

УДК 537.9:53.043



Снарський А.

Снарський А., канд. фіз.-мат. наук^{1,2},
Юськевич П.¹



Юськевич П.

¹Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського",
проспект Перемоги 37, 03056 Київ, Україна,
e-mail: asnarskii@gmail.com

²Інститут проблем реєстрації інформації НАН України,
вул. Н. Шпака 2, 03113 Київ, Україна

ТЕОРІЯ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ З РІЗНИМИ ПОРОГАМИ ПРОТІКАННЯ

В роботі побудовано модифіковану теорію ефективного середовища для обчислень ефективних кінетичних коефіцієнтів термоелектричних композитів з різними значеннями порогів протікання. Показано, що навіть за концентрацій поза критичною областю величина порогу істотна для визначення ефективних властивостей. Розглянуто два принципово різних випадки набору локальних властивостей композиту. Один з них, коли провідність і теплопровідність однієї з фаз одночасно більша за провідність та теплопровідність другої фази. Другий, аномальний випадок, коли електропровідність першої фази (σ_1) більша від другої, але теплопровідність першої фази менша від другої, показує незвичайну концентраційну поведінку ефективної провідності, тобто при зростанні частки добре провідної фази ефективна провідність демонструє зменшення, а не зростання як у стандартному випадку, див. рис. 1а), яке при $p \approx \tilde{p}_c$ переходить в зростання. Бібл. 20, рис. 5.

Ключові слова: термоелектрика, теорія протікання, поріг протікання, композити, ефективні властивості.

Вступ

Обчислення ефективних значень кінетичних коефіцієнтів для композитних матеріалів є складною, нерозв'язною в загальному випадку задачею. Також розв'язки можливі, як винятковий випадок, для одновимірної неоднорідності. Або для строго періодичних структур, наприклад, для сферичних включень однієї фази в матрицю іншої. Навіть в разі включень простої форми, розв'язки є досить громіздкими і виражаються у вигляді нескінченних рядів, важких для аналізу [1 – 7].

Для опису випадково-неоднорідних середовищ, з випадково розташованими включеннями однієї фази в іншій існують наближені методи, які дозволяють наближено описувати концентраційне поведінку ефективних коефіцієнтів з різною точністю. Наприклад, наближення Максвела [8] дозволяє описати концентраційну поведінку ефективних коефіцієнтів з точністю до першого ступеня концентрації.

Для всього діапазону концентрацій хорошим наближенням є наближення Бруггемана-Ландауера [9, 10], що являє собою наближення самоузгодженого (середнього) поля.

Недоліком наближення Бруггемана-Ландауера є фіксований в цьому наближенні поріг проті-

кання. За великої відмінності фізичних властивостей фаз, наприклад, за провідності першої фази σ_1 набагато більшої від провідності другої σ_2 ($\sigma_1/\sigma_2 \gg 1$) різка зміна поведінки ефективної провідності σ_e при зміні концентрації фаз відбувається за концентрації першої фази σ_1 рівної $p = 1/3$. У той же час значення порогу протікання p_c реальних композитів може бути різним в залежності від їх структури, пов'язаної з технологією їх виготовлення.

В роботі [11] було представлено таку модифікацію наближення Бруггемана-Ландауера для задачі обчислення ефективної провідності, яка дозволяє задавати будь який поріг протікання $\tilde{p}_c$.

Мета даної роботи – модифікувати самоузгоджене наближення для обчислення ефективних термоелектричних властивостей композитів (наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ) та показати вплив величини порога протікання на ефективні властивості двофазних термоелектричних композитів.

Статтю побудовано таким чином: у першому розділі, розглядається наближення Бруггемана-Ландауера та його модифікація на основі роботи [11]. У другому розділі система термоелектричних рівнянь подається у зручному для побудови наближення Бруггемана-Ландауера вигляді і пропонується модифікація наближення. З отриманих результатів випливає, що термоелектрична добротність в залежності від порога протікання має максимум, що є цікавим для експериментальної перевірки наслідком. У третьому розділі наведено розрахунок ефективних властивостей у "аномальному" випадку, коли спостерігається незвичайна поведінка ефективної провідності.

Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера у задачі ефективної провідності.

Наближення Бруггемана-Ландауера може бути записано у вигляді

$$\frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1} p + \frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2} (1 - p) = 0, \quad (1)$$

де σ_1 – питома провідність першої фази, σ_2 – питома провідність другої фази.

Ефективна провідність, отримана з розв'язку рівняння (1) добре описує весь концентраційний діапазон. За більшої неоднорідності, при $\sigma_1/\sigma_2 \gg 1$ поблизу концентрації $p = p_c = 1/3$ спостерігається різка зміна концентраційного поведінки σ_e , що якісно описує перколяційні поведінку (аналог фазового переходу II роду). Природно, "просте" наближення (1) не може повністю описати перколяційні закономірності. Наприклад, числові значення отриманих з (1) [1, 11] критичних індексів σ_e поблизу p_c , а саме $t = q = 1$, відрізняються від перколяційних ($t = 2$ і $q = 0.73$).

Згідно модифікації [11] наближення Бруггемана-Ландауера (1) замінюється на

$$\frac{\frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\sigma_e - \sigma_1}{2\sigma_e + \sigma_1}} p + \frac{\frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\sigma_e - \sigma_2}{2\sigma_e + \sigma_2}} (1 - p) = 0, \quad (2)$$

де $c(p, \tilde{p}_c)$ - так званий терм Саричева-Виноградова має вигляд

$$c(p, \tilde{p}_c) = (1 - 3\tilde{p}_c) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1 - p}{1 - \tilde{p}_c} \right)^{1 - \tilde{p}_c}, \quad (3)$$

причому $\tilde{p}_c$ – наперед заданий поріг протікання.

Згідно (2) $\sigma_e(p)$ при $h = \sigma_1/\sigma_2 \rightarrow 0$ поблизу $\tilde{p}_c$ має ту ж степеневу поведінку, що і в стандартному наближенні Бруггемана-Ландауера (1)

$$\begin{aligned}\sigma_e(p) &\sim \sigma_1 (p - \tilde{p}_c)^t, \quad \sigma_2 = 0, \quad p > p_c, \\ \sigma_e(p) &\sim \sigma_2 (\tilde{p}_c - p)^{-q}, \quad \sigma_1 = \infty, \quad p < p_c,\end{aligned}\tag{4}$$

де критичні індекси $t = 1$ і $q = 1$.

Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ

За наявності термоелектричних явищ запишемо локальний зв'язок між електричним струмом $\mathbf{j}$, щільністю потоку тепла $\mathbf{q}$, градієнтом температури ∇T і напруженістю електричного поля $\mathbf{E}$ у вигляді [8,12]

$$\begin{aligned}\mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E} + \sigma \alpha (-\nabla T), \\ \frac{\mathbf{q}}{T} &= \sigma \alpha \mathbf{E} + \kappa \frac{1 + ZT}{T} (-\nabla T),\end{aligned}\tag{5}$$

де σ , κ – питомі провідність і теплопровідність, α – диференціальна термоЕРС, а

$$ZT = \frac{\sigma \alpha^2}{\kappa} T,\tag{6}$$

термоелектрична добротність (число Йоффе) Z помножена на температуру.

Локальні кінетичні коефіцієнти σ , κ , α залежать від координат і в разі двофазного композиту набувають значень σ_1 , κ_1 , α_1 – в першій фазі і σ_2 , κ_2 , α_2 , – у другий.

Властивості композиту в цілому задаються ефективними кінетичними коефіцієнтами, які за визначенням пов'язують середні за об'ємом "потоки" – електричний $\mathbf{j}$ і тепловий- $\mathbf{q}$ з "силами" – електричним полем $\mathbf{E}$ та градієнтом температур - ∇T

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{j} \rangle &= \sigma_e \langle \mathbf{E} \rangle + \sigma_e \alpha_e \langle -\nabla T \rangle, \\ \frac{\langle \mathbf{q} \rangle}{T} &= \sigma_e \alpha_e \langle \mathbf{E} \rangle + \kappa_e \frac{1 + Z_e T}{T} \langle -\nabla T \rangle,\end{aligned}\tag{7}$$

де

$$Z_e = \frac{\sigma_e \alpha_e^2}{\kappa_e}.$$

Системи (5) і (7) можуть бути записані, в зручному для подальшого розгляду, матричному вигляді

$$\begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \langle \mathbf{q} \rangle / T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & \sigma\alpha \\ \sigma\alpha & \kappa \frac{1+ZT}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Зазначимо, що у такому записі, як і повинно бути відповідно до принципу Онзагера [12,13], матриця кінетичних коефіцієнтів симетрична. Аналогічно і для ефективних значень

$$\begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \langle \mathbf{q} \rangle / T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_e & \sigma_e \alpha_e \\ \sigma_e \alpha_e & \kappa_e \frac{1+Z_e T}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Введемо узагальнений струм $\mathbf{i}$ і узагальнену силу – $\mathbf{e}$

$$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \langle \mathbf{q} \rangle / T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}, \quad (10)$$

які пов'язані між собою матрицею локальних кінетичних коефіцієнтів $\hat{\Omega}$

$$\mathbf{i} = \hat{\Omega} \mathbf{e}, \quad \hat{\Omega} = \begin{pmatrix} \sigma & \sigma\alpha \\ \sigma\alpha & \kappa \frac{1+ZT}{T} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

і аналогічно для середніх за об'ємом струмів і сил

$$\langle \mathbf{i} \rangle = \hat{\Omega}_e \langle \mathbf{e} \rangle. \quad (12)$$

У матричних позначеннях самоузгоджене наближення термоелектричної задачі (аналог рівняння Бруггемана-Ландауера) може бути записане у наступному вигляді [2]:

$$\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1} p + \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2} (1-p) = 0, \quad (13)$$

де вирази типу $1/(2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1)$ слід розуміти як множення справа на обернену матрицю.

Тут ми, аналогічно [11], пропонуємо наступну модифікацію наближення (13) для термоелектричної задачі:

$$\frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}} p + \frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}} (1-p) = 0. \quad (14)$$

Зазначимо відразу, що при $\tilde{p}_c = 1/3$ рівняння (14) переходить в стандартне наближення (13).

На рис. 1 показані концентраційні залежності σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$ для різних значень $\tilde{p}_c$.

Як видно з рисунка, ефективна провідність зростає з додаванням краще провідної фази, як і повинно бути. Аналогічно змінюється і ефективна теплопровідність. Відповідно, ефективна термоЕРС спадає при додаванні фази з меншим значенням термоЕРС. Так само з рис. 1 видно, що, наприклад для ефективної провідності, все криві мають однаковий характер, проте зміщується область, в якій спостерігається різке зростання провідності, або, іншими словами, зміщується поріг протікання. Термоелектрична добротність (число Іоффе) монотонно спадає, як і повинно бути, якщо додається фаза з меншою термоелектричною добротністю.

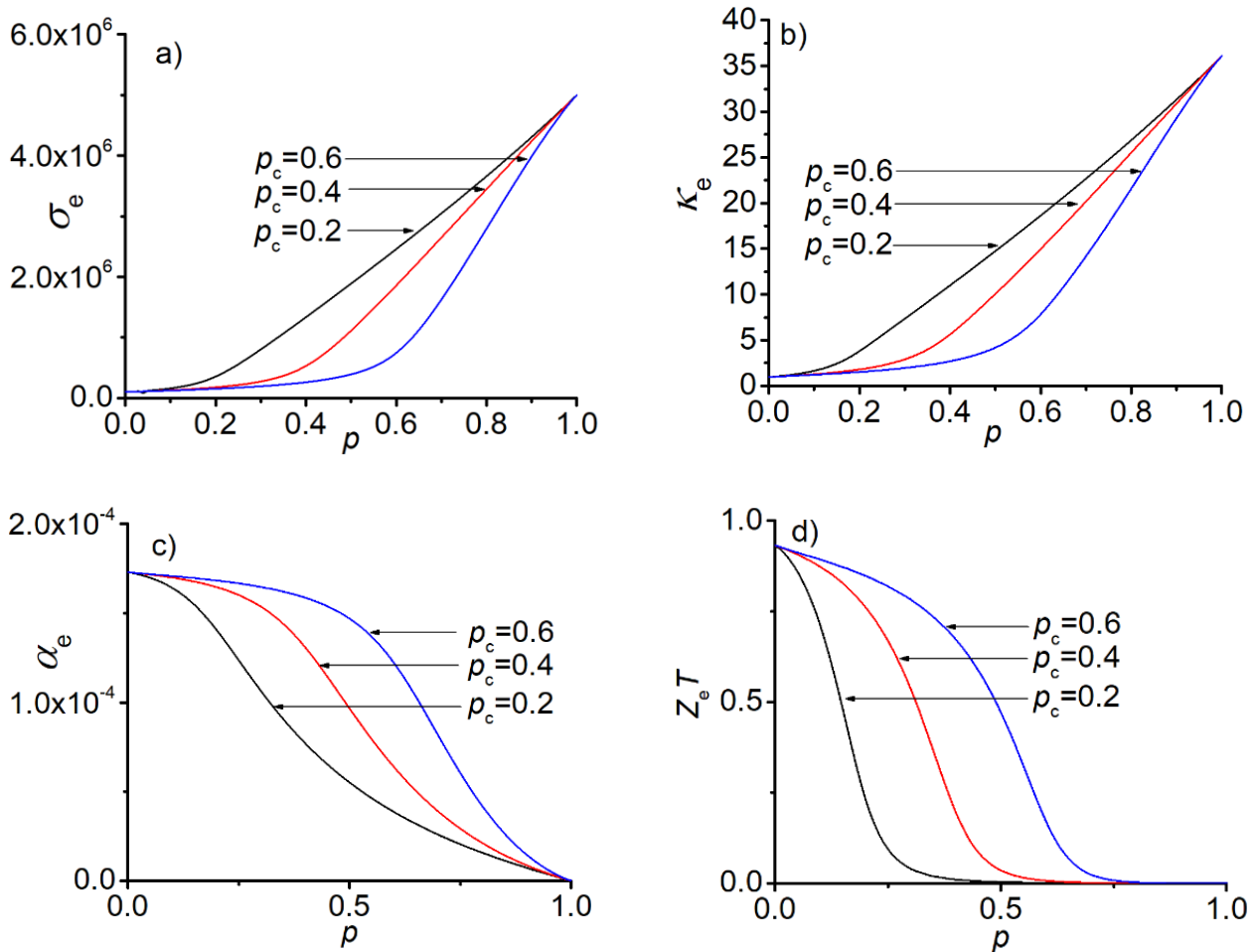


Рис.1 Концентраційні залежності ефективних провідності, теплопровідності, термоЕРС і добротності. Значення коефіцієнтів в фазах такі [15]:
для першої фази – $\sigma_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\kappa_1 = 36.1 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\alpha_1 = 0 \text{ В}/\text{К}$.
Для другої фази – $\sigma_2 = 10^5 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\kappa_2 = 0.963 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\alpha_2 = 173 \cdot 10^{-6} \text{ В}/\text{К}$.

Можна строго показати, що в разі $h_\sigma = \sigma_2/\sigma_1 \rightarrow 0$ і $h_\kappa = \kappa_2/\kappa_1 \rightarrow 0$ σ_e і κ_e або стають рівними нулю за $\sigma_2 = 0$ і $\kappa_2 = 0$ і $p \rightarrow \tilde{p}_c$, або розбігаються при $\sigma_1 = \infty$ і $\kappa_1 = \infty$ і $p \rightarrow \tilde{p}_c$.

Як впливає з (14), значення ефективних коефіцієнтів за даної концентрації p першої фази залежать від порога протікання композиту $\tilde{p}_c$. Чим концентрація p ближче до $\tilde{p}_c$ тим ця залежність істотніше, однак і за менших концентрацій відмінність має місце.

На рис. 2 зображено залежність ефективних коефіцієнтів σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$, від значення $\tilde{p}_c$ для різних значень p – концентрації першої фази.

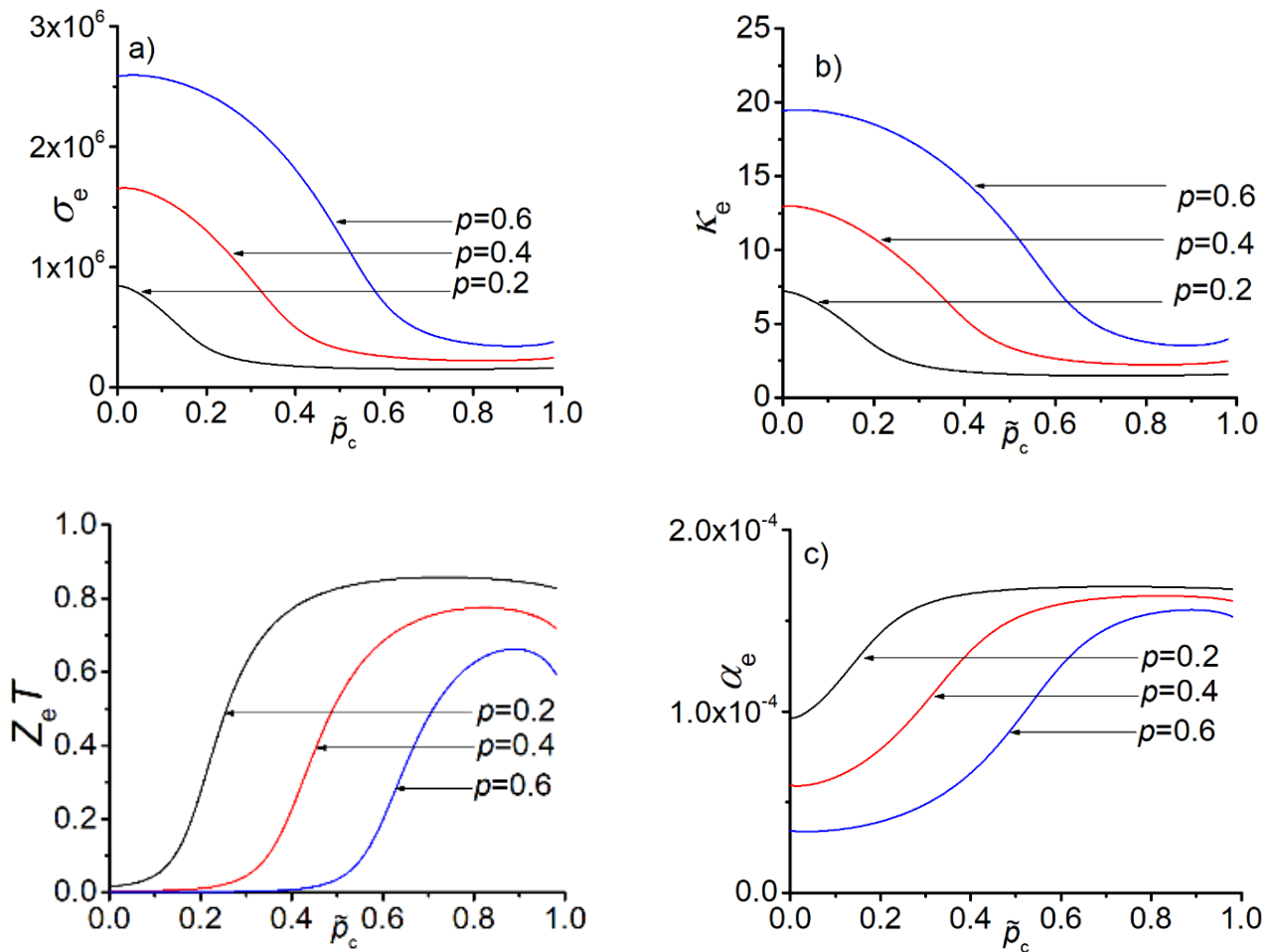


Рис. 2. Залежності ефективних кінетичних коефіцієнтів від порога протікання $\tilde{p}_c$ при заданій концентрації першої фази. Значення коефіцієнтів в фазах обрані такими ж, як і на рис. 1.

З рисунка видно, що значення ефективної провідності за заданої концентрації зменшується зі збільшенням порогу $\tilde{p}_c$. Аналогічно змінюється і ефективна теплопровідність. Варто також зазначити, що, за заданої концентрації збільшення порогу $\tilde{p}_c$ обумовлює зростання термоелектричної добротності (числа Йоффе), однак за великих $\tilde{p}_c$ помітний максимум і зростання змінюється на незначне спадання. Цікаво було б перевірити наявність такого максимуму експериментально і визначити, чи є цей максимум "артефактом" нашої модифікації.

Модифікація наближення Бругемана-Ландауера для термоелектричних явищ в "аномальному" випадку

Поправка (3) вводиться в наближення Бругемана-Ландауера (2) передбачає, що провідність першої фази більша за провідність другої $\sigma_1 > \sigma_2$. В цьому випадку при заданні в (3) порогу протікання $\tilde{p}_c$ поріг, який можна знайти при розв'язанні (2) буде дорівнює наперед заданому $p_c = \tilde{p}_c$. При виконанні зворотного нерівності $\sigma_2 > \sigma_1$ поправку (3) слід змінити.

За $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, тобто за відсутності термоелектричних явищ рівняння наближення середнього поля (13) або (14) поділяються на два незалежних – одне для провідності, інше теплопровідності. У

тому випадку, коли $\sigma_1 > \sigma_2$ і $\kappa_1 > \kappa_2$ в ці незалежні рівняння входить одна і та ж поправка $c(p, \tilde{p}_c)$. Однак в зворотному випадку, коли $\sigma_1 < \sigma_2$, але $\kappa_1 < \kappa_2$ поправки для σ_e і κ_e повинні бути різними. У загальному випадку, коли $\alpha_1 \neq \alpha_2$, ця відмінність зберігається і модифікація (13) (14) набуває більш складного вигляду:

$$\frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}}{1 + \hat{C}(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}} p + \frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}}{1 + \hat{C}(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}} (1 - p) = 0, \quad (15)$$

де

$$\hat{C}(p, \tilde{p}_c) = \begin{pmatrix} c_\sigma(p, \tilde{p}_c) & 0 \\ 0 & c_\kappa(p, \tilde{p}_c) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

а поправки $c_\sigma(p, \tilde{p}_c)$ і $c_\kappa(p, \tilde{p}_c)$ в (16), в залежності від відношень σ_1/σ_2 і κ_1/κ_2 мають різний вигляд. У тому випадку, коли $\sigma_1 > \sigma_2$ і $\kappa_1 > \kappa_2$ поправка $c_\sigma(p, \tilde{p}_c)$ визначається формулою (3), а $c_\kappa(p, \tilde{p}_c)$ набуває вигляду:

$$c_\kappa(p, \tilde{p}_c) = [1 - 3(1 - \tilde{p}_c)] \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1 - p}{1 - \tilde{p}_c} \right)^{1 - \tilde{p}_c}. \quad (17)$$

На рис. 3 наведені концентраційні залежності σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$ для різних значень порога протікання.

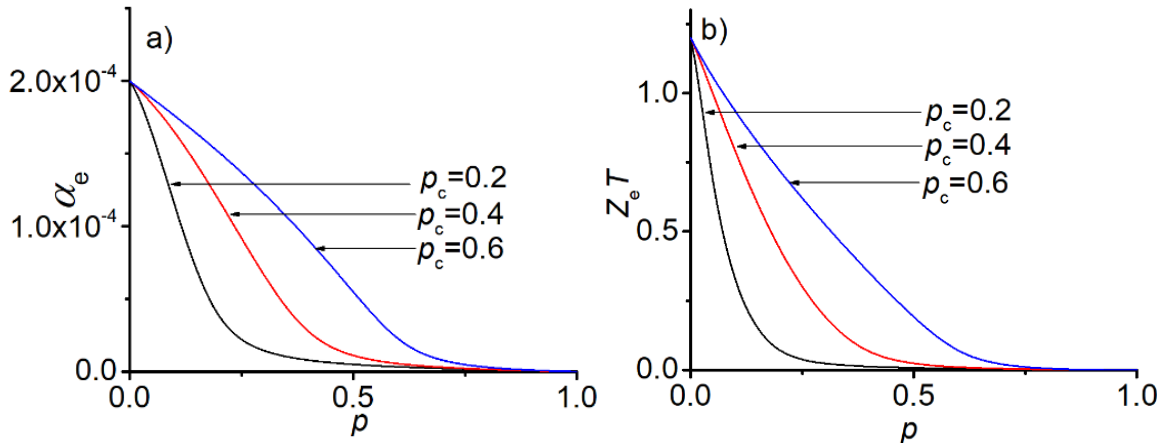


Рис. 3 Залежності ефективних термоЕРС та добротності від концентрації p першої фази за заданого порога протікання $\tilde{p}_c$.

Значення кінетичних коефіцієнтів фаз прийнято такими ж, як і на рис. 1.

Один з таких матеріалів, для яких істотно порушується закон Відемана-Франца, а саме має місце велика провідність, але мала теплопровідність описано в [16].

На рис. 4 показані залежності ефективних властивостей від величини порога протікання.

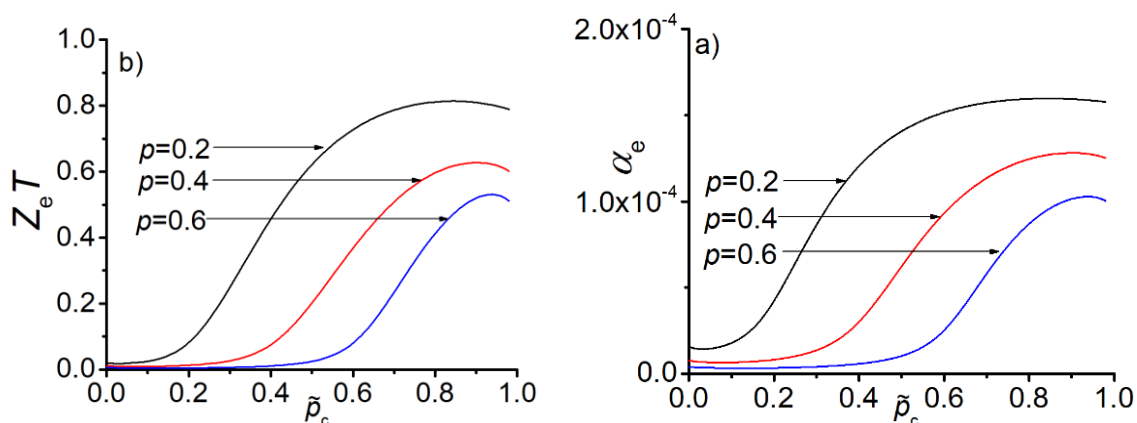


Рис. 4 Залежності ефективної термоЕРС і добротності від порога протікання $\tilde{\rho}_c$ за заданої концентрації p першої фази. Значення коефіцієнтів у фазах взято такими ж, як і на рис. 1.

Так само, як і в звичайному випадку ефективна добротність має максимум.

Обговорення

На рисунку, наведеному нижче, зображено залежність ефективної провідності і теплопровідності від концентрації і порогу протікання в "аномальному" випадку. Слід зауважити, що ефективна провідність має незвичайну поведінку: при додаванні фази з хорошою провідністю, ефективна провідність спочатку спадає, а потім починає зростати. Цікаво експериментально перевірити чи є це дефектом теорії, чи справді в реальних композитах спостерігається така поведінка ефективної провідності.

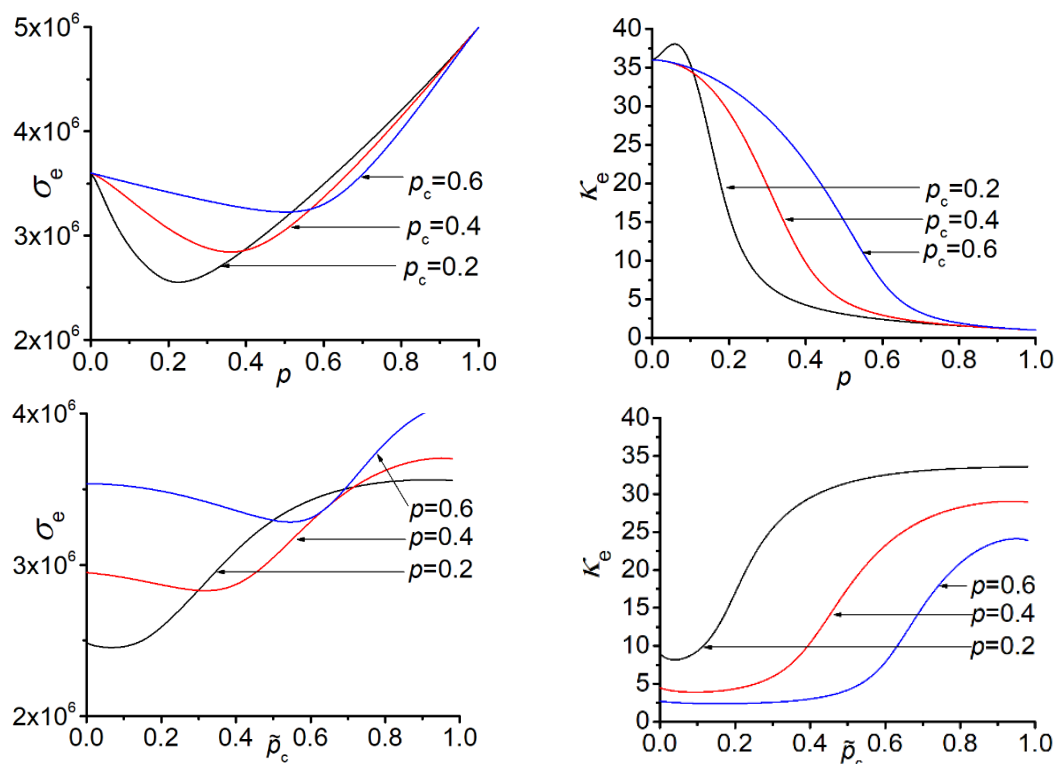


Рис. 5 Залежності ефективної термоерс і добротності від порога протікання $\tilde{\rho}_c$ при заданій концентрації p першої фази. Значення коефіцієнтів в фазах обрані такими ж, як і на рис. 1.

Висновки

В роботі розглянуто модифікація теорії середнього поля (метод самоузгодження, effective medium theory) для термоелектричних явищ на випадок наперед заданого порогу протікання. Вперше таку модифікацію було запропоновано в [11] для опису гальваноманітних явищ і застосовано для опису ряду експериментальних результатів [9 – 11, 17]. У [18] модифікація була використана в запропонованому підході "рухомого порогу протікання" для опису магнітодіелектричного ефекту і особливостей магнітної проникності магнетоеластомерів, в [19, 20] для опису гігантського магнітоеластичного ефекту.

Тут запропонована аналогічна модифікацію для системи рівнянь, що описують термоелектричні явища в макроскопічно неоднорідних двофазних композитах.

Отримані результати можуть бути використані для опису термоелектричних властивостей композитів з різною структурою, що відповідає різним порогам протікання.

Література

1. Torquato S., Random Heterogeneous Materials. Microstructure and Macroscopic Properties, Springer Verlag: New York, USA, 2002. doi: 10.1115 / 1.1483342
2. Баляндрасників Б. Я., Електрофізичні властивості композитів, М., Ленанд, 2015-го, 752с.
3. Choy TC, Effective medium theory: principles and applications, Oxford University Press: Oxford, UK, 2016. doi:10.1093 / acprof: oso / 9780198705093.001.0001
4. Andrianov IV, Awrejcewicz J., Danishevskyy VV, Asymptotical Mechanics of Composites, Springer: Cham, Germany, 2018, 313. doi: 10.1007 / 978-3-319-65786-8
5. Andrianov IV, Awrejcewicz J., Starushenko GA, Asymptotic models and transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part I: Square lattice of circular inclusions. Compos. Struct. 2017, 179, 627. doi: 10.1016 / j.compstruct.2017.07.070
6. Andrianov IV, Awrejcewicz J., Starushenko GA, Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part II: Square lattices of rhombic inclusions and hexagonal lattices of circular inclusions. Compos. Struct. 2017, 180, 359. doi: 10.1016 / j.compstruct.2017.07.068
7. Snarskii A., Bezsudnov IV, Sevryukov VA, Morozovskiy A., Malinsky J., Transport Processes in Macroscopically Disordered Media. From Mean Field Theory to Percolation, Springer Verlag: New York, USA, 2016. doi: 10.1007 / 978-1-4419-8291-9
8. Landau LD, Lifshitz EM, Electrodynamics of Continuous Media, 2 ed., 8, Oxford: Butterworth-Heinemann, 1984.
9. Bruggeman VD, Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. Ann. Phys. (Leipzig), 1935, 416, 664. doi: 10.1002 / andp.19354160705
10. Landauer R., The electrical resistance of binary metallic mixtures. J. Appl. Phys. 1952 23, 784. doi: 10.1063 / 1.1702301
11. Sarychev AK, Vinogradov AP, Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered material. phys. stat. sol. (B) 1983, 117, K113-K118. doi: 10.1002 / pssb.2221170252
12. Самойлович А. Г., Термоелектричні і термодинамічні методи перетворення енергії, М., ЛКИ (УРСС), 2007, 224с.
13. Nye JF, Physical Properties of crystals, Oxford, Clarendon Press, 1964.
14. Webmann I., Jortner J., Cohen MH, Phys.Rev. B, 1977,16, 6, 2959.
15. Rowe DM, Thermoelectrics Handbook (macro to nano), Taylor Francis, 2006 1000.

16. Lee S., Hippalgaonkar K., Yang F., Hong J., Ko C., Suh J., Liu K., Wang K., Urban JJ, Zhang X., Dames C., Hartnoll SA, Delaire O., Wu J. 2017 Science, 355, 371.
17. Bergman DJ, "The dielectric constant of a composite material-a problem in classical physics," Phys. Rep., 43, 9, 407, 1978
18. Snarskii A., Zorinets D., Shamonin M., Kalita V., Theoretical method for calculation of effective properties of composite materials with reconfigurable microstructure: electric and magnetic phenomena. Phys. A: Stat. Mech. Appl. 2019, 535, 122 467. doi: 10.1016 / j.physa.2019.122467
19. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P., Colossal Magnetoelastic Effects in Magnetoactive Elastomers. arxiv: 2002.11762, 2020.
20. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P., Effective Medium Theory for the Elastic Properties of Composite Materials with Various Percolation Thresholds. Materials 2020 року, 13, 1243.

Надійшла до редакції 14.06.2019

Снарский А., док. физ.- мат. наук, професор^{1,2}
Юськевич П.¹

¹Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»,
проспект Победы 37, 03056 Киев, Украина, e-mail: asnarskii@gmail.com

²Институт проблем регистрации информации
НАН Украины, ул. Н. Шпака 2, 03113 Киев, Украина

ТЕОРИЯ СРЕДНЕГО ПОЛЯ ДЛЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМИ ПРОГРАММАМИ ПРОТИКАНИЯ

В работе построена модифицированная теория среднего поля для вычислений эффективных свойств термоэлектрических композитов с различными значениями порогов протекания. Показано, что даже при концентрациях вне критической области величина порога существенна для определения эффективных свойств. Рассмотрены два принципиально разных случая набора локальных свойств композита. Один из них, когда проводимость и теплопроводность одной из фаз одновременно больше проводимости и теплопроводности второй фазы. Второй, аномальный случай, когда электропроводность первой фазы (σ_1) больше второй, но теплопроводность первой фазы меньше второй, показывает необычные концентрационное поведение эффективной проводимости, т.е. при возрастании хорошо проводящей фазы эффективная проводимость σ_e показывает падение (а не рост как в стандартном случае, см. рис. 1а), которое при $p \approx \tilde{p}_c$ переходит в рост. Библ. 20, рис. 5.

Ключевые слова: термоэлектричество, теория протекания, порог протекания, композиты, эффективные свойства.

A. Snarskii dok. phys.– mat. sciences, Acting professor^{1,2}
P. Yuskevich¹

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, 37
Peremohy Ave., 03056 Kyiv, Ukraine

²Institute of Information Registration Problems of the NAS of Ukraine,
2 Shpaka Str., 03113 Kyiv, Ukraine, e-mail: asnarskii@gmail.com

EFFECTIVE MEDIUM THEORY FOR THE THERMOELECTRIC PROPERTIES OF COMPOSITE MATERIALS WITH VARIOUS PERCOLATION THRESHOLDS

In the work, a modified effective medium theory is constructed for calculating the effective properties of thermoelectric composites with different values of percolation thresholds. It is shown that even at concentrations beyond the critical region, the threshold value is essential for determining the effective properties. Two fundamentally different cases of a set of local properties of the composite are considered. In one of these cases, the conductivity and thermal conductivity of one of the phases is simultaneously greater than the conductivity and thermal conductivity of the other phase. The second, anomalous case, when the electrical conductivity of the first phase (σ_1) is greater than that of the second, but the thermal conductivity of the first phase is less than that of the second, shows unusual concentration behavior of effective conductivity, i.e. with an increase in the well-conducting phase, the effective conductivity σ_e shows a decrease (rather than growth as in the standard case, see Fig. 1a), which at $p \approx \tilde{p}_c$ goes over to growth.

Key words: thermoelectricity, percolation theory, percolation thresholds, composites, effective properties

References

1. Torquato S. (2002). *Random heterogeneous materials. Microstructure and macroscopic properties*. New York: Springer Verlag. doi: 10.1115/1.1483342
2. Balagurov B.Ya. (2015). *Elektrofizicheskiye svoystva kompozitov [Electrophysical properties of composites]*. Moscow: Lenand [in Russian].
3. Choy T.C. (2016). *Effective medium theory: principles and applications*. Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/acprof:oso/9780198705093.001.0001
4. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Danishevskyy V.V. (2018). *Asymptotical mechanics of composites*. Cham, Germany: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-65786-8
5. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Starushenko G.A. (2017). Asymptotic models and transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part I: Square lattice of circular inclusions. *Compos. Struct.*, 179, 627. doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.070
6. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Starushenko G.A. (2017). Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part II: Square lattices of rhombic inclusions and hexagonal lattices of circular inclusions. *Compos. Struct.*, 180, 359. doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.068
7. Snarskii A., Bezsudnov I.V., Sevryukov V.A., Morozovskiy A., Malinsky J. (2016). *Transport processes in macroscopically disordered media. From mean field theory to percolation*. New York: Springer Verlag. doi: 10.1007/978-1-4419-8291-9
8. Landau L. D., Lifshitz E. M. (1984). *Electrodynamics of continuous media. 2 ed.* Oxford: Butterworth-Heinemann.
9. Bruggeman V.D. (1935). Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys. (Leipzig)*, 416, 664. doi: 10.1002/andp.19354160705

10. Landauer R. (1952). The electrical resistance of binary metallic mixtures. *J. Appl. Phys.* 23, 784. doi:10.1063/1.1702301
11. Sarychev A.K., Vinogradov A.P. (1983). Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered material. *phys. stat. sol. (b)*, 117, K113-K118. doi: 10.1002/pssb.2221170252
12. Samoilovich A.G. (2007). *Termoelektricheskiye i termodinamicheskiye metody prevrashcheniya energii* [Thermoelectric and thermodynamic power conversion methods]. Moscow: LKI (URSS) [in Russian].
13. Nye J.F. (1964). Physical properties of crystals. Oxford: Clarendon Press.
14. Webmann I., Jortner J., Cohen M. H. (1977). *Phys. Rev. B*, 16, 6, 2959.
15. Rowe D. M. (2006). *Thermoelectrics Handbook (Macro to Nano)*. Boca-Raton: Taylor Francis.
16. Lee S., Hippalgaonkar K., Yang F., Hong J., Ko C., Suh J., Liu K., Wang K., Urban J. J., Zhang X., Dames C., Hartnoll S. A., Delaire O., Wu J. (2017). *Science*, 355, 371.
17. Bergman D. J. (1978). The dielectric constant of a composite material—a problem in classical physics. *Phys. Rep.*, 43, 9, 407.
18. Snarskii A., Zorinets D., Shamonin M., Kalita V. (2019). Theoretical method for calculation of effective properties of composite materials with reconfigurable microstructure: electric and magnetic phenomena. *Phys. A: Stat. Mech. Appl.* 535, 122467. doi: 10.1016/j.physa.2019.122467
19. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P. (2020). Colossal magnetoelastic effects in magnetoactive elastomers. arxiv: 2002.11762.
20. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P. (2020). Effective medium theory for the elastic properties of composite materials with various percolation thresholds. *Materials*, 13, 1243.

Submitted 14.06.2019