

Д. т. н. Д. И. ЛЕХОВИЦКИЙ, к. т. н. В. П. РЯБУХА, д. С. РАЧКОВ, А. В. СЕМЕНЯКА

Украина, Харьковский национальный университет радиоэлектроники

E-mail: lekhovytskiydavid@gmail.com

РЕКУРРЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ НАСТРОЙКИ АДАПТИВНЫХ РЕШЕТЧАТЫХ ФИЛЬТРОВ

Проведен анализ алгоритмов коррекции параметров адаптивных решетчатых фильтров (АРФ) для K-ранговой модификации оценочной корреляционной матрицы в «скользящем» по времени (дальности) окне данных при $K \geq 1$. Рассмотрены недостатки методов коррекции параметров АРФ, основанных на K-кратном использовании известных алгоритмов одноранговой модификации. Предложен комбинированный алгоритм K-ранговой модификации, уже однократное использование которого решает задачу коррекции параметров АРФ в указанных условиях. Показано, что он снижает вычислительную сложность и повышает численную устойчивость процедуры коррекции параметров АРФ по сравнению с методами, основанными на алгоритмах одноранговой модификации.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка сигналов; адаптивный решетчатый фильтр; обобщенная факторизация Левинсона; сомножители Холецкого; частный коэффициент корреляции; комбинированный алгоритм.

Адаптивные решетчатые фильтры (**АРФ**) являются эффективным средством решения широкого круга задач пространственно-временной обработки сигналов в различных радиотехнических системах в реальных условиях параметрической априорной неопределенности [1–4]. Их достоинства связаны, в частности, с тем, что предписываемые алгоритмами обработки различные функции корреляционной матрицы (**КМ**) входных воздействий (в том числе – матрицы, обратной ей) в АРФ формируются не по явно сформированным оценкам соответствующих матриц, а по их сомножителям обобщенной факторизации Левинсона (**ОФЛ**) [4].

Важнейший этап адаптивной обработки на основе АРФ – его настройка, в процессе которой должны устанавливаться такие параметры сомножителей (ступеней АРФ), при которых их произведение (не формируемое явно) удовлетворяет заданному требованию. Для большинства применений это произведение должно быть пропорционально матрице, обратной используемой оценке КМ или той или иной ее аппроксимации [5, 6]. В свою очередь базовая оценка КМ часто строится по обучающей выборке, элементы которой расположены во временном «окне» конечной протяженности. В достаточно типичных для практики условиях входных воздействий, стационарных только на ограниченном временном интервале, это окно «скользит» по времени (в рассматриваемых далее радиолокационных приложениях – по дальности). В этом случае обучающая выборка для каждого следующего элемента дальности частично обновляется по срав-

нению с предыдущей за счет выхода из ее состава «старых» и входа «новых» элементов. Такое только частичное обновление выборки позволяет «перенастроить» АРФ для следующего элемента дальности с затратами, меньшими, чем при пересчете его параметров по новой выборке полного объема, которые могут быть нецелесообразны или даже практически недопустимы.

Используемая оценка КМ для $(n+1)$ -го элемента дальности часто представляет собой сумму $\hat{\Phi}(n+1)=\hat{\Phi}(n)+\Phi_K$ оценки $\hat{\Phi}(n)$ КМ для n -го элемента и модифицирующей матрицы $\Phi_K = \sum_{i=1}^K \Phi_i$ ранга $r = K \geq 1$, образованной суммой K матриц Φ_i , $i \in 1, K$, единичного ранга. Очевидно, что в этих случаях сомножители ОФЛ обратной матрицы для «перенастройки» АРФ в принципе можно получить путем K -кратной модификации матриц $\Phi_{mod}(i) = \Phi_{mod}(i-1) + \Phi_i$, $i \in 1, K$, $\Phi_{mod}(0) = \hat{\Phi}(n)$ матрицами Φ_i ранга $r = 1$. Различные алгоритмы коррекции параметров (перенастройки) АРФ на основе одноранговой модификации оценок сомножителей ОФЛ треугольных матриц Холецкого приведены и рекомендованы для практического использования в [1–4, 7].

Возможен, однако, принципиально другой путь, предполагающий не K -кратную коррекцию параметров АРФ по алгоритмам одноранговой модификации ОФЛ, а их однократный пересчет по алгоритмам K -ранговой модификации. Такой путь должен уменьшать вычислительную

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

сложность процедуры настройки и повышать ее численную устойчивость, поскольку в этом случае не должны накапливаться ошибки, возникающие в каждом из K циклов одноранговой модификации. Настоящая работа посвящена синтезу алгоритмов, реализующих такой подход, и демонстрации их преимуществ по сравнению с традиционными.

«Математика» решетчатых фильтров

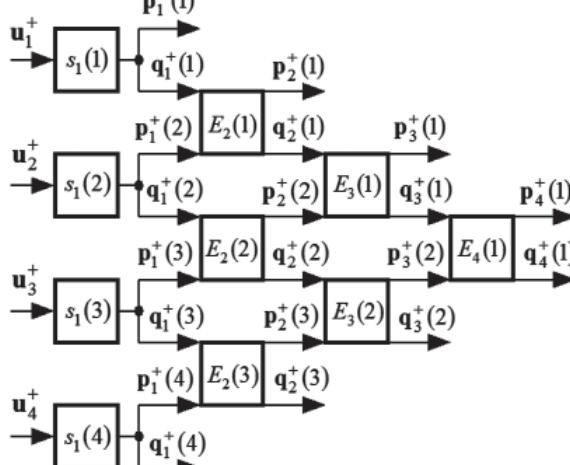
Математические соотношения, описывающие решетчатый фильтр (**РФ**), продемонстрированы на примере приведенного на **рис. 1** четырехходового ($M=4$) «параллельного» (пространственного) РФ [4–7]. (Использующиеся в статье в качестве индексов символы « T », « $*$ », « $+$ » обозначают транспонирование, комплексное сопряжение и эрмитово сопряжение (сопряжение и транспонирование) соответственно.

В РФ на этапе инициализации N -мерные строки $\mathbf{u}_l^* = \{u_{li}\}_{i=1}^N = \mathbf{e}_l^{(M)*} \cdot \mathbf{U}$ входной $M \times N$ матрицы $\mathbf{U} = \{u_{li}\}_{i=1, l=1}^{M N}$ умножаются на скалярные множители $s_1(l)$, $l \in 1, M$, образуя M пар N -мерных входных векторов — строк

$$\mathbf{p}_1^+(l) = \mathbf{q}_1^+(l) = s_1(l) \cdot \mathbf{u}_l^+, \quad l \in 1, M \quad (1)$$

для последующих ступеней РФ.

a)



б)

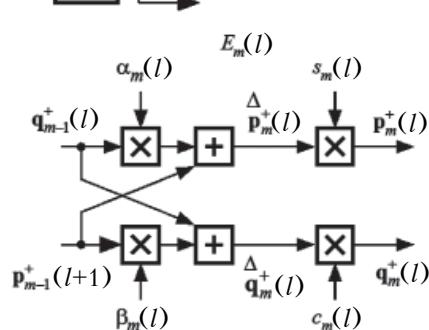


Рис. 1. «Параллельный» четырехходовый РФ (а) и образующие его ЭРФ (б)

Здесь и ниже $\mathbf{e}_l^{(L)+}$ означает l -ю, $l \in 1, L$, строку $L \times L$ единичной матрицы \mathbf{I}_L .

В m -й, $m \in 2, M$, ступени РФ (рис. 1, а) входные векторы $\mathbf{p}_{m-1}^*(l+1)$, $\mathbf{q}_{m-1}^*(l)$ l -го, $l \in 1, M+1-m$, элементарного РФ (ЭРФ) (рис. 1, б) преобразуются в его выходные векторы:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_m^+(l) = s_m(l) \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_m^+(l); \\ \mathbf{q}_m^+(l) = c_m(l) \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{q}}_m^+(l), \end{cases} \quad (2)$$

где $m \in 2, M$; $l \in 1, M+1-m$;

$$\overset{\Delta}{\mathbf{p}}_m^+(l) = \mathbf{p}_{m-1}^+(l+1) + \alpha_m(l) \cdot \mathbf{q}_{m-1}^+(l);$$

$$\overset{\Delta}{\mathbf{q}}_m^+(l) = \mathbf{q}_{m-1}^+(l) + \beta_m(l) \cdot \mathbf{p}_{m-1}^+(l+1).$$

Определяющими параметрами ЭРФ этих ступеней РФ являются

$$s_m(l), c_m(l), \alpha_m(l), \beta_m(l), \quad (3)$$

где $m \in 2, M$, $l \in 1, M+1-m$.

Нетрудно убедиться, что при любых значениях множителей $s_1(l)$, $l \in 1, M$, первой ступени РФ и параметров (3) ЭРФ его последующих ступеней полная совокупность приведенных выше операций преобразует входную $M \times N$ матрицу

\mathbf{U} в $2M \times N$ выходную матрицу $\mathbf{W} \cdot \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix}$ с $M \times N$ подматрицами

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{H} \cdot \mathbf{U} = \{ \mathbf{p}_m^+(1) \}_{m=1}^M, \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{N}^+ \cdot \mathbf{U} = \{ \mathbf{q}_{M+1-m}^+(m) \}_{m=1}^M, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{H} и \mathbf{N}^+ — нижняя и верхняя $M \times M$ треугольные матрицы,

$$\mathbf{H} = \{ h_{ij} \}_{i,j=1}^M, \quad h_{ij} = 0, i < j; \quad (5)$$

$$\mathbf{N}^+ = \{ n_{ij} \}_{i,j=1}^M, \quad n_{ij} = 0, i > j.$$

Матрицы \mathbf{H} и \mathbf{N}^+ , определяют матричную импульсную характеристику (**МИХ**) РФ на рис. 1 в целом:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & 0 \\ 0 & \mathbf{N}^+ \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Наиболее важные применения АРФ относятся к заданию таких значений множителей $s_1(l)$, $l \in 1, M$, и параметров (3) его ЭРФ, при которых треугольные матрицы (не формируемые явно) \mathbf{H} и \mathbf{N}^+ являются сомножителями Холецкого матрицы $\hat{\Psi} = \{ \omega_{ij} \}_{i,j=1}^M = \hat{\Phi}^{-1}$, обратной используемой неотрицательно определенной эрмитовой матрице — оценке $\hat{\Phi} = \{ \varphi_{ij} \}_{i,j=1}^M$ априори неизвестной КМ Φ входного процесса, т. е. удовлетворяют равенствам

$$\mathbf{H}^+ \cdot \mathbf{H} = \hat{\Psi} = \mathbf{N}^+ \cdot \mathbf{N}, \quad (7)$$

$$\hat{\Psi} = \{ \omega_{ij} \}_{i,j=1}^M = \hat{\Phi}^{-1}.$$

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Для эрмитовой оценки $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}^+$ параметры ЭРФ (3) связаны равенствами

$$\beta_m(l) = \alpha_m^*(l), \quad c_m(l) = s_m(l), \quad (8)$$

где $m \in 2, M; l \in 1, M+1-m$.

Кроме того, в этом случае действительные нормирующие множители $c_m(l) = s_m(l)$ однозначно определяются значениями «частных коэффициентов корреляции» $\alpha_m(l)$ [1–4]. Поэтому для настройки АРФ (рис. 1) с МИХ (6), удовлетворяющей равенству (7) для эрмитовой оценки КМ, достаточно определить параметры

$$s_1(l), \text{ где } l \in 1, M; \quad (9)$$

$$\alpha_m(l), \text{ где } m \in 2, M, \quad l \in 1, M+1-m.$$

Для немодифицированной оценки КМ приведем базовый алгоритм определения параметров (8), (9) для условий (7), использующийся для их K -ранговой модификации.

Базовый немодифицированный алгоритм настройки АРФ

Базовым в [4] назван алгоритм настройки АРФ по корню $\mathbf{U} = \{u_{li}\}_{l=1, i=1}^{M N}$ используемой оценки КМ вида

$$\hat{\Phi} = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{U}^+, \quad (10)$$

$$\mathbf{U} = \{u_{li}\}_{l=1, i=1}^{M N},$$

где $\boldsymbol{\lambda} = \text{diag}\{\lambda_i\}_{i=1}^N$, $\lambda_i \neq 0$ — невырожденная $N \times N$ диагональная матрица, в частности $N \times N$ единичная матрица \mathbf{I}_N .

Такое задание достаточно типично, особенно для адаптивных систем (пространственной, временной, пространственно-временной) обработки гауссовых входных воздействий. В них широко используется оценка максимального правдоподобия (МП-оценка)

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_g = T^{-1} \cdot \mathbf{A}, \quad (11)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^+ = \sum_{i=1}^T \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^+$$

априори неизвестной КМ Φ общего вида, построенная по выборке $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^T$ объема T гауссовых взаимно независимых M -мерных векторов комплексных амплитуд выходных сигналов M каналов приема

$$\mathbf{y}_i = \{y_l^{(i)}\}_{l=1}^M \sim \mathcal{CN}(0, \Phi), \quad (12)$$

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^+} = \begin{cases} \Phi, & i = j, \\ \mathbf{0}, & i \neq j, \end{cases}$$

где $i, j \in 1, T$.

Для этой оценки

$$\mathbf{U} = \mathbf{Y}; \quad \lambda = T^{-1} \cdot \mathbf{I}_T; \quad N = T. \quad (13)$$

В условиях (12) МП-оценкой эрмитовой персимметричной (симметричной относительно побочной диагонали) КМ Φ является матрица [4]

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_{pers} = (2T)^{-1} \mathbf{A}_{pers}, \quad (14a)$$

где $\mathbf{A}_{pers} = \mathbf{A} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{J}$, для которой

$$\mathbf{U} = [\mathbf{Y}, \mathbf{J} \cdot \mathbf{Y}^*]; \quad \lambda = (2T)^{-1} \cdot \mathbf{I}_{2T}; \quad N = 2T, \quad (14b)$$

где $\mathbf{J} = M \times M$ матрица перестановок с единицами на побочной диагонали.

Для предложенных и исследованных Ю. И. Абрамовичем диагонально-регуляризованных (*diagonally loaded*) вариантов этих оценок [8]

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_{g dl} = T^{-1}(\beta_{dl} \mathbf{I}_M + \mathbf{A}),$$

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_{pers dl} = (2T)^{-1} (\beta_{pers} \mathbf{I}_M + \mathbf{A}_{pers}), \quad (15)$$

где $\beta_{dl} > 0$, $\beta_{pers} > 0$, сомножители (10), очевидно, равны

$$\mathbf{U} = [\sqrt{\beta_{dl}} \cdot \mathbf{I}_M, \mathbf{Y}], \quad (16a)$$

$$\lambda = T^{-1} \cdot \mathbf{I}_{M+T}; \quad N = M + T;$$

$$\mathbf{U} = [\sqrt{\beta_{pers}} \cdot \mathbf{I}_M, \mathbf{Y}, \mathbf{J} \cdot \mathbf{Y}^*], \quad (16b)$$

$$\lambda = (2T)^{-1} \cdot \mathbf{I}_{M+2T}; \quad N = M + 2T.$$

В условиях (10) базовый алгоритм адаптивной настройки АРФ имеет следующий вид:

— инициализация ($m = 1$) при $l \in 1, M$:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_l^+ = \mathbf{e}_l^{(M)+} \cdot \mathbf{U}, \quad \varphi_{ll} = \mathbf{u}_l^+ \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{u}_l, \end{cases} \quad (17a)$$

$$\begin{cases} s_1(l) = 1/\sqrt{\varphi_{ll}}, \end{cases} \quad (17b)$$

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1^+(l) = \mathbf{q}_1^+(l) = s_1(l) \cdot \mathbf{u}_l^+; \end{cases} \quad (17c)$$

— настройка АРФ (расчет параметров ЭРФ в его ступенях, $m \in 2, M$) при $l \in 1, M-m$:

$$\begin{cases} \alpha_{m+1}(l) = -\mathbf{p}_m^+(l+1) \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{q}_m(l), \end{cases} \quad (18a)$$

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l) = \mathbf{p}_m^+(l+1) + \alpha_{m+1}(l) \cdot \mathbf{q}_m^+(l), \\ \overset{\Delta}{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l) = \mathbf{q}_m^+(l) + \alpha_{m+1}^*(l) \cdot \mathbf{p}_m^+(l+1), \end{cases} \quad (18b)$$

$$\begin{cases} g = \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l) \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_{m+1}(l), \quad s_{m+1}(l) = \frac{1}{\sqrt{g}}, \end{cases} \quad (18c)$$

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l) = s_{m+1}(l) \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l), \\ \overset{\Delta}{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l) = s_{m+1}(l) \cdot \overset{\Delta}{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l). \end{cases} \quad (18d)$$

Формулы этого алгоритма используются далее в качестве аналогов при выводе алгоритмов K -ранговой модификации параметров АРФ, которые зависят и от вида модифицирующей матрицы.

Перейдем к обоснованию структуры модифицирующей матрицы, для которой затем будут синтезированы алгоритмы K -ранговой модификации.

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Структура модифицирующей матрицы

На рис. 2 схематично показан пример организации адаптивной проверки гипотез о наличии или отсутствии импульсного полезного сигнала, маскируемого протяженной по дальности помехой, при обработке M -мерных векторов комплексных амплитуд \mathbf{y}_i , $i \in 1, N + 2c + 1$, выходных сигналов M каналов приема в «скользящем» по времени (дальности) $(N + 2c + 1)$ -элементном окне.

На рис. 2, *a* на наличие сигнала в момент времени $t = t_n$ проверяется центральный вектор (черная стрелка). В обучающую выборку помех объемом $N = 2k$ для этого момента входят векторы (светлые стрелки), по k с каждой стороны от центрального. Чтобы исключить влияние ближних боковых лепестков сигнала после согласованной обработки в приемнике, в обучающую выборку помехи не входят $2c$ векторов, примыкающих к «сигнальному» (в данном примере $c = 1$; показаны пунктиром).

На рис. 2, *b* показана входная выборка для следующего элемента дальности. Здесь проверяемому на наличие сигнала вектору соответствует момент времени $t = t_n + 1$, а «сигнальными» считаются и примыкающие к нему векторы, показанные пунктирными стрелками. В эту обучающую выборку входят векторы «старой» выборки (светлые стрелки), за исключением тех, что отмечены на рис. 2, *a* знаком « $-$ », и два «новых» вектора (серые стрелки).

При такой организации обработки МП-оценка КМ помехи $\hat{\Phi}_{t_n+1}$ (11), как и ее диагонально регуляризованный вариант (15), для момента $t = t_n + 1$ связаны с оценкой $\hat{\Phi}_{t_n}$ для $t = t_n$ равенством

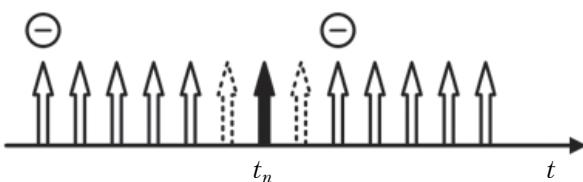
$$\hat{\Phi}_{t_n+1} = \hat{\Phi}_{t_n} + \sum_{i=1}^{K_g} (-1)^i \cdot \mathbf{f}_{gi} \cdot \mathbf{f}_{gi}^+ = \hat{\Phi}_{t_n} + \mathbf{F}_g \cdot \Lambda_g \cdot \mathbf{F}_g^+, \quad (19)$$

где $K_g = 4$;

$$\mathbf{f}_{g1} = \mathbf{y}_{t_n-c-k}; \quad \mathbf{f}_{g2} = \mathbf{y}_{t_n-c};$$

$$\mathbf{f}_{g3} = \mathbf{y}_{t_n+c+1}; \quad \mathbf{f}_{g4} = \mathbf{y}_{t_n+c+k+1};$$

a)



b)

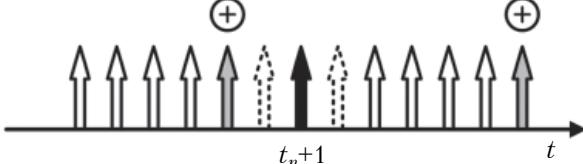


Рис. 2. Структура обучающей выборки в двух смежных элементах дальности

$$\mathbf{F}_g = \left\{ \mathbf{f}_{gi} \right\}_{i=1}^{K_g};$$

$$\Lambda_g = \text{diag} \left\{ (-1)^i \right\}_{i=1}^{K_g}.$$

Каждое слагаемое под знаком суммы в (19) является матрицей единичного ранга, так что оценки (11), (15) КМ помехи для момента $t = t_n + 1$ являются результатом четырехранговой модификации этих оценок для момента $t = t_n$.

Модифицированные оценки (14) персимметричные КМ для момента $t = t_n + 1$ также имеют вид (19), но с модифицирующими матрицами

$$\mathbf{F}_{pers} = [\mathbf{F}_g, \mathbf{J} \cdot \mathbf{F}_g^*],$$

$$\Lambda_{pers} = \text{diag} \left\{ (-1)^l \right\}_{l=1}^{K_{pers}}, \quad (20)$$

где $K_{pers} = 2K_g = 8$, и, следовательно, являются результатом 8-ранговой модификации соответствующих оценок для момента $t = t_n$.

Ниже приведем алгоритмы модификации параметров АРФ, обеспечивающие выполнение равенств (5), (7) для модифицированной матрицы вида

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} &= \left\{ \tilde{\Phi}_{ij} \right\}_{i,j=1}^M = \\ &= \Phi + \mathbf{F} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{F}^+ = \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\Lambda} \cdot \tilde{\mathbf{U}}^+; \\ \tilde{\mathbf{U}} &= [\mathbf{U}, \mathbf{F}]; \quad \tilde{\Lambda} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda \end{bmatrix}; \\ \mathbf{U} &= \left\{ \mathbf{u}_i \right\}_{i=1}^N; \quad \mathbf{F} = \left\{ \mathbf{f}_i \right\}_{i=1}^K; \\ \Lambda &= \text{diag} \left\{ (-1)^i \right\}_{i=1}^K = \Lambda^{-1}; \\ \boldsymbol{\lambda} &= \text{diag} \left\{ \lambda_i \right\}_{i=1}^N; \quad \Lambda^2 = \mathbf{I}_K. \end{aligned} \quad (21)$$

с модифицирующей матрицей $\mathbf{F} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{F}^+$ произвольного ранга $K \geq 1$.

Модифицированные параметры АРФ будем обозначать

$$\tilde{s}_1(l), \quad \text{где } l \in 1, M; \quad (22)$$

$$\tilde{\alpha}_m(l), \quad \tilde{s}_m(l), \quad \text{где } m \in 2, M, \quad l \in 1, M+1-m,$$

и для простоты называть «новыми». Они выражаются через «старые» параметры (8), (9), соответствующие требованиям (7) для «старой» матрицы Φ , и полагаются известными, а также через результаты преобразования модифицирующих матриц \mathbf{F} и Λ в ступенях АРФ. «Новые» параметры анализируемого элемента дальности становятся «старыми» для ее следующего элемента.

Комбинированный алгоритм K -ранговой модификации

Операции синтезируемого алгоритма строятся по аналогии с операциями базового алгоритма (17), (18), но для условий (21).

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

На этапе инициализации определяются диагональные элементы матрицы (21)

$$\tilde{\Phi}_{ll} = \varphi_{ll} + \mathbf{f}_l^+ \cdot \Lambda \cdot \mathbf{f}_l, \quad (24a)$$

где $\mathbf{f}_l^+ = \mathbf{e}_l^{(M)+} \cdot \mathbf{F}; l \in 1, M$.

После этого по аналогии с (176) вычисляются «новые» множители первой ступени

$$\tilde{s}_1(l) = 1/\sqrt{\tilde{\Phi}_{ll}}, \quad l \in 1, M, \quad (24b)$$

и вспомогательные скаляры

$$\begin{aligned} v_1(l) &= r_1(l) = \\ &= s_1(l) \cdot \varphi_{ll} \cdot \tilde{s}_1(l), \quad l \in 1, M. \end{aligned} \quad (24b)$$

Кроме того, здесь формируются K -мерные ($K \geq 1$) входные векторы l -го, $l \in 1, M$, ЭРФ второй ступени «старого» и «нового» АРФ, соответственно, завершающие процедуру инициализации:

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_1^+(l) &= \mathbf{g}_1^+(l) = s_1(l) \cdot \mathbf{f}_l^+ \cdot \Lambda, \\ \tilde{\mathbf{p}}_1^+(l) &= \tilde{\mathbf{q}}_1^+(l) = \tilde{s}_1(l) \cdot \mathbf{f}_l^+. \end{aligned} \quad (24c)$$

На этапе настройки ($m+1$)-й, $m \in 1, M_{sh}$ ($M_{sh} \leq M-1$), ступени АРФ вначале по значениям вспомогательных скаляров $v_m(l)$, $r_m(l)$ и K -мерных ($K \geq 1$) входных векторов $\mathbf{t}_m^+(l)$, $\mathbf{g}_m^+(l)$ и $\tilde{\mathbf{p}}_m^+(l)$, $\tilde{\mathbf{q}}_m^+(l)$ ЭРФ «старого» и «нового» АРФ вычисляются «новые» частные коэффициенты корреляции $|\tilde{\alpha}_{m+1}(l)| < 1$ и нормирующие множители $\tilde{s}_{m+1}(l)$, $l \in 1, M-m$. На их основе по формулам, аналогичным (186), (18g), вычисляются выходные K -мерные ($K \geq 1$) векторы этих ЭРФ и вспомогательные скаляры $v_{m+1}(l)$ и $r_{m+1}(l)$, необходимые для настройки следующей ступени обоих АРФ.

В большинстве случаев число настраиваемых ступеней $M_{sh} + 1 < M$, в связи с чем матрицы \mathbf{H} и \mathbf{N}^+ в (6) являются ленточными с шириной ленты $M_{sh} + 1$. В этом случае не только уменьшается объем вычислений, но и при определенных условиях может повышаться эффективность адаптивной обработки в целом [5].

Возможны различные способы реализации описанного алгоритма, в частности, основанные на использовании только «старых» или только «новых» АРФ. Такие алгоритмы хорошо известны для случая одноранговой ($K = 1$) модификации [1–3], однако при $K > 1$ их K -ранговые аналоги резко усложняются по мере роста K . В этих условиях наиболее приемлем именно «комбинированный» алгоритм (КА) на основе как «старых», так и «новых» АРФ. Поскольку описание его вывода слишком громоздко, приведем собственно алгоритм настройки l -го элемента РПФ ($m+1$)-й ступени ($l \in 1, M-m; m \in 1, M_{sh}$) «старого» и «нового» АРФ, выполняемый после инициализации (24):

$$sk = \mathbf{t}_m^+(l+1) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_m(l); \quad (25a)$$

$$\begin{cases} \mathbf{t}_{m+1}^+(l) = s_{m+1}(l) (\mathbf{t}_m^+(l+1) + \\ + \alpha_{m+1}(l) \cdot \mathbf{g}_m^+(l)), \\ \mathbf{g}_{m+1}^+(l) = s_{m+1}(l) (\mathbf{g}_m^+(l) + \\ + \alpha_{m+1}^*(l) \cdot \mathbf{t}_m^+(l+1)); \end{cases} \quad (25b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{m+1}(l) &= r_m(l+1) \times \\ &\times (v_m(l) \cdot \alpha_{m+1}(l) + sk); \end{aligned} \quad (25c)$$

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l) = \tilde{\mathbf{p}}_m^+(l+1) + \\ + \tilde{\alpha}_{m+1}(l) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_m^+(l), \\ \tilde{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l) = \tilde{\mathbf{q}}_m^+(l) + \\ + \tilde{\alpha}_{m+1}^*(l) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_m^+(l+1); \end{cases} \quad (25d)$$

$$\begin{aligned} sk &= \mathbf{g}_{m+1}^*(l) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l); \\ \chi &= [v_m(l) \times \\ &\times (v_m(l) - s_{m+1}(l) \cdot sk)]^{-0.5}; \end{aligned} \quad (25e)$$

$$\tilde{s}_{m+1}(l) = \chi \cdot s_{m+1}(l); \quad (25f)$$

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l) = \tilde{s}_{m+1}(l) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l), \\ \tilde{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l) = \tilde{s}_{m+1}(l) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_{m+1}^+(l); \end{cases} \quad (25g)$$

$$\begin{cases} v_{m+1}(l) = \chi \cdot v_m(l), \\ r_{m+1}(l) = \chi \cdot r_m(l+1). \end{cases} \quad (25h)$$

Схема комбинированного алгоритма K -ранговой модификации параметров ЭРФ ($m+1$)-й ступени АРФ при $K > 1$ приведена на рис. 3. Здесь в «старом» и «новом» АРФ по формулам (25b), (25c), (25g) рекуррентно формируются

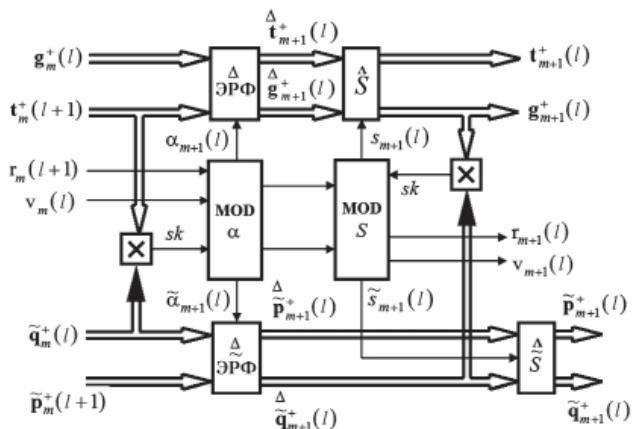


Рис. 3. Комбинированный алгоритм K -ранговой модификации параметров ЭРФ

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

K -мерные векторы $\mathbf{t}_{m+1}^+(l)$, $\mathbf{g}_{m+1}^+(l)$ и $\tilde{\mathbf{p}}_{m+1}^+(l)$, начальные значения которых сформированы по формуле (24г) на этапе инициализации.

Блоки модификации частных коэффициентов корреляции (MOD α) и нормирующих множителей (MOD s) реализуют операции (25в) и (25ж) с использованием скалярных произведений (25а) и (25д) K -мерных входных и выходных векторов ЭРФ модифицируемой ступени обоих АРФ. Связанные с этим вычислительные затраты не выше, чем при K -кратном использовании алгоритмов однократной модификации. Однако операции в этих блоках, составляющие значительную долю общего объема операций, выполняются за полный цикл модификации параметров соответствующего элемента дальности не K , а один раз. В связи с этим вычислительная сложность комбинированного алгоритма K -ранговой модификации при $K > 1$ в целом заметно меньше, чем K -кратное использование алгоритмов однократной модификации. По этой же причине в реальных условиях конечной разрядности вычислений КА и более точен, поскольку при его использовании не накапливаются ошибки, возникающие в каждом из K циклов одноранговой модификации.

Некоторые результаты экспериментальной проверки комбинированного алгоритма K -ранговой модификации параметров АРФ

К настоящему времени алгоритм прошел обширную проверку в ходе моделирования и полнатурных испытаний, в основном в адаптивных системах междупериодной обработки сигналов. Приведем результаты некоторых из них.

На рис. 4 приведен пример работы системы селекции движущихся целей (СДЦ) на основе АРФ с КА K -ранговой модификации параметров по записям реальных сигналов с выхода амплитудного детектора некогерентной РЛС 8-мм диапазона [9]. Показан вид экрана амплитудного индикатора (двухлучевого осциллографа) с отражениями от гидрометеоров (дождевых облаков, тумана) в рабочем стробе РЛС, на фоне которых цель при выключенном АРФ не обнаруживается (верхний луч), но уверенно обнаруживается при его включении (нижний луч).



Рис. 4. Пример работы системы СДЦ на основе АРФ с комбинированным алгоритмом модификации

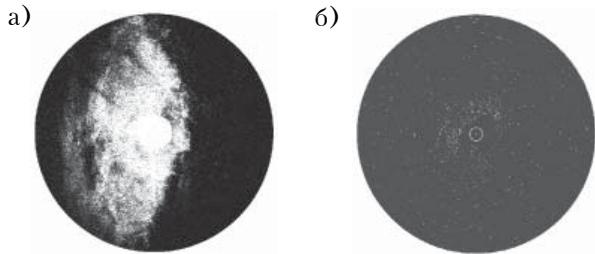


Рис. 5. Вид экрана ИКО при выключенном (а) и включенном (б) АРФ

В этом эксперименте размер обрабатываемой пачки $M = 18$, объем обучающей выборки $N = 20$, ранг модифицирующей матрицы $K = 4$. Временные затраты КА оказались примерно втрое меньше, а точность модификации заметно выше, чем четырехкратное применение алгоритмов одноранговой модификации, что полностью подтверждает теоретические выводы.

Аналогичные результаты получены при полнатурных испытаниях системы СДЦ на основе АРФ с КА четырехранговой модификации в аэродромной РЛС 10-см диапазона, расположенной в зоне аэропорта с интенсивным воздушным движением. Вид экрана индикатора кругового обзора (ИКО) этой РЛС в пасмурный день показан на рис. 5, а. Мощные отражения от грозовых облаков в этих условиях полностью маскируют сигналы многочисленных воздушных целей. Включение АРФ практически очистило экран ИКО от этих отражений (рис. 5, б), что позволило обнаружить точечные объекты, а после пороговой и траекторной обработки — классифицировать их.

АРФ с КА K -ранговой модификации при $K > 1$ использовался и в целом ряде других экспериментов, в частности при решении различных задач междупериодной обработки сигналов в импульсном доплеровском метеолокаторе С-диапазона. Их результаты, достаточно подробно описанные в [9, 10], подтвердили его работоспособность и высокую эффективность.

Заключение

Проведенные исследования показали, что синтезированный комбинированный алгоритм K -ранговой модификации параметров АРФ при $K > 1$ решает поставленную задачу с меньшей вычислительной сложностью, чем при K -кратном использовании известных алгоритмов одноранговой модификации. Таким образом, предложенный алгоритм представляет собой эффективное средство решения широкого круга задач адаптивной пространственно-временной обработки сигналов в радиотехнических системах различного назначения.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Friedlander B. Lattice filters for adaptive processing // Proceedings of the IEEE. – 1982. – Vol. 70, iss. 8. – P. 829 – 867. <http://dx.doi.org/10.1109/PROC.1982.12407>
2. Cowan C.F.N., Grant P.M. (Eds.) Adaptive filters. – Englewood Cliffs New Jersey: Prentice-Hall, 1985.
3. Sayed A.H. Fundamentals of adaptive filtering. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003.
4. Lekhovytksiy D.I., Milovanov S.B., Rakov I.D., Sverdlov B.G. Universal adaptive lattice filters. Adaptation

СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

for a given root of the estimating correlation matrix // Radiophysics and Quantum Electronics. — 1992. — Vol. 35, N 11–12. — P. 621–636.

5. Lekhovytksiy D.I., Abramovich Y.I. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications // Proc. of the 2009 Int. Radar Symposium. — Hamburg, Germany. — 2009. — P. 535–539.

6. Lev-Ari H., Kailath T. Schur and Levinson algorithms for nonstationary processes // Proc. of the IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing. — 1981. — Atlanta, USA. — Vol. 6. — P. 860–864.

7. Sharman K.C., Durrani T.S. Spatial lattice filter for high-resolution spectral analysis of array data // IEEE Proc. F Communications, Radar and Signal Processing. — 1983. — Vol. 130, no. 3. — P. 279–287.

8. Abramovich Y.I. A controlled method for adaptive optimization of filters using the criterion of maximum SNR // Radio Eng. Electron. Phys.. — 1981. — Vol. 26, no. 3. — P. 87–95.

9. Lekhovytksiy D.I. Thirty years experience in development of adaptive lattice filters theory, techniques and testing in Kharkiv // Proc. of the VIII Int. Conf. Antenna Theory and Techniques. — 2011. — Kyiv, Ukraine. — P. 51–56.

10. Efremov V., U. Laurukovich, Lekhovytksiy D. et al. Results of theoretical and experimental investigations of meteorological formations power spectrum using "superresolution" methods // Proc. of the 2009 Int. Radar Symposium. — Hamburg, Germany. — 2009. — P. 777–784.

Дата поступлення рукописи
в редакцію 11.03 2016 г.

Д. І. ЛЕХОВИЦЬКИЙ, В. П. РЯБУХА, Д. С. РАЧКОВ, А. В. СЕМЕНЯКА

Україна, Харківський національний університет радіоелектроніки

E-mail: lekhovytksiydavid@gmail.com

РЕКУРЕНТНІ АЛГОРИТМИ НАЛАШТУВАННЯ АДАПТИВНИХ РЕШІТЧАСТИХ ФІЛЬТРІВ

Проведено аналіз алгоритмів корекції параметрів адаптивних решітчастих фільтрів (АРФ) для К-рангової модифікації оціночної кореляційної матриці в «ковзному» за часом (дальністю) вікні даних при $K \geq 1$. Розглянуто недоліки методів корекції параметрів АРФ, заснованих на К-кратному використанні відомих алгоритмів тимчасової модифікації. Запропоновано комбінований алгоритм К-рангової модифікації, вже одноразове використання якого вирішує задачу корекції параметрів АРФ в зазначених умовах. Показано, що він знижує обчислювальну складність і підвищує чисельну стійкість процедури корекції параметрів АРФ в порівнянні з методами, заснованими на алгоритмах однорангової модифікації.

Ключові слова: просторово-часова обробка сигналів; адаптивний решітчастий фільтр; узагальнена факторизація Левінсона; співмножники Холецького; окремий коефіцієнт кореляції; комбінований алгоритм.

DOI: 10.15222/TKEA2016.2-3.26

UDC 621.396.965:621.391.26

D. I. LEKHOVYTSKIY, V. P. RIABUKHA,
D. S. RACHKOV, A. V. SEMENIAKA

Ukraine, Kharkiv National University of Radio Electronics
E-mail: lekhovytksiydavid@gmail.com

RECURSIVE ALGORITHMS OF ADAPTIVE LATTICE FILTERS ADJUSTMENT

The authors analyze the algorithms intended for correction of adaptive lattice filters (ALF) parameters under K -rank ($K \geq 1$) modification of estimate correlation matrix within a “sliding” over the time (range) data window. The drawbacks of methods that correct the ALF parameters based on K -fold utilization of known algorithms of rank-one ($K = 1$) modification are discussed. The combined algorithm (CA) of K -rank ($K \geq 1$) modification is synthesized. Under considered conditions, the only one-fold utilization of the CA solves the task of ALF parameters correction. The paper demonstrates, that proposed CA reduces the computational complexity and enhances the numerical stability of procedure of ALF parameters correction as compared with the competing methods based on algorithms of rank-one modification.

Keywords: space-time signal processing, adaptive lattice filter, Levinson's generalized factorization, Cholesky multiplier, partial correlation coefficients, combined algorithm.

REFERENCES

1. B. Friedlander Lattice filters for adaptive processing. Proc. of the IEEE, 1982, vol. 70, iss. 8, pp. 829–867. <http://dx.doi.org/10.1109/PROC.1982.12407>
2. C.F.N. Cowan, P.M. Grant (Eds.) *Adaptive Filters*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1985, 308 p.
3. A.H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2003, 1120 p.
4. D.I. Lekhovytksiy, S.B. Milovanov, I.D. Rakov, B.G. Sverdlov. Universal adaptive lattice filters. Adaptation for a given root of the estimating correlation matrix. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1992, vol. 35, no. 11-12, pp. 621–636.
5. D.I. Lekhovytksiy, Y.I. Abramovich. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications. *Proc. of the Int. Radar Symposium 2009*, Hamburg, Germany, pp. 535–539.
6. H. Lev-Ari, T. Kailath. Schur and Levinson algorithms for nonstationary processes. *Proc. of the IEEE Int. Conf.*
7. K.C. Sharman, T.S. Durrani. Spatial lattice filter for high-resolution spectral analysis of array data. *IEEE Proc. F Communications, Radar and Signal Processing*, 1983, vol. 130, no. 3, pp. 279–287.
8. Y.I. Abramovich. A controlled method for adaptive optimization of filters using the criterion of maximum SNR. *Radio Eng. Electron. Phys.*, 1981, vol. 26, no. 3, pp. 87–95.
9. D.I. Lekhovytksiy. Thirty years experience in development of adaptive lattice filters theory, techniques and testing in Kharkiv. *Proc. of the VIII Int. Conf. Antenna Theory and Techniques*, 2011, Kyiv, Ukraine, pp. 51–56.
10. V. Efremov, U. Laurukovich, D. Lekhovytksiy, I. Vylegzhannin, B. Vovshin. Results of theoretical and experimental investigations of meteorological formations power spectrum using “superresolution” methods. *Proc. of the Int. Radar Symposium 2009*, Hamburg, Germany, pp. 777–784.