

УДК 537.32

**Вихор Л. М.,** док.фіз.-мат наук,  
**Максимук М. В.**



*Вихор Л. М.*

Інститут термоелектрики НАН і МОН України,  
вул. Науки, 1, Чернівці, 58029, Україна, e-mail:  
*anatysh@gmail.com*;



*Максимук М. В.*

**ПРОЕКТУВАННЯ  
ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ КАСКАДНИХ  
МОДУЛІВ ДЛЯ ТЕГ НА ТВЕРДОМУ ПАЛИВІ**

---

*Наведено результати комп'ютерного проектування генераторних термопарних каскадних модулів з матеріалів на основі  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS для використання в термоелектричних генераторах на твердому паливі. Шляхом застосування комп'ютерних методів, що ґрунтуються на теорії оптимального керування визначено оптимальні умови, за яких досягається максимальна потужність модулів та ККД термоелектричного перетворення. Подано порівняльні енергетичні характеристики таких модулів у діапазоні робочих температур 30 – 500 °С. Проектування здійснено з урахуванням температурних залежностей параметрів матеріалів, теплових і електричних втрат на контактах і комутаціях каскадів. Бібл. 15, Рис. 1, Табл. 2.*

**Ключові слова:** термоелектричний генератор, каскадні модулі, комп'ютерне проектування, теорія оптимального керування, фізична модель, ефективність.

## **Вступ**

Джерела опалення на твердому паливі, зокрема на дровах та пресованих брикетах широко використовуються для обігріву приміщень і приготування їжі, особливо у сільській місцевості та віддалених районах проживання населення. Популярність таких обігрівачів постійно зростає внаслідок збільшення вартості газового та рідкого органічних палив. Перспективним також є і їх застосування в якості джерел тепла для термоелектричних генераторів (ТЕГ). Крім беззаперечних переваг з позицій економічної ефективності, використання нагрітих поверхонь твердопаливних печей в конструкції ТЕГ дозволяє створювати універсальні термоелектричні комбіновані системи тепла та електрики, які в порівнянні з аналогічними термоелектричними системами, що працюють на дизельному, бензиновому чи газовому паливі, мають простішу та водночас надійнішу конструкцію, є безпечнішими та зручнішими в експлуатації [1].

На сьогоднішній день термоелектричні генератори, робота яких заснована на використанні тепла від печей на твердому паливі серійно виробляються рядом закордонних підприємств. Зокрема російськими компаніями «Кріотерм» та «Термофор» створено термоелектричні енергопечі електричною потужністю 25 та 50 Вт, що призначені для освітлення, живлення малопотужних побутових приладів, зарядки акумуляторів ноутбуків, мобільних телефонів, навігаторів, а також опалення приміщень площею до 50 м<sup>2</sup> [2, 3]. Аналогами російських енергопечей є розробки китайської фірми «Thermonamic Electronics (Jiangxi) Corp., Ltd.» потужністю 15 Вт, 30 Вт, 45Вт [4]. Дослідження зі створення нових та вдосконалення існуючих конструкцій ТЕГ на твердому паливі ведуться практично у всіх

провідних країнах світу, тому представлені великою кількістю патентної та іншої наукової літератури.

Загальним недоліком більшості термоелектричних генераторів на твердому паливі є використання в якості термоелектричного перетворювача термоелектричних модулів, виготовлених з матеріалів на основі телуриду вісмуту з граничною «гарячою» температурою 300°C. Проте температура поверхонь твердопаливних джерел тепла, на які встановлюється ТЕГ може бути значно вищою, що призведе до зменшення ресурсу роботи і, як наслідок, до швидкого виходу генератора з ладу. У зв'язку з цим актуальними стають дослідження спрямовані на розробку термоелектричних модулів з більш високими робочими температурами, які, відповідно, мають і більш високий рівень ККД.

Особливо перспективним в цьому аспекті, на наш погляд, є використання двокаскадних термоелектричних генераторних модулів оптимізованих на рівень гарячих температур 500 °C [5].

Метою даної роботи є проектування каскадного модуля для термоелектричних генераторів, що працюють від тепла нагрітих поверхонь твердопаливних печей, в якому термоелементи низькотемпературного каскаду виконуються з традиційних матеріалів на основі  $\text{BiTe}$ , а у високотемпературному каскаді застосовуються найефективніші для температурного діапазону 300 °C – 600 °C матеріали  $\text{PbTe}$  для віток  $n$ -типу провідності та сполуки  $\text{GeTe-AgSbTe}$  (TAGS) для віток  $p$ -типу провідності.

### Фізична модель каскадного термоелектричного модуля та її математичний опис

Фізична модель для проектування двокаскадного генераторного модуля для ТЕГ показана на рис. 1. Нумерація каскадів ведеться від холодного до гарячого каскаду, електричне з'єднання яких виконано за послідовною схемою.

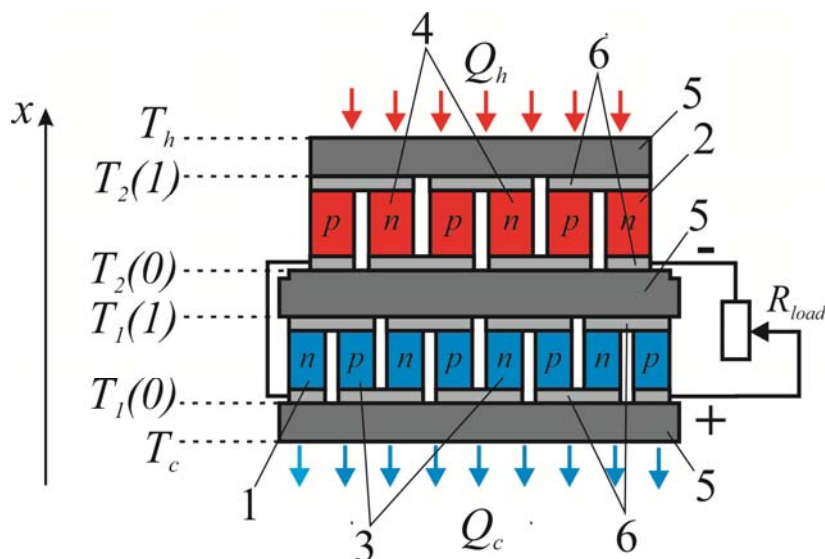


Рис. 1. Фізична модель двокаскадного модуля: 1 – низькотемпературний каскад; 2 – високотемпературний каскад, 3 – гілки термоелементів низькотемпературного каскаду з матеріалів на основі  $\text{BiTe}$   $n$ - і  $p$ -типу провідності; 4 – гілки термоелементів високотемпературного каскаду з матеріалів на основі  $\text{PbTe}$   $n$ -типу провідності і TAGS  $p$ -типу провідності; 5 – теплопровідні електроізоляційні пластини; 6 – комутаційні пластини.

Термопарні елементи холодного каскаду виконані з класичних матеріалів на основі  $\text{BiTe}$   $n$ -типу провідності. У гарячому каскаді для гілок  $p$ -типу провідності застосовується  $\text{PbTe}$ , а для

гілок  $p$ -типу – сплав  $GeTe-AgSbTe$  (TAGS). Термопари кожного каскаду з'єднані послідовно електрично й паралельно термічно.

Наближені методи розрахунку каскадних термопарних модулів для генераторів описано в монографіях [6 – 8]. Основною вимогою для проектування каскадних генераторних модулів є оптимальне теплове та електричне узгодження каскадів [8]. Найбільш точна оптимізація каскадів досягається методами теорії оптимального керування [9, 10]. В [11] такі методи застосовувались для проектування двокаскадних модулів з  $BiTe$  та  $PbTe$  - TAGS, але методика розрахунку оптимальної конструкції модулів не враховувала теплові та електричні втрати в комутаційних та ізоляційних пластинах. В умовах високих температур вплив теплових опорів ізоляційних і комутаційних пластин, а також електричних опорів контактів і комутацій в термоелементах на ККД модуля є достатньо суттєвим [9]. Тому запишемо основні співвідношення для проектування і оптимізації конструкції двокаскадного генераторного модуля з врахуванням теплових та електричних втрат на спаях термоелементів.

Оптимізація термоелектричного модуля полягає в досягненні максимального ККД, вираз для якого записується у вигляді

$$\eta = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h}, \quad (1)$$

де  $Q_c, Q_h$  - зовнішні потоки тепла на холодній і гарячій поверхнях модуля відповідно. Максимальному значенню  $\eta$  відповідає мінімум функціоналу

$$J = \sum_{k=1}^2 (\ln q_0^k - \ln q_1^k), \quad (2)$$

де  $q_1^k = \frac{Q_1^k}{n_k I}, q_0^k = \frac{Q_0^k}{n_k I}, k=1,2$  - питомі (віднесені до сили струму  $I$ ) потоки тепла на спаях

термопар  $k$ -ого каскаду,  $n_k$  – кількість термопар в  $k$ -ому каскаді,  $Q_0^k, Q_1^k$  – теплові потоки на холодній і гарячій поверхнях  $k$ -го каскаду, які задовольняють умови теплового узгодження на поверхнях кожного з каскадів, а саме  $Q_0^1 = -Q_c, Q_0^2 = Q_1^1, Q_1^2 = -Q_h$ .

Для обчислення потоків тепла  $q_1^k, q_0^k$ , що входять у (2), використовується система диференціальних рівнянь нерівноважної термодинаміки, яку можна подати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= - \frac{\alpha_k^{n,p}(T) j_k^{n,p}}{\kappa_k^{n,p}(T)} T - \frac{j_k^{n,p}}{\kappa_k^{n,p}(T)} q \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{(\alpha_k^{n,p}(T))^2 j_k^{n,p}}{\kappa_k^{n,p}(T)} T + \frac{\alpha_k^{n,p}(T) j_k^{n,p}}{\kappa_k^{n,p}(T)} q + \frac{j_k^{n,p}}{\sigma_k^{n,p}(T)} \end{aligned} \right\}_{n,p}, \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

де  $x = x/l$  – безрозмірна координата,  $l$  – висота гілок,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $j_k^{n,p} = Il / s_k^{n,p}$  – питома густина струму у вітках термоелементів  $k$ -ого каскаду. Характеристики термоелектричних матеріалів, а саме коефіцієнти термоЕРС  $\alpha$ , електропровідності  $\sigma$  і теплопровідності  $\kappa$  залежать від температури. Граничні умови для системи (3) мають вигляд

$$\begin{aligned} T_n^k(0) = T_p^k(0) \equiv T_k(0), \quad T_n^k(1) = T_p^k(1) \equiv T_k(1), \quad k = 1, 2, \\ T_1(0) = T_c + \delta T_1, \quad T_2(1) = T_h - \delta T_3, \quad T_2(0) = T_1(1) + \delta T_2, \end{aligned} \quad (4)$$

Втрати в перепаді температур на ізоляційних і комутаційних пластинах визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \delta T_1 &= T_1(0) - T_c = -q_0^1 \frac{1}{l \left( \frac{1}{j_1^n} + \frac{1}{j_1^p} \right)} \left( \frac{R_{cer} l_{cer}}{K_{cer}} + \frac{R_{con} l_{con}}{K_{con}} \right), \\ \delta T_2 &= T_2(0) - T_1(1) = - \left[ \frac{q_0^2}{l \left( \frac{1}{j_2^n} + \frac{1}{j_2^p} \right)} + \frac{q_1^1}{l \left( \frac{1}{j_1^n} + \frac{1}{j_1^p} \right)} \right] \left( \frac{R_{cer} l_{cer} / 2}{K_{cer}} + \frac{R_{con} l_{con}}{K_{con}} \right), \\ \delta T_3 &= T_h - T_2(1) = - \frac{q_1^2}{l \left( \frac{1}{j_2^n} + \frac{1}{j_2^p} \right)} \left( \frac{R_{cer} l_{cer}}{K_{cer}} + \frac{R_{con} l_{con}}{K_{con}} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

де  $R_{cer}, R_{com}$  – питомі теплові опори ізоляційних і комутаційних пластин,  $l_{cer}, l_{com}$  – товщини ізоляційних і комутаційних пластин,  $K_{cer}, K_{com}$  – коефіцієнти заповнення ізоляційних і комутаційних пластин, значення яких необхідно задати, щоб врахувати втрати в перепаді температури на ізоляційних і комутаційних пластинах при проектуванні генераторного модуля.

Питомі потоки тепла  $q_1^k, q_0^k$  на гарячих і холодних спаях термопар пов'язані з потоками тепла на межах гілок термоелементів співвідношеннями

$$\left. \begin{aligned} q_1^k &= \sum_{n,p} \left[ q_k^{n,p}(1) + \frac{j_k^{n,p}}{l} r_0 \right] + q_{com} \\ q_0^k &= \sum_{n,p} \left[ q_k^{n,p}(0) - \frac{j_k^{n,p}}{l} r_0 \right] - q_{com} \end{aligned} \right\}, \quad k=1,2, \quad (6)$$

в яких враховано виділення тепла Джоуля на контактних опорах  $r_0$  і комутаційних пластинах. Для обчислення питомого тепла Джоуля, що виділяється в комутаційній пластині  $q_{com}$ , можна скористатися наступним виразом [12]:

$$q_{com} = \frac{2r_{com} I}{l_{com}} \left( K_{com} - \frac{2}{3} \right). \quad (7)$$

Потоки тепла  $q_1^k, q_0^k$  залежать від параметрів питомої густини струму в каскадах  $j_k^{n,p}$ . Задача оптимізації термоелектричного генераторного модуля полягає в тому, щоб знайти такі оптимальні значення густини струму  $j_k^{n,p}$  для кожного каскаду, які надають мінімум функціоналу  $J(2)$ .

Така задача розв'язується методами теорії оптимального керування [13], у відповідності з якою для знаходження оптимальних значень густини струму  $j_k^{n,p}$  отримуємо наступні рекурентні співвідношення:

$$j_k^{n,p} = \left( I_1^k / 2I_2^k - \partial J / \partial j_k \right)_{n,p}, \quad k=1,2, \quad (8)$$

де

$$\left. \begin{aligned} I_1^k &= \Psi_2 q_0^1 + \int_0^1 \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} (\Psi_1 T - \Psi_2 q) dx, \\ I_2^k &= \int_0^1 \frac{\Psi_2}{\sigma_k} \left( 1 + \frac{\alpha_k^2 \sigma_k}{\kappa_k} T \right) dx, \end{aligned} \right\}_{n,p} \quad k=1,2,$$

$$\frac{\partial J}{\partial (j_k^{n,p})} = -\frac{r_0}{l} \left( \frac{1}{q_0^k} + \frac{1}{q_1^k} \right).$$

Температура на границі каскадів  $T_1(1)$  повинна задовольняти умову

$$\sum_{n,p} \Psi_1^{(2)n,p}(0) = \sum_{n,p} \Psi_1^{(1)n,p}, \quad (9)$$

а температура  $T_2(0)$  – рівність (5). В теорії оптимального керування функції  $\Psi_1^{(k)n,p}(x)$ ,  $\Psi_2^{(k)n,p}(x)$ , що входять в співвідношення (8) і (9), називаються імпульсами і є розв'язками лінійної крайової задачі, спряженої до задачі (3)-(4) знаходження фазових змінних  $T_k^{n,p}(x)$ ,  $q_k^{n,p}(x)$  [13].

Розв'язання поставленої задачі оптимізації каскадного термоелектричного модуля реалізується методом послідовних наближень. В результаті для заданих температур поверхонь генератора  $T_c$  і  $T_h$ , температурних залежностей характеристик матеріалів гілок термоелементів  $\alpha(T)$ ,  $\sigma(T)$  і  $\kappa(T)$  та параметрів, які характеризують контакти, ізоляційні та комутаційні пластини, визначаються оптимальні значення густини струму  $j_k^{n,p}$  у вітках термоелементів та відповідні їм розподіли температури  $T(x)$  і теплового потоку  $q(x)$ , якими забезпечується мінімальне значення функціоналу  $J_{\max}$ .

Після цього отримані дані використовуються для розрахунку оптимальної конструкції термоелектричного генераторного модуля, яка повинна забезпечувати задані значення генерованої потужності  $W$  і напруги  $U$  на зовнішньому навантаженні. За умови послідовного електричного з'єднання каскадів і термоелементів в каскадах значення струму у гілках термопар визначається як  $I = W/U$ . Тоді за заданих величин висоти гілок термоелементів  $l$  та струму живлення  $I$  оптимальні площі поперечного перерізу віток знаходяться з умов електричного узгодження каскадів

$$\left( \frac{j_n S_n}{l} \right)_k = \left( \frac{j_p S_p}{l} \right)_k = I, \quad k = 1, 2. \quad (10)$$

Максимальний ККД модуля обчислюється за формулою

$$\eta = 1 - \exp(-J). \quad (11)$$

Теплова потужність на гарячій поверхні модуля, необхідна для генерування заданої електричної потужності  $W$ , визначається так:

$$Q_h = \frac{W}{\eta}. \quad (12)$$

Оптимальна кількість термопар  $n_1$  та  $n_2$  в низькотемпературному та високотемпературному каскадах відповідно визначається з умов теплового їх узгодження:

$$Q_h = -q_1^2 n_2, \quad q_1^1 n_1 = q_0^2 n_2. \quad (13)$$

Така задача проектування термоелектричних генераторних модулів з максимальним ККД розв'язується комп'ютерними методами. Для цього в Інституті термоелектрики розроблено відповідні комп'ютерні засоби [14].

## Результати проектування двокаскадного модуля для ТЕГ

Описаний метод було застосовано для розрахунку оптимальних параметрів конструкції двокаскадного модуля для термоелектричних генераторів на твердому паливі з робочим діапазоном температур 30 °С - 500 °С. Вважалося, що термоелементи низькотемпературного

каскаду виконуються з матеріалів на основі  $BiTe$ , а у високотемпературному каскаді застосовуються матеріали  $PbTe$  для гілок  $n$ -типу провідності та сполуки  $GeTe-AgSbTe$  (TAGS) для гілок  $p$ -типу провідності. Для розрахунків використовувалися наведені в роботі [15] експериментальні температурні залежності характеристик  $\alpha(T)$ ,  $\sigma(T)$  і  $\kappa(T)$  цих матеріалів, які апроксимувалися поліномами.

Проектування модуля виконувалось для отримання потужності  $W = 20$  Вт і напруги  $U = 6$  В на зовнішньому навантаженні. Інші необхідні для розрахунків значення параметрів ізоляційних і комутаційних пластин та контактів подані в табл. 1.

Таблиця 1

*Вихідні дані для проектування каскадного модуля для ТЕГ*

Параметр	Позначення	Значення
Контактний опір	$r_0$	$10^{-5}$ Ом·см <sup>2</sup>
Висота віток термоелементів	$l$	0.55 см
Товщина ізоляційних пластин	$l_{cer}$	0.063 см
Товщина комутаційних пластин	$l_{com}$	0.025 см
Теплопровідність матеріалу ізоляційних пластин	$\kappa_{cer}$	0.24 Вт/(см·К)
Теплопровідність матеріалу комутаційних пластин	$\kappa_{com}$	4 Вт/(см·К)
Електропровідність матеріалу комутаційних пластин	$\sigma_{com}$	$58.1 \cdot 10^4$ Ом <sup>-1</sup> ·см <sup>-1</sup>

В табл. 2 приводяться отримані значення параметрів конструкції двокаскадного модуля з матеріалів  $BiTe$  та  $PbTe$  і TAGS для ТЕГ.

Таблиця 2

*Розраховані значення параметрів конструкції двокаскадного модуля*

Параметр	Позначення	Значення
Кількість термоелементів низькотемпературного каскаду	$n_1$	82 пари
Кількість термоелементів високотемпературного каскаду	$n_2$	64 пари
Площа поперечного перерізу віток низькотемпературного каскаду	$S_1$	$0.4 \times 0.4$ см <sup>2</sup>
Площа поперечного перерізу віток високотемпературного каскаду	$S_2$	$0.36 \times 0.36$ см <sup>2</sup>

За результатами розрахунків очікуване значення ККД такого модуля в робочому інтервалі температур 30 °С - 500 °С може досягати 12 %. Необхідна для цього кількість тепла від згорання твердого палива становить приблизно 160 Вт. Відповідно теплову енергію з потужністю 140 Вт необхідно відводити від тепловиділяючої поверхні модуля для забезпечення необхідного робочого інтервалу температур.

Таким чином, ККД двокаскадного модуля в 1.5 – 2 рази перевищує ККД традиційних однокаскадних модулів з матеріалів на основі  $BiTe$ . Практичне використання таких модулів в генераторах на твердому паливі спроможне суттєво підвищити ефективність перетворення тепла в електрику.

## Висновки

1. Вдосконалено методику комп'ютерного проектування каскадних термоелектричних модулів для генераторів методами теорії оптимального керування. Додатково враховано вплив теплових та електричних втрат в ізоляційних та комутаційних пластинах.
2. Проведено розрахунок оптимальних значень параметрів конструкції двокаскадного термоелектричного модуля потужністю 20 Вт з матеріалів на основі  $BiTe$  у низькотемпературному каскаді та  $PbTe$  і TAGS у високотемпературному каскаді. Отримано очікуване значення ККД модуля на рівні 12 %. Практичне застосування такого модуля в генераторах на твердому паливі сприятиме підвищенню ефективності перетворення теплової енергії в електричну в 1.5 – 2 рази.

## Література

1. Термоелектричний генератор, що використовує тепло нагрітих поверхонь / Л. І. Анатичук, Р. М. Мочернюк, М. В. Гаврилук, І. С. Андрусак. // Термоелектрика. – 2017. – №2 – С. 84–95.
2. <http://www.energopech.ru>
3. <http://kryothermtec.com/ru>
4. <http://www.thermonamic.com>
5. Вихор Л. М. Оптимізація матеріалів та оцінка характеристик генераторних модулів для рекуператорів тепла / Л. М. Вихор, В. Я. Михайловський, Р. М. Мочернюк. // Фізика і хімія твердого тіла. – 2014. – №1 – С. 206–213 – (Т.15).
6. Бурштейн А. И. Об экономичности каскадных генераторов / А. И. Бурштейн., 1960. – (ФТТ). – (Том 11).
7. Иорданишвили Е. К. Термоэлектрические источники питания / Е. К. Иорданишвили., 1968. – (М.: Советское радио).
8. Термоэлектрические генераторы / А. С. Охотин, А. А. Ефремов, В. С. Охотин, А. С. Пушкарский., 1971.
9. Анатичук Л. І. Комп'ютерне проектування каскадних модулів для генераторів / Л. І. Анатичук, Л. М. Вихор. // Термоелектрика. – 2002. – №4 – С. 19–27.
10. Анатичук Л. І. Термоелектричество, том IV. Функционально-градиентные термоэлектрические материалы / Л. І. Анатичук, Л. М. Вихор., 2012. – 180 с. – (Институт термоэлектричества, Черновцы).
11. Михайловський В. Я. Термоелектричні каскадні модулі із матеріалів на основі  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS. / В. Я. Михайловський, В. Р. Білінський-Слотило. // Термоелектрика. – 2012. – №4 – С. 67–74.
12. Наер В. А. Влияние контактных электрических сопротивлений на характеристики полупроводниковых батарей / В. А. Наер. // Холодильная техника. – 1965. – N1 – С. 9–14.
13. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Ю-Ши. Хо., 1972. – 544 с. – (М.: Мир).
14. Вихор Л. М. Комп'ютерне проектування термоелектричних генераторних модулів / Л. М. Вихор. // Термоелектрика. – 2005. – №2 – С. 60–67.
15. Дослідження термоелементів з матеріалів на основі  $n$ - $PbTe$  і  $p$ -TAGS термоелектричного генераторного каскадного модуля. / В. Я. Михайловський, В. В. Лисько, В. В. Антонюк, М. В. Максимук. // Термоелектрика. – 2017. – №3 – С. 38–46.

Надійшла до редакції 10.08.2017

**Вихор Л.Н., док. физ.-мат наук,  
Максимук Н.В.**

Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины,  
ул. Науки, 1, Черновцы, 58029, Украина

## **ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КАСКАДНЫХ МОДУЛЕЙ ДЛЯ ТЭГ НА ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ**

*Приведены результаты компьютерного проектирования генераторных термопарных каскадных модулей из материалов на основе  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS для использования в термоэлектрических генераторах на твердом топливе. Путем применения компьютерных методов, которые основываются на теории оптимального управления, определены оптимальные условия, при которых достигается максимальная мощность модулей и КПД термоэлектрического преобразования. Представлены сравнительные энергетические характеристики таких модулей в диапазоне рабочих температур 30 – 500 °С. Проектирование осуществлено с учетом температурных зависимостей параметров материалов, тепловых и электрических потерь на контактах и коммутациях каскадов. Библ. 15, Рис. 1, Table 2.*

**Ключевые слова:** термоэлектрический генератор, каскадные модули, компьютерное проектирование, теория оптимального управления, физическая модель, эффективность

**L.M. Vikhor, Doctor Phys.-math. Sciences  
M.V. Maksimuk**

Institute of Thermoelectricity of the NAS and MES of Ukraine,  
1, Nauky str, Chernivtsi, 58029, Ukraine;  
*e-mail: anatykh@gmail.com*

## **DESIGN OF THERMOELECTRIC CASCADE MODULES FOR SOLID FUEL TEG**

*This paper presents the results of computer design of generator thermocouple cascade modules made of materials based on  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS to be used in solid fuel thermoelectric generators. Computer methods based on the optimal control theory were used to determine optimal conditions whereby the maximum power of modules and thermoelectric conversion efficiency is achieved. The comparative energy characteristics of such modules are given in the operating temperature range 30 – 500 °C. The design was performed with regard to the temperature dependences of material parameters, thermal and electrical losses on the contacts and interconnects of stages. Bibl. 15, Fig. 1, Table 2.*

**Key words:** thermoelectric generator, cascade modules, computer design, optimal control theory, physical model, efficiency.



## References

1. Anatychuk L.I., Mocherniuk R.M., Havryliuk M.V., Andrusiak I.S. (2017). Termoelektrychnyi henerator shcho vykorystovuie teplo nahritykh poverkhon [Thermoelectric generator using the heat of heated surfaces]. *Termoelektryka – J. Thermoelectricity*, 2, 84–95 [in Ukrainian].
2. [http:// www.energopech.ru](http://www.energopech.ru)
3. <http://kryothermtec.com/ru>
4. <http://www.thermonamic.com>
5. Vikhor L.M., Mykhailovsky V.Ya., Mocherniuk R.M. (2014). Optymizatsiia materialiv ta otsinka kharakterystyk heneratornykh moduliv dlia rekuperatoriv tepla [Optimization of materials and performance evaluation of generator modules for heat recuperators]. *Fizyka i khimiiia tverdoho tila – Physics and Chemistry of the Solid State*, 15(1), 206-213 [in Ukrainian].
6. Burshtein A.I. (1960). Ob ekonomichnosti kaskadnykh generatorov [On the economic efficiency of cascade generators]. *Fizika tverdogo tela – Physics of the Solid State*, 11(10) [in Russian].
7. Iordanishvili E.K. (1968). *Termoelektricheskiie istochniki pitaniia [Thermoelectric power supplies]*. Moscow: Sovetskoe radio [in Russian].
8. Okhotin A.S., Yefremov A.A., Okhotin V.S., Pushkarskii A.S. (1971). *Termoelektricheskiie generatory [Thermoelectric generators]*. Moscow: Atomizdat [in Russian].
9. Anatychuk L.I., Vikhor L.M. (2002). Kompiuterne proektuvannia kaskadnykh moduliv dlia heneratoriv [Computer design of cascade generator modules]. *Termoelektryka – J. Thermoelectricity*, 4, 19-27 [in Ukrainian].
10. Anatychuk L.I., Vikhor L.N. (2012). *Termoelektrichestvo, T.IV. Funktsionalno-gradientnyie termoelektricheskiie materialy [Thermoelectricity, Vol.IV. Functionally graded thermoelectric materials]*. Chernivtsi: Institute of Thermoelectricity.
11. Mykhailovsky V.Ya., Bilinskyi-Slotylo V.R. (2012). Termoelektrychni kaskadni moduli iz materialiv na osnovi Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>-PbTe-TAGS [Thermoelectric cascade modules of Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>-PbTe-TAGS based materials]. *Termoelektryka- J. Thermoelectricity*, 4, 67-74 [in Ukrainian].
12. Naer V.A. (1965). Vliianie kontaknykh elektricheskikh soprotivlenii na kharakteristiki poluprovodnikovyykh batarei [Influence of contact electric resistances on the characteristics of semiconductor batteries]. *Kholodilnaya tekhnika – Refrigeration Engineering*, 1, 9-14 [in Russian].
13. Bryson A., Ho Yu-Chi. (1972). *Prikladnaia teoriia optimalnogo upravleniia [Applied optimal control theory]*. Moscow: Mir [in Russian].
14. Vikhor L.M. (2005). Kompiuterne proektuvannia termoelektrychnykh heneratornykh moduliv [Computer design of thermoelectric generator modules]. *Termoelektryka – J. Thermoelectricity*, 2, 60-67 [in Ukrainian].
15. Mykhailovsky V.Ya., Lysko V.V., Antoniuk V.V., Maksimuk M.V. (2017). Doslidzhennia termoelementiv z materialiv na osnovi n-PbTe and p-TAGS termoelektrychnoho heneratornogo kaskadnogo modulua [Research on thermoelements based on n-PbTe and p-TAGS materials for thermoelectric genertaor cascxade module]. *Termoelektryka- J. Thermoelectricity*, 3, 38-46 [in Ukrainian].

Submitted 10.08.2017