УДК 537.32

Анатичук Л.І. *акад. НАН Украины*[1,2]**,**
Вихор Л.М. *док. фіз.-мат. наук*[1]
Коцур М.П, [1,2] **Романюк І.Ф.** [2]**, Сорока А.В.** [2]

[1]Інститут термоелектрики НАН і МОН України,
вул. Науки, 1, Чернівці, 58029, Україна;
e–mail: anatych@gmail.com
[2]Чернівецький національний університет
ім. Юрія Федьковича, вул. Коцюбинського 2,
Чернівці, 58000, Україна,

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМ ПРОЦЕСОМ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ В РЕЖИМІ МІНІМАЛЬНОГО ЕНЕРГОСПОЖИВАННЯ

Сформульовано задачу оптимального керування нестаціонарним процесом термоелектричного охолодження в режимі мінімального енергоспоживання та запропоновано метод її вирішення. Розроблено алгоритм і комп'ютерний засіб, які застосовані для розрахунку оптимальних часових залежностей струму живлення термоелемента, за яких задана температура охолодження досягається за заданий час з мінімальними витратами електричної енергії. Наведено приклади комп'ютерного моделювання таких оптимальних функцій керування процесом нестаціонарного охолодження. Встановлено, що економія електроенергії за умови живлення термоелементів оптимально залежним від часу струмом досягає 25 – 50 % порівняно із варіантом живлення постійним струмом. Бібл.29 , рис. 5, табл. 1 .

Ключові слова: нестаціонарне термоелектричне охолодження, оптимальне керування, оптимальні часові залежності струму живлення термоелемента.

Вступ

Термоелектричне охолодження використовується в різних сферах життєдіяльності людини. Але процес термоелектричного охолодження детально вивчений та оптимізований переважно для стаціонарних режимів роботи термоелектричного перетворювача. Водночас ще в 50-х роках 20-го сторіччя в теоретичній роботі Л.С. Стільбанса і Н.А. Федоровича [1] було показано, що в нестаціонарних режимах можна досягти більш глибокого охолодження, ніж в стаціонарних. Цей факт в подальшому був підтверджений багатьма теоретичними та експериментальними дослідженнями [2 – 9] і продовжує інтенсивно вивчатися сучасними дослідниками [10 – 18].

Сфера практичного застосування нестаціонарних режимів термоелектричних охолоджувачів стосується випадків, коли важливу роль відіграє час охолодження об'єкта. Це, наприклад, можуть бути охолоджувачі для лазерних пристроїв, для покращення якості зображення в приладах нічного бачення, тепловізорах та інших пристроях військового

призначення, а також для швидкого відводу теплових імпульсів, які виділяються під час роботи електронних компонентів [19, 20].

Досягти переваг нестаціонарних режимів охолодження над стаціонарними можливо за умов оптимізації цих режимів. Найбільш раціональні задачі оптимізації процесу нестаціонарного термоелектричного охолодження (ПНТО) пов'язані з пошуком оптимальних функцій керування цим процесом, зокрема оптимальних часових залежностей струму живлення термоелементів. Вперше такі теоретичні задачі розглядалися в роботах [6, 7, 21, 22] для найпростіших моделей термоелектричного перетворювача, які не враховували такі важливі фактори, як вплив ефекту Томсона, контактного опору на спаях термоелемента, тепловиділення і теплоємності охолоджувального об'єкта, тощо. Були запропоновані наближені аналітичні методи розв'язування таких задач і отримані, відповідно, наближені результати.

Сучасні комп'ютерні способи пошуку оптимальних часових функцій струму для термоелектричних охолоджувачів в нестаціонарних режимах переважно полягають не в розв'язуванні оптимізаційних задач, а у виборі найкращої функції з обмеженого набору заданих часових залежностей [23, 24].

Задачі оптимізації ПНТО відносяться до задач оптимального керування об'єктами з розподіленими параметрами [25]. Це складні задачі, для яких не існує узагальнених методів їх вирішення. Тому розробка способів розв'язування задач оптимального керування динамічними режимами термоелектричних охолоджувачів є актуальним завданням.

У роботах [26 – 28] були запропоновані підходи до розв'язування задачі пошуку оптимальної часової залежності струму для досягнення найнижчої температури охолодження за заданий час. Мета цієї роботи – на основі теорії оптимального керування розробити методи і алгоритм для оптимізації процесу нестаціонарного термоелектричного охолодження в режимі мінімального енергоспоживання, розрахувати оптимальні часові залежності струму живлення термоелементу, за яких задана температура охолодження досягається з мінімальними витратами електричної енергії та проаналізувати ефективність використання таких функцій струму.

Постановка задачі оптимального керування процесом нестаціонарного охолодження в режимі мінімального енергоспоживання

Модель термоелемента, яка використовується для оптимізації ПНТО, показана на рис. 1. У математичному описі моделі враховуються наступні важливі фізичні фактори та раціональні наближення.

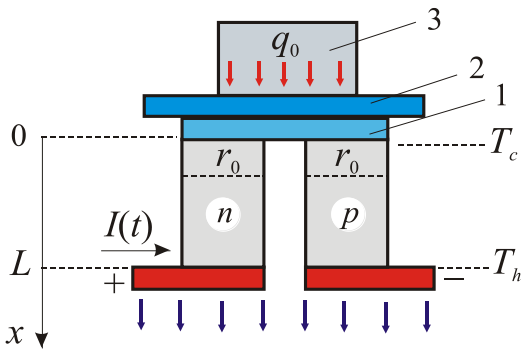


Рис. 1. Модель термоелемента для оптимізації процесу нестаціонарного охолодження. 1 – комутаційна пластина, 2 – ізоляційна пластина, 3 – об'єкт охолодження.

1. Розподіл температури у вітках n- та p-типу провідності вважається одномірним, температура залежить від координати *x* вздовж висоти віток і змінюється з часом.

2. Матеріал віток є однорідним, термоелектричні властивості коефіцієнти теплоємності *c*, питомого опору ρ, термоЕРС α, теплопровідності κ наближено можна вважати незалежними від температури і однаковими для віток обох типів провідності.

3. В об'ємі віток враховується поглинання тепла Томсона. Коефіцієнт Томсона β наближено можна вважати постійною величиною.

4. Враховується виділення тепла Джоуля на контактному опорі, яке має місце в зоні контакту віток з комутаційними пластинами на холодному спаї віток термоелемента.

5. На процес нестаціонарного охолодження суттєво впливають теплоємність та тепловиділення об'єкту, який охолоджується, теплоємність ізоляційної та комутаційної пластин, а також теплообмін холодної поверхні модуля з оточуючим середовищем. Об'єкт охолодження разом з ізоляційною і комутаційною пластиною вважається сукупним об'єктом із зосередженою теплоємністю, температура якого дорівнює температурі холодного спаю термоелемента і залежить від часу. Теплообмін холодної поверхні модуля з оточуючим середовищем постійної температури відбувається за законом Ньютона.

6. Температура гарячої поверхні модуля вважається фіксованою.

За цих припущень теплові процеси в обох вітках термоелемента подібні й описуються рівнянням нестаціонарної теплопровідності у вигляді

$$c\frac{\partial T}{\partial t}=\kappa\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\rho\frac{I^2(t)}{s^2}-\beta\frac{I(t)}{s}\frac{\partial T}{\partial x}\ , \tag{1}$$

де $T(t, x)$ – температура, $I(t)$ – струм у вітці, який в загальному випадку є функцією часу. Час t змінюється на проміжку $t\in[0,t_1]$, а координата x направлена вздовж вітки від холодного спаю до гарячого (рис.1) і змінюється на відрізку $x\in[0,L]$, L – висота, s – переріз вітки.

У цьому рівнянні перший доданок в правій частині враховує теплопровідність у вітці термоелемента, другий – виділення тепла Джоуля, третій – тепло Томсона.

Початкова умова задачі нестаціонарного термоелектричного охолодження зазвичай має вигляд

$$T(x,0)=T_a\,, \tag{2}$$

де T_a – температура оточуючого середовища.

Крайові умови враховують тепловий баланс на теплопоглинальній поверхні та стабілізацію температури тепловиділяючої поверхні термоелемента і записуються наступним чином:

$$g\frac{\partial T(0,t)}{\partial t}=\left[q_0+Ks(T_a-T)-\alpha I(t)T+I^2(t)\frac{r_0}{s}+\kappa S\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=0} \tag{3}$$

$$T(L,t)=T_h\,, \tag{4}$$

В умові (3) g – сумарна об'ємна теплоємність охолоджувального об'єкта, ізоляційної та комутаційної пластин, розрахована на одну вітку термоелемента. Перший член в правій частині (3) враховує тепловиділення q_0 охолоджувального об'єкта, другий – теплообмін поверхні з оточуючим середовищем, K – коефіцієнт теплообміну, третій – тепло Пельтьє, четвертий – виділення тепла Джоуля внаслідок опору контакту, величина якого r_0.

Процесом нестаціонарного термоелектричного охолодження можна керувати, якщо змінювати величину струму I з часом в межах $I \in G_I$, $G_I = \{I_{\min}, I_{\max}\}$. Одна з раціональних оптимізаційних задач полягає у визначенні оптимальної функції струму $I(t)$ такої, що за певний проміжок часу t_1 забезпечить задану температуру охолодження об'єкта T_c за умови максимального холодильного коефіцієнта (COP) нестаціонарного процесу.

За означенням COP визначається співвідношенням: $\mathrm{COP} = \dfrac{Q_L}{J}$, де Q_L – теплове навантаження $Q_L = g(T_a - T_c) \equiv \mathrm{const}$, яке для сформульованої задачі є заданою величиною, J – енергоспоживання. Отже максимуму COP відповідає мінімум енергоспоживання.

Таким чином, необхідно знайти оптимальну функцію керування $I(t)$ таку, що задовольняє умову досягнення в кінцевий момент часу t_1 заданої температури T_c,:

$$T(0, t_1) = T_c, \tag{5}$$

і забезпечує мінімум енергоспоживання, яке визначається функціоналом

$$J = \int_0^{t_1} \left[\alpha I(t)(T_h - T(0,t)) + (\rho + \frac{r_0}{L}) \frac{L}{s} I^2(t) \right] dt . \tag{6}$$

Така задача відноситься до задач оптимізації об'єкта з розподіленими параметрами [25], поведінка якого описується крайовою задачею в параболічних рівняннях (1) - (3).

Ефективним шляхом для розв'язування задач оптимізації об'єкта з розподіленими параметрами є його дискретизація за координатою і отримання таким чином об'єкта із зосередженими параметрами, що описується системою звичайних диференційних рівнянь [26]. Це дозволяє використати для оптимізації принцип максимуму Понтрягіна [29].

Спосіб розв'язування задачі. Умови оптимальності

Для розв'язування сформульованої задачі оптимального керування вводимо нову змінну $T_0(t)$:

$$T_0(t) = \int_0^{t} \left[\alpha I(t)(T_h - T(0,t)) + (\rho + \frac{r_0}{L}) \frac{L}{s} I^2(t) \right] dt . \tag{7}$$

Переходимо в рівняннях (1) – (4) до безрозмірної координати $x = x/L$, $x \in [0,1]$ та дискретизуємо їх за координатою. Така процедура дозволяє записати рівняння (1), (3) як систему звичайних диференційних рівнянь, і крайова задача (1) – (4) записується наступним чином:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = f_i(T(t), I(t)), \quad i = 0,1,...N\,, \tag{8}$$

$$T_{N+1}(t) = T_h\,, \tag{9}$$

де $N = 1/h$ – кількість вузлів по координаті, h – крок по координаті, а функції f_i мають вигляд:

$$f_0(t) = \alpha I(t)(T_h - T_1(t)) + (\rho + \frac{r_0}{L})\frac{L}{s} I^2(t)\,,$$

$$f_1(t) = \frac{1}{g}\left[q_0 + Ks\left(T_a - T_1(t)\right) - \alpha I(t) T_1(t) + I^2(t)\frac{r_0}{s} + \kappa \frac{s}{L}\frac{T_2(t) - T_1(t)}{h} \right], \tag{10}$$

$$f_i(t) = \frac{\kappa}{cL^2 h^2}(T_{i+1}(t) - 2T_i(t) + T_{i-1}(t)) + \rho\frac{I^2(t)}{cs^2}, \quad i = 2,...N\,.$$

Початкові умови для дискретизованої системи (8) наступні:

$$T_0(0) = 0, \quad T_i(0) = T_a, \quad i = 1,...N\,, \tag{11}$$

Умова (5) і функціонал J (6) набувають вигляду

$$T_1(t_1) = T_c\,, \tag{12}$$

$$J = T_0(t_1). \tag{13}$$

Задача полягає у знаходження такої функції $I(t)$ і відповідного розв'язку $T_i(t)$ i=0,1, N системи рівнянь (8) з початковими умовами (11), за яких для деякого моменту часу t_1 виконується умова (12) і при цьому функціонал (13) набуває мінімального значення.

Така задача відноситься до задач оптимального керування об'єктами, які описуються рівняннями руху для фазових змінних T за умови заданих значень деяких функцій від фазових змінних в кінцевий момент часу t_1.

Такою заданою функцією є умова (12), яку записуємо у вигляді

$$F(T_1(t_1)) \equiv T_c - T_1(t_1) = 0\,, \tag{14}$$

а замість функціоналу J (13) розглядається розширений функціонал

$$\Phi = J + \nu F\,, \tag{15}$$

де ν – невідомий параметр, який потрібно вибирати так, щоб задовольнялася умова (12).

Тоді сформульована оптимізаційна задача переходить в задачу для фазових змінних з вільним правим кінцем і фіксованим часом, розв'язок якої задається принципом максимуму Понтрягіна [29].

Для розв'язування задачі записується функція Гамільтона згідно правила

$$H = \sum_{i=0}^{N} \psi_i f_i(T, I, t), \tag{16}$$

де невідомі функції (імпульси) ψ_i є розв'язками допоміжної системи рівнянь

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial T_i}, \quad i = 0,...,N \tag{17}$$

з умовами в точці $t=t_1$ (умови трансверсальності) у вигляді

$$\psi_i(t_1) = -\frac{\partial \Phi(T(t_1))}{\partial T_i}, \quad i = 0,...,N. \tag{18}$$

Оптимальна функція керування $I_{opt}(t)$ знаходиться з умови максимуму Понтрягіна

$$H(T(t), I_{opt}(t), \psi(t), t) = \max_{I \in G_I} H(T(t), I, \psi(t), t), \tag{19}$$

тобто функція $H(T(t), I(t), \psi(t), t)$ змінної I при кожному $t \in [0, t_1]$ досягає в точці $I = I_{opt}(t)$ максимуму по всім $I \in G_I$.

Для нашої сформульованої задачі функція Гамільтона(16) приймає вигляд

$$H = -f_0(T_1, I, t) + \sum_{i=1}^{N} \psi_i f_i(T, I, t), \tag{20}$$

а система рівнянь (17) з умовами трансверсальності (18) для імпульсів ψ записуються як

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_1}{dt} &= -\psi_0 \frac{\partial f_0}{\partial T_1} - \psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial T_1} - \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial T_1}, \\
\frac{d\psi_2}{dt} &= -\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial T_2} - \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial T_2} - \psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial T_2}, \\
\frac{d\psi_i}{dt} &= -\psi_{i-1} \frac{\partial f_{i-1}}{\partial T_i} - \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial T_i} - \psi_{i+1} \frac{\partial f_{i+1}}{\partial T_i}, \quad i = 3,...,N-1, \\
\frac{d\psi_N}{dt} &= -\psi_{N-1} \frac{\partial f_{N-1}}{\partial T_N} - \psi_N \frac{\partial f_N}{\partial T_N}.
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\psi_1(t_1) = \nu, \qquad \psi_i(t) = 0, \qquad i = 2,...,N. \tag{22}$$

Таким чином, умова максимуму (19) функції Гамільтона H (20) у сукупності з основною системою звичайних диференційних рівнянь (8) з початковими умовами (11) і спряженою до неї допоміжною системою (21) з умовами в кінцевий момент часу (22), які залежать від параметра ν, і яким повинна забезпечуватись задана температура охолодження T_c в кінцевий

момент часу t_1, задають розв'язок поставленої задачі оптимізації процесу нестаціонарного термоелектричного охолодження в режимі мінімального енергоспоживання. Умови оптимальності (19) – (22) дозволяють визначити оптимальну функцію струму $I_{opt}(t)$ для такого режиму.

Очевидно, що складність такої оптимізаційної задачі уможливлюють її розв'язування тільки комп'ютерними методами. Для її вирішення на основі метода послідовних наближень був розроблений алгоритм і створено програмний засіб в середовищі MathLab.

Результати оптимізації процесу нестаціонарного охолодження

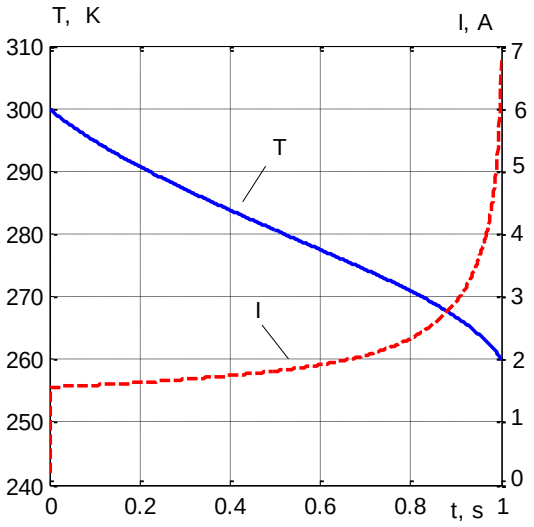
Розрахунки оптимальних функцій струму $I_{opt}(t)$ і характеристик ПНТО проводились на прикладі термоелемента, вітки якого виконані з матеріалів на основі Bi_2Te_3. Використані для цього значення параметрів матеріалів та інших величин, які характеризують ПНТО, наведені в таблиці.

Таблиця

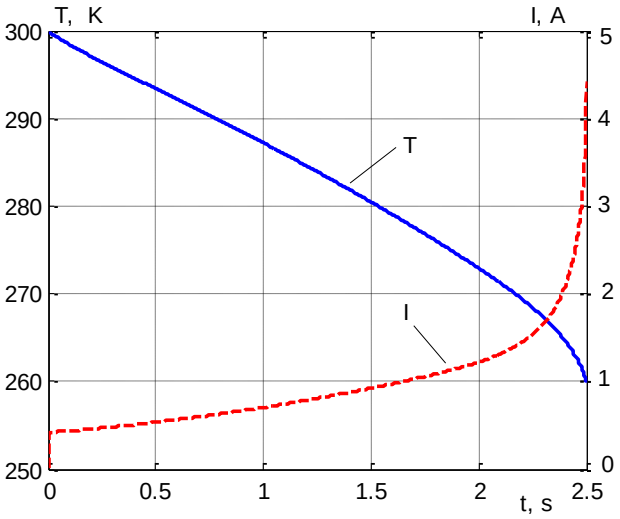
Значення параметрів, використані для розрахунків

Параметр	Значення
Питома теплоємність c, Дж/см^3·К	1.4
Коефіцієнт термоЕРС α, мкВ/К	200
Питомий опір ρ, Ом·см	10^{-3}
Коефіцієнт теплопровідності к, Вт/см·К	0.015
Коефіцієнт Томсона β, мкВ/К	75
Контактний опір r_0, Ом·см^2	$5\cdot10^{-6}$
Сумарна об'ємна теплоємність g, Дж/ К	$1.25\cdot10^{-3}$
Тепловиділення q_0, Вт	0.001
Коефіцієнт теплообміну K, Вт/ см^2·К	0.001
Температура оточуючого середовища T_a, К	300
Висота вітки L, см	0.14
Переріз вітки s, см^2	0.01

Оптимальні функції $I_{opt}(t)$ розраховувалися для різних інтервалів часу досягнення заданої температури охолодження за умови мінімального енергоспоживання. Приклади таких функцій, розраховані для пониження температур від 300 К до 260 К за 1 с і за 2.5 с наведені на рис. 2. Очевидно, що для різних інтервалів часу ці функції різні. На рис. 2 також показано, як знижується температура з часом до досягнення її заданого значення за умови використання цих оптимальних залежностей струму.



а)



б)

Рис. 2. Оптимальні функції струму і відповідні їм функції пониження температури від 300 К до 260 К за час 1 с (а) і 2.5 с (б).

Рис. 3 ілюструє розподіл температури, який встановлюється у вітках термоелемента за час 1 с і за 2.5 с.

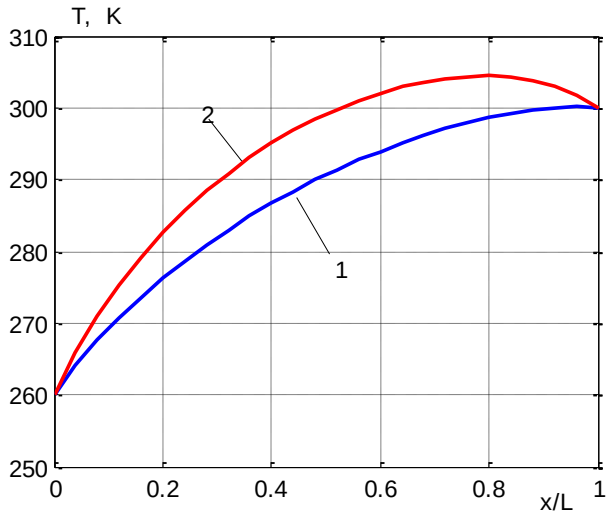


Рис. 3. Розподіл температури у вітках термоелемента за час 1 с (2) і 2.5 с (1).

Результати розрахунку залежності спожитої термоелементом енергії від часу досягнення температури охолодження 260 К за умов застосування оптимальних функцій струму показані на рис. 4. Енергоспоживання суттєво залежить від інтервалу часу, на протязі якого повинна досягатися задана температура. Збільшення інтервалу часу веде до зменшення енергоспоживання. Існує оптимальний інтервал часу, за який охолодження до заданої температури досягається з найменшою витратою електричної енергії. Наведені на рис. 4 результати показують, що задана температура охолодження за умов живлення термоелемента струмом, який змінюється в часі за оптимальною залежністю, може досягатися як за малий проміжок часу з певними затратами електричної енергії, так і за більш довгий час, але з суттєво меншими, а саме в 2 – 2.5 рази, енерговитратами.

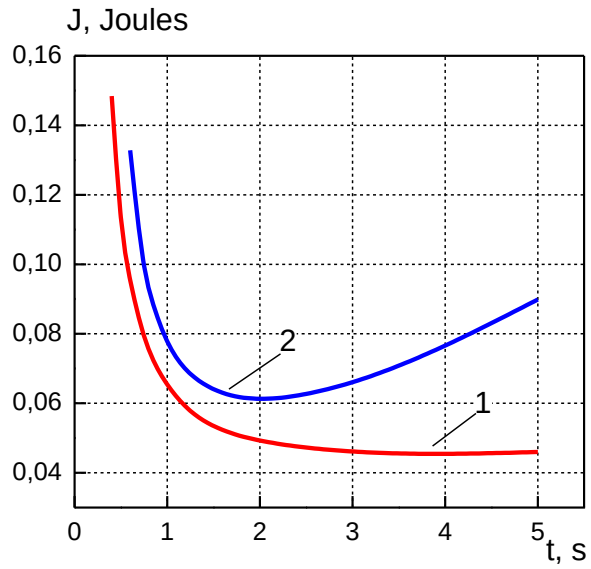


Рис. 4. Залежності спожитої термоелементом енергії від часу за умов застосування оптимальних функцій струму (1) і постійного струму (2).

Також були проведені розрахунки енергоспоживання за умови живлення термоелемента постійним струмом. Для різних інтервалів часу розраховувалися величина струму, за якої

досягається температура охолодження 260 К, і відповідно, спожита енергія. Результати наведені на рис. 4. Для постійного струму живлення термоелемента теж існує інтервал часу і відповідна йому величина струму, за яких задана температура досягається з найменшими витратами енергії. Порівняння наведених на рис 4 результатів показує, що за умови використання оптимальних часових функцій струму охолодження до заданої температури за заданий час відбувається з суттєвою економією електричної енергії. Залежно від інтервалу часу, економія енергоспоживання становить від 50 до 25% порівняно із варіантом живленням термоелемента постійним струмом.

Одним із способів розрахунку часової залежності струму, яка забезпечує охолодження до заданої температури за умови максимального холодильного коефіцієнт COP, є використання квазістаціонарного наближення [22]. Це наближення використовується, якщо об'ємна теплоємність матеріалу термоелемента є малою величиною, якою можна знехтувати, порівняно з теплоємністю об'єкта, що охолоджується. Якщо ці теплоємності є співставними величинами, то в розрахунках до теплоємності об'єкта додається теплоємність матеріалу. У квазістаціонарному наближенні приймається, що температура теплопоглинальної поверхні термоелемента рівномірно покроково знижується до заданої температури. Для кожного значення температури охолодження визначаються струм, який забезпечує для цієї температури максимальне значення COP в стаціонарному режимі, і відповідний час, за який забезпечується тепловий баланс теплопоглинальної поверхні термоелемента з охолоджувальним об'єктом в нестаціонарному режимі. В результаті отримується часова залежність струму, для якої розраховується значення спожитої енергії.

Приклад такого розрахунку функції струму і відповідної залежності температури охолодження від часу показаний на рис. 5. Час, за який досягається охолодження від 300 К до 260 К в квазістаціонарному наближенні, становить 11 с, а енергоспоживання 0.093 Joules. Ці значення є суттєво вищими за час 3 с та енергоспоживання 0.046 Joules (рис. 4), отримані в нестаціонарному режимі за умови оптимального керування струмом живлення термоелемента.

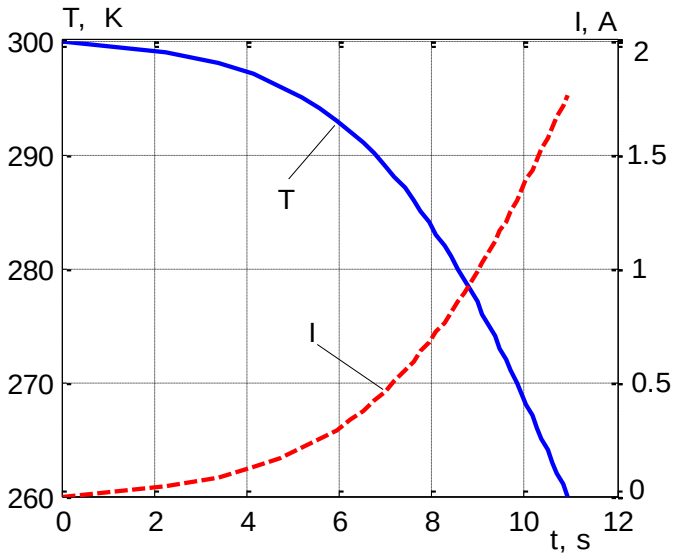


Рис. 5.Функція струму і відповідна функція пониження температури від 300 К до 260 К, розраховані у квазістаціонарному наближенні.

Отже порівняння результатів свідчить, що квазістаціонарне наближення є недостатньо коректним для пошуку оптимальної часової залежності струму, якою забезпечується термоелектричне охолодження за умови мінімального енергоспоживання.

Зауважимо, що моделювання оптимальних функцій керування ПНТО має важливе практичне значення. Ці функції використовуються для конструювання і автокалібровки регуляторів, які необхідні для забезпечення роботи систем автоматичного регулювання процесу нестаціонарного охолодження в термоелектричних пристроях.

Висновки

У результаті проведених досліджень:

1. Сформульована одна з основних задач оптимального керування ПНТО, яка полягає у визначенні оптимальної залежності струму живлення від часу, що забезпечує досягнення заданої температури охолодження за заданий час за умови мінімального енергоспоживання.
2. Для вирішення сформульованої задачі запропоновано метод, який ґрунтується на дискретизації математичної моделі ПНТО за координатою, що дозволяє застосувати принцип максимуму Понтрягіна для розрахунку оптимальних функцій керування.
3. Розроблена методика комп'ютерного моделювання, яка використовується для розрахунку оптимальних функцій струму живлення термоелементів для охолоджувачів з мінімальним енергоспоживанням.
4. Показано, що економія електроенергії за умови живлення термоелементів оптимально залежним від часу струмом досягає 25 – 50 % порівняно із варіантом живлення постійним струмом.
5. Встановлено, що застосування квазістаціонарного наближення для розрахунку оптимальних часових залежностей струму живлення термоелектричного охолоджувача є некоректним.

Література

1. Л. С. Стильбанс, Н. А. Федорович. О работе охлаждающих термоэлементов в нестационарном режиме. Журнал технической физики, 1958. – Т. 28, № 3. – С. 489 – 492.
2. J. E. Parrott. The interpretation of stationary and transient behaviour of refrigerating thermocouples Solid-State Electronics. – 1960. – Vol. 1, № 2. – P. 135–143.
3. В. П. Бабин, Е. К. Иорданишвили. О повышении эффекта термоэлектрического охлаждения при работе термоэлементов в нестационарном режиме. Журнал технической физики. – 1969. – Т. 39, № 2. – С. 399–406.
4. Landecker, K. Study of transient behavior of Peltier junctions / K. Landecker, A. W. Find1ey // Solid-State Electronics. – 1961. – Vol. 3, № 3-4. – P. 239–260.
5. Hoyos, G. E. Fast transient response of novel Peltier junctions [Text] / G. E. Hoyos, K. R. Rao, D. Jerger // Energy Conversion. – 1977. – Vol. 17, № 1. – P. 45–54.
6. Гринберг, Г. А. О нестационарном режиме работы охлаждающих термоэлементов / Г. А. Гринберг // Журнал технической физики. – 1968. – Т. 38, № 3. – С. 418–424.
7. Ривкин, А. С. Оптимальное управление нестационарным процессом термоэлектрического охлаждения / А. С. Ривкин // Журнал технической физики. – 1973. – Т. 43, № 7. – С. 1563–1570.
8. Idnurm, M. Experiments with Peltier Junctions Pulsed with High Transient Currents / M. Idnurm, K. Landecker // Journal of Applied Physics. – 1973. – Vol. 34, № 6. – P. 1806–1810.

9. Field, R. L. Fast transient behavior of thermoelectric coolers with high current pulse and finite cold junction/ R. L. Field, H. A. Blum // Energy Conversion. – 1979. – Vol. 19, № 3. – P. 159–165.
10. Snyder, G. J. Supercooling of Peltier cooler using a current pulse / G. J. Snyder, J.-P. Fleurial, T. Caillat, R. G. Yang, G. J. Chen // Journal of Applied Physics. – 2002. – Vol. 92, № 3. – P. 1564–1569.
11. Shen, L. M. Numerical and experimental analysis of transient supercooling effect of voltage pulse on thermoelectric element / L. M. Shen, F. Xiao, H. X. Chen, S. W. Wang // International Journal of Refrigeration. – 2012. – Vol. 35, № 4. – P. 1156–1165.
12. Ma, M. A numerical study on the temperature overshoot characteristic of a realistic thermoelectric module under a current pulse operation / M. Ma, J. Yu // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 72. – P. 234–241.
13. Thonhauser, T. Improved supercooling in transient thermoelectrics / T. Thonhauser, G. D. Mahan, L. Zikatanov, J. Roe // Applied Physics Letters. – 2004. – Vol. 85, № 15. – P. 3247–3249.
14. Mao, J. N. The transient behavior of Peltier junctions pulsed with supercooling / J. N. Mao, H. X. Chen, H. Jia, X. L. Qian // Journal of Applied Physics. – 2012. – Vol. 112, № 1. – P. 014514-1–014514-9.
15. Lv H, Wang X-D, Wang T-H, Meng J-H. Optimal pulse current shape for transient supercooling of thermoelectric cooler. Energy 2015;83:788–96.
16. Lv H, Wang X-D, Wang T-H, Cheng C-H. Improvement of transient supercooling of thermoelectric coolers through variable semiconductor cross-section. Appl Energy 2016;164:501–8.
17. Lv H, Wang X-D, Meng J-H, Wang T-H, Yan W-M. Enhancement of maximum temperature drop across thermoelectric cooler through two-stage design and transient supercooling effect. Appl Energy 2016;175:285–92.
18. Ming Ma, Jianlin Yu. Experimental study on transient cooling characteristics of a realistic therm-
19. oelectric module under a current pulse operation. Energy Conversion and Management 2016, 126, 210–216.
20. Yang, R. G. Transient cooling of thermoelectric coolers and its applications for microdevices / R. G. Yang, G. J. Chen, A. R. Kumar, G. J. Snyder, J.-P. Fleurial // Energy Conversion and Management. – 2005. – Vol. 46, № 9-10. – P. 1407–1421. http://dx.doi.org/10.1016/j.enconman.2004.07.004
21. Shen, L. M. The step-change cooling performance of miniature thermoelectric module for pulse laser / L. M. Shen, H. X. Chen, F. Xiao, Y. X. Yang, S. W. Wang // Energy Conversion and Management. – 2014. – Vol. 80. – P. 39–45.
22. Каганов, М. А. Термоэлектрические тепловые насосы] / М. А. Каганов, М. Р. Привин. – Л.: Энергия, 1970. – 174 с.
23. Михайленко А.В. Автореферат кандидатской диссертации. Черновцы, 1984.
24. Cheng, C.-H. A three-dimensional theoretical model for predicting transient thermal behavior of thermoelectric coolers / C.-H. Cheng, S.-Y. Huang, T.-C. Cheng // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2010. – Vol. 53, № 9-10. – P. 2001–2011.
25. Hao, L. V. Optimal pulse current shape for transient supercooling of thermoelectric cooler / L. V. Hao, X.-D. Wang, T.-H. Wang, J.-H. Meng // Energy. – 2015 – Vol. 83. – P. 788–796.
26. Ahmed, N. U. Distributed Parameter Systems / N. U. Ahmed // Encyclopedia of Physical Science and Technology. – Elsevier BV, 2003. – P. 561–587.

27. Коцур М.П., Наконечный А.Г. Оптимальное управление нестационарным режимом каскадного термоэлектрического охладителя. *Кибернетика и вычисл. техника*. Київ: «Освіта України», 2015. Вып. 180. – С.66-82.
28. 5. Коцур М.П. Математичне моделювання та оптимізація процесу нестаціонарного термоелектричного охолодження. *Технологічний аудит та резерви виробництва*. 2016. №1/2(27). С. 29-34.
29. 6. Kotsur M. Optimal control of distributed parameter systems with application to transient thermoelectric cooling. *Advances in Electrical and Computer Engineering*. 2015 Vol.15, Issue 2. P. 117-122.
30. Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимального управления / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1976. – 392 с.

Надійшла до редакції 10.03.2020

Анатычук Л.И. *акад. НАН Украины*[12]**,**
Вихор Л.Н. *канд. физ.-мат наук*[1]**,**
Коцур М.П, [1,2]**Романюк И.Ф.** [2]**, Сорока А.В.** [2]

[1]Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины,
ул. Науки, 1, Черновцы, 58029, Украина,
e–mail: anatych@gmail.com;
[2]Черновицкий национальный университет
им. Юрия Федьковича, ул. Коцюбинского, 2,
Черновцы, 58012, Украина

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ПРОЦЕССОМ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОХЛАЖДЕНИЯ В РЕЖИМЕ МИНИМАЛЬНОГО ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ

Сформулирована задача оптимального управления нестационарным процессом термоэлектрического охлаждения в режиме минимального энергопотребления и предложен метод ее решения. Разработан алгоритм и компьютерные средства, примененные для расчета оптимальных временных зависимостей тока питания термоэлемента, при которых заданная температура охлаждения достигается за заданное время с минимальными затратами электроэнергии. Приведены примеры компьютерного моделирования таких оптимальных функций управления процессом нестационарного охлаждения. Установлено, что при питании термоэлементов оптимально зависимым от времени током экономия электроэнергии достигает 25 – 50 % по сравнению с вариантом питания постоянным током. Библ.29 , рис. 5, табл. 1.

Ключевые слова: нестационарное термоэлектрическое охлаждение, оптимальное управление, оптимальные временные зависимости тока питания термоэлемента.

Anatychuk L.I. *acad. National Academy of Sciences of Ukraine*[1,2]
Vikhor L.M. *dok. phys.-mat. sciences*[1]**,**
Kotsur M.P[1,2]**, Romaniuk I.F.**[2]**, Soroka A.V.**[2]

[1]Institute of Thermoelectricity of the NAS and MES of Ukraine,
1, Nauky str., Chernivtsi, 58029, Ukraine, *e-mail: anatych@gmail.com*;
[2]Yu.Fedkovych Chernivtsi National University, 2, Kotsiubynskyi str.,
Chernivtsi, 58000, Ukraine

OPTIMAL CONTROL OF TRANSIENT THERMOELECTRIC COOLING PROCESS IN THE MODE OF MINIMUM POWER CONSUMPTION

The problem of optimal control of transient thermoelectric cooling process in the mode of minimum power consumption is formulated and a method for its solution is proposed. An algorithm and a computer tool have been developed, which are used to calculate the optimal time dependences of the thermoelement supply current, whereby a given cooling temperature is reached within a given time with minimum power consumption. Examples of computer simulation of such optimal control functions for transient cooling process are given. It has been established that energy saving when supplying thermoelements with an optimally time-dependent current reaches 25 – 50 % in comparison with the option of direct current power supply. Bibl. 29 , Fig. 5, table 1.
Key words: transient thermoelectric cooling, optimal control, optimal time dependences of thermoelement supply current.

References

1. Stilbans L.S., Fedorovich N.A. (1958). O rabote okhlazhdaiuschchikh termoelementov v nestatsionarnom rezhime [On the work of cooling thermoelements in transient mode]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Technical Physics*, 28(3), 12–15 [in Russian].
2. Parrott J.E. (1960). The interpretation of stationary and transient behaviour of refrigerating thermocouples. *Solid-State Electronics*, 1 (2), 135–143.
3. Babin V.P., Iordanishvili E.K. (1969). O povyshenii effekta termoelektricheskogo okhlazhdeniia pri rabote termoelemntov v nestatsionarnom rezhime [Increasing thermoelectric cooling effect with the work of thermoelements in transient mode]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Technical Physics*, 39(2), 399–406 [in Russian].
4. Landecker K., Findley A.W. (1961). Study of transient behavior of Peltier junctions. *Solid-State Electronics*, 3(3-4), 239–260.
5. Hoyos, G. E., Rao K.R., Jerger D. (1977). Fast transient response of novel Peltier. *Energy Conversion*, 17(1), 45–54.
6. Grinberg G.A. (1968). O nestatshionarnom rezhime raboty okhlazhdaiushchikh termoelementov [On the transient operating mode of cooling thermoelements]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Technical Physics*, 38(3), 418–424 [in Russian].
7. Rivkin A.S. (1973). Optimalnoiie upravleniie nestatsionarnym processom termoelektricheskogo okhlazhdeniia [Optimal control of the transient process of thermoelectric cooling]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Technical Physics*, 43(7), 1563–1570.

8. Idnurm, M., Landecker K. (1973). Experiments with Peltier junctions pulsed with high transient currents. *Journal of Applied Physics*, 34(6), 1806–1810.
9. Field, R. L., Blum H.A. (1979). Fast transient behavior of thermoelectric coolers with high current pulse and finite cold junction. *Energy Conversion*, 19(3), 159–165.
10. Snyder G. J., Fleurial J.-P., Caillat T., Yang R.G., Chen G.J. (2002). Supercooling of Peltier cooler using a current pulse. *Journal of Applied Physics*, 92(3), 1564–1569.
11. Shen L. M., Xiao F., Chen H.X., Wang S.W. (2012). Numerical and experimental analysis of transient supercooling effect of voltage pulse on thermoelectric element. *International Journal of Refrigeration*, 35 (4), 1156–1165.
12. Ma M., Yu.J. (2014). A numerical study on the temperature overshoot characteristic of a realistic thermoelectric module under a current pulse operation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 72, 234–241.
13. Thonhauser T., Mahan G.D., Zikatanov L., Roe J. (2004). Improved supercooling in transient thermoelectrics. *Applied Physics Letters*, 85(15), 3247–3249.
14. Mao J. N., Chen H.X., Jia H., Qian X.L. (2012). The transient behavior of Peltier junctions pulsed with supercooling. Journal of Applied Physics, 112(1), 014514-1–014514-9.
15. Lv H, Wang X-D, Wang T-H, Meng J-H. (2015). Optimal pulse current shape for transient supercooling of thermoelectric cooler. *Energy*, 83, 788–796.
16. Lv H, Wang X-D, Wang T-H, Cheng C-H. (2016). Improvement of transient supercooling of thermoelectric coolers through variable semiconductor cross-section. *Appl Energy*, 164, 501–508.
17. Lv H, Wang X-D, Meng J-H, Wang T-H, Yan W-M. (2016). Enhancement of maximum temperature drop across thermoelectric cooler through two-stage design and transient supercooling effect. *Appl Energy*, 175, 285–292.
18. Ming Ma, Jianlin Yu. (2016). Experimental study on transient cooling characteristics of a realistic thermoelectric module under a current pulse operation. *Energy Conversion and Management*, 126, 210–216.
19. Yang, R. G., Chen G.J., Kumar A.R., Snyder G.J., Fleurial J.-P. (2005). Transient cooling of thermoelectric coolers and its applications for microdevices. *Energy Conversion and Management*, 46 (9-10), 1407–1421. http://dx.doi.org/10.1016/j.enconman.2004.07.004
20. Shen L. M., Chen H.X., Xiao F., Yang Y.X., Wang S.W. (2014).The step-change cooling performance of miniature thermoelectric module for pulse laser. *Energy Conversion and Management*, 80, 39–45.
21. Kaganov M.A., Privin M.R. (1970). *Termoelektricheskiie teplovyie nasosy [Thermoelectric heat pumps]*. Leningrad: Energiia [in Russian].
22. Mikhailenko A.V. (1984). *Candidate's Thesis*. Chernivtsi [in Ukrainian].
23. Cheng C.-H., Huang S.-Y., Cheng T.-C (2010). A three-dimensional theoretical model for predicting transient thermal behavior of thermoelectric coolers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 (9-10), 2001–2011.
24. Hao, L. V., Wang X.-D., Wang T.-H., Meng J.-H. (2015). Optimal pulse current shape for transient supercooling of thermoelectric cooler. *Energy*, 83, 788–796.
25. Ahmed N. U. (2003). Distributed parameter systems. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*. Elsevier BV.
26. Kotsur M.P., Nakonechnyi A.G. (2015). Optimalnoie upravleniie nestatsionarnym rezhimom kaskadnogo termoelektricheskogo okhkladitelia [Optimal control of transient mode of cascade thermoelectric cooler]. *Kibernetika i vychislitelnaia tekhnika – Cybernetics and Computing*, 180, 66-82 [in Russian].

27. Kotsur M.P. (2016). Matematychne modeliuvannia ta optymizatsiia procesu nestatsionarnogo termoelektrychnogo okholodzhennia [Mathematical simulation and optimization of transient thermoelectric cooling process]. *Tekhnologichnyi audit ta rezervy vyrobnytstva – Technology Audit and Production Reserves,* 1/2(27), 29-34 [in Ukrainian].
28. Kotsur M. (2015). Optimal control of distributed parameter systems with application to transient thermoelectric cooling. *Advances in Electrical and Computer Engineering*, 15 (2), 117-122.
29. Pontryagin L.S., Boltianskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. (1976). *Matematicheskaia teoriia optimalnogo upravleniia [Mathematical theory of optimal control]*. Moscow: Nauka [in Russian].

Subminited 10.03.2020