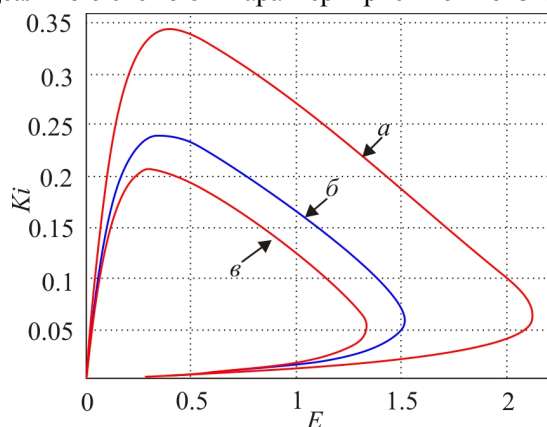


Рис. 13. Порівняння різних схем ТТН при однаковій глибині охолодження ($T_o = 280 \text{ K}$) (а) – граничні умови I/I роду; б) – II/III роду; в) – III/III роду).

Отримані в узагальнених змінних оптимальні розв'язки є універсальними, оскільки можуть бути перенесені на будь-яку комбінацію первинних вихідних даних, і подають однозначну інформацію про можливі характеристики реальних ТЕП при відомих обмеженнях на визначальні параметри (властивості термоелектричних матеріалів, умови теплообміну, обмеження по температурному режиму й геометрії пристрою).

Умовні позначення:

e – коефіцієнт термоЕРС, В/К; σ – коефіцієнт електропровідності, $(\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/смК; z – термоелектрична добротність, K^{-1} ; h – висота термоелемента, см; q – питома густина теплового потоку, Вт/см²; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/см²К; j – густина струму, А/см²; t_h – температура витоку тепла, К; t_o – температура джерела тепла, К; $\Theta = T/T_p$ – безрозмірна температура; $Y = y/h$ – безрозмірна координата; T_p – визначальна температура, К (для ТЕГ – максимально допустима температура $T_p = T_{\max}$; для ТТН – температура витоку тепла $T_p = t_h$); $\mathcal{G}_h = t_h/T_p$; $\mathcal{G}_o = t_o/T_p$; ΔT , $\Delta\Theta$ – перепад температур; N – питома потужність, Вт/см² У розрахунках для ілюстрацій використовувався наступний набір вихідних даних: $z = 3.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; $h = 0.1 \text{ см}$; $Bi_o = Bi_h = 10$; $t_h = 300 \text{ К}$; для режиму ТЕГ $T_p = 500 \text{ К}$; для режиму ТТН $T_p = 300 \text{ К}$.

Література

1. Анатычук Л.И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: / Л.И. Анатычук // Справ.-Киев: Наук. Думка, 1979.- 766 с.
2. Бурштейн А.И. Физические основы расчета полупроводниковых термоэлектрических устройств. / А.И. Бурштейн // - М.: Физматгиз, 1962.- 136 с.
3. Иоффе А.Ф. Полупроводниковые термоэлементы. / А.Ф. Иоффе // - М.-Л.: Изд. АН СССР, 1960.- 188 с.
4. Зорин И.В. Термоэлектрические холодильники и генераторы. / И.В. Зорин, Э.Я. Зорина // -Л.: Энергия, 1973.- 135 с.
5. Иорданишвили Е.К. Термоэлектрические источники питания. / Е.К. Иордашвили // - М.: Сов.радио. 1968.- 188 с.
6. Каганов М.А. Термоэлектрические тепловые насосы. / М.А. Каганов, М.Р. Привин // - Л.: Энергия, 1970.- 176 с.
7. Лобунець Ю.Н. Методы расчета и проектирования термоэлектрических преобразователей энергии. / Ю.Н. Лобунець // - К.:Наук. Думка, 1989.-176 с.
8. Термоэлектрические генераторы.-М.: Атомиздат, / А.С. Охотин [и др.]1976.- 320 с.
9. Анатичук Л.І. Про системи теплообміну та ефективність термоелектричного кондиціонера / Л.І. Анатичук, Р.В. Кузь, А.В. Прибила // Термоелектрика.-2013.- №1.- с. 76 – 82.
10. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев // М.: Наука, 1981. - 487 с.
11. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления / И.Г. Черноруцкий // П.:Питер, 2004.-256 с.
12. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. / А.А. Гухман // - М.:Высш.шк.,1974.-328 с.

Надійшла до редакції 29.04.2014