

К. т. н. І. В. ЦЕВУХ, А. А. САКОВИЧ, В. І. ЦЕВУХ

Україна, Національний університет «Одеська політехніка»

E-mail: itsevukh@op.edu.ua

ПОКАЗНИК ПОЛІПШЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ ОДНОКАНАЛЬНИХ СИСТЕМ ОБРОБКИ СИГНАЛУ В УМОВАХ ГАУСОВИХ ЗАВАД

Досліджувались два нелінійних одноканальних виявника корисного сигналу в умовах адитивної суміші некорельованої та корельованої гаусових завад. Для порівняння ефективності виявників з класу нелінійних структур використано показник поліпшення, який є відношенням величин сигнал/завада на виході нелінійної системи та на її вході, усереднений за всіма можливими радіальними швидкостями цілі. Наведено числові результати порівняльного аналізу потенціальної ефективності розглянутих алгоритмів для різних спектрально-кореляційних параметрів адитивної суміші некорельованої та корельованої завад.

Ключові слова: система обробки сигналу, адитивна суміш завад, коефіцієнт поліпшення.

Виявлення сигналів рухомих цілей на тлі адитивної суміші некорельованої та корельованої завад є одним з актуальних і достатньо складних завдань, що вирішуються в когерентно-імпульсних радіолокаційних системах (РЛС) [1—4]. Корельовані (пасивні) завади у вигляді відбивань від нерухомих або повільно рухомих об'єктів істотно порушують штатну роботу радіолокаційних систем [1, 2]. Інтенсивність пасивних завад зазвичай значно перевищує рівень власних шумів приймача, що може призвести до невиявлення корисного сигналу, а отже до пропуску цілі.

Відомо, що найбільш загальним підходом до розв'язання завдань виявлення корисних сигналів в умовах завад є знаходження відношення правдоподібності (або відповідної йому достатньої статистики) та порівняння її з деяким порогом [2, 3]. Для гаусових моделей сигналу та завад структура оптимального виявника, синтезована на основі тесту відношення правдоподібності, визначається достатньою статистикою вигляду [3]

$$l = X^* \left[B_3^{-1} - (B_C + B_3)^{-1} \right] X, \quad (1)$$

де X — N -мірний вектор вхідного процесу;

B_C, B_3 — коваріаційні матриці сигналу та завади;

* — знак комплексного спряження та транспонування.

Складність практичної реалізації алгоритму обробки (1) в умовах апріорної невизначеності параметрів сигналу та завад призвела до розробки спрощених варіантів його побудови. У [5, 6] для розв'язання задачі виявлення імпульсного сигналу на фоні гаусових завад з невідомими кореляційними властивостями запропоновано в класі нелінійних структур використовувати, відповідно, достатні статистики

$$T^2 = X^* \hat{B}_3^{-1} X; \quad (2)$$

$$C^2 = X^* \hat{B}_3^{-2} X, \quad (3)$$

$$\text{де } \hat{B}_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i X_i^*$$

\hat{B}_3 — оцінка максимальної правдоподібності коваріаційної матриці завади B_3 ;

X_i — N -мірний вектор вибіркового відліку вхідного процесу;

n — обсяг навчальної вибірки.

Статистика T^2 являє собою статистику Готелінга для перевірки гіпотези H_0 : X належить гаусовому розподілу $G(0, B_3)$ (тільки завада) проти альтернативи H_1 : вибірка належить гаусовому розподілу $G(\mu, B_3)$ $\mu \neq 0$ (завада + сигнал) для невідомої коваріаційної матриці завади B_3 та скінченного обсягу вибірки [5].

Статистика C^2 була отримана у [6] з відношення правдоподібності у припущенні, що рівень корисного сигналу є малим порівняно з рівнем корельованих завад, а роздільна здатність з доплерівської фази сигналу ігнорується. Попри наявність публікацій, присвячених аналізу ефективності алгоритму, що реалізує статистику Готелінга [7—9], відсутні висновки результати щодо порівняння алгоритмів (2) і (3).

Метою цієї роботи є порівняння потенціальної ($n \rightarrow \infty$) ефективності двох наведених вище нелінійних одноканальних систем виявлення корисного сигналу в умовах адитивної суміші некорельованої та корельованої гаусових завад.

Для адекватного розв'язання поставленого завдання використаємо критерій ефективності, усереднений в усьому діапазоні значень радіальної швидкості цілі.

Вочевидь, що алгоритми виявлення (2) та (3) є адаптивними, і при збільшенні обсягу навчальної вибірки ($n \rightarrow \infty$) їхні характеристики прямуватимуть до потенційних значень, що визначаються достатніми статистиками вигляду

$$t^2 = X^* B_3^{-1} X; \quad (4)$$

$$c^2 = X^* B_3^{-2} X, \quad (5)$$

Запишемо алгоритм (5) так:

$$c^2 = X^* B_3^{-2} X = X^* B_3^{-1} B_3^{-1} X = Z^* Z = |Z|^2, \quad (6)$$

де $Z = B_3^{-1} X$;

$|\cdot|^2$ — операція обчислення квадрата модуля комплексного вектора.

Вектор Z можна подати у вигляді

$$Z^* = X^* [V_N^{(1)}, V_N^{(2)}, \dots, V_N^{(i)}, \dots, V_N^{(N)}] = X^* V, \quad (7)$$

де $V_N^{(i)} = B_3^{-1} e_i$; e_i — i -й стовпець одиничної матриці E_N розміром $N \times N$.

Зазначимо, що вектор $V_N^{(i)}$ збігається з i -м стовпцем матриці B_3^{-1} .

Перетворимо (7) в такий спосіб:

$$Z^* = [X^* V_N^{(1)}, X^* V_N^{(2)}, \dots, X^* V_N^{(i)}, \dots, X^* V_N^{(N)}]. \quad (8)$$

З урахуванням (8) вирішальну статистику (5) можна подати у вигляді

$$c^2 = \left\| [X^* V_N^{(1)}, X^* V_N^{(2)}, \dots, X^* V_N^{(i)}, \dots, X^* V_N^{(N)}] \right\|^2, \quad (9)$$

Кожен елемент z_i вектора Z у (8) можна трактувати як результат проходження вхідного процесу X через нерекурсивний фільтр з ваговими коефіцієнтами $V_N^{(i)}$.

Зробимо аналогічні перетворення для алгоритму (4):

$$t^2 = X^* B_3^{-1} X = X^* B_{3U}^{-1/2} B_{3L}^{-1/2} X = Y^* Y = |Y|^2, \quad (10)$$

де $Y = B_{3L}^{-1/2} X = [X^* B_{3U}^{-1/2}]^T$; $B_{3U}^{-1/2}, B_{3L}^{-1/2}$ — відповідно, нижня та верхня трикутні матриці з розкладу Холецкого, $B_{3U}^{-1/2} B_{3L}^{-1/2} = B_3^{-1}$.

Вектор Y можна подати у вигляді

$$Y^* = X^* [U_N^{(1)}, U_N^{(2)}, \dots, U_N^{(i)}, \dots, U_N^{(N)}] = X^* U, \quad (11)$$

де $U_N^{(i)} = B_{3L}^{-1/2} e_i$.

Перетворимо (11) в такий спосіб:

$$Y^* = [X^* U_N^{(1)}, X^* U_N^{(2)}, \dots, X^* U_N^{(i)}, \dots, X^* U_N^{(N)}]. \quad (12)$$

З урахуванням (12) вирішальну статистику (4) можна подати у вигляді

$$t^2 = \left\| [X^* U_N^{(1)}, X^* U_N^{(2)}, \dots, X^* U_N^{(i)}, \dots, X^* U_N^{(N)}] \right\|^2. \quad (13)$$

За аналогією з (8) кожен елемент y_i вектора Y в (12) можна трактувати як результат проходження вхідно-

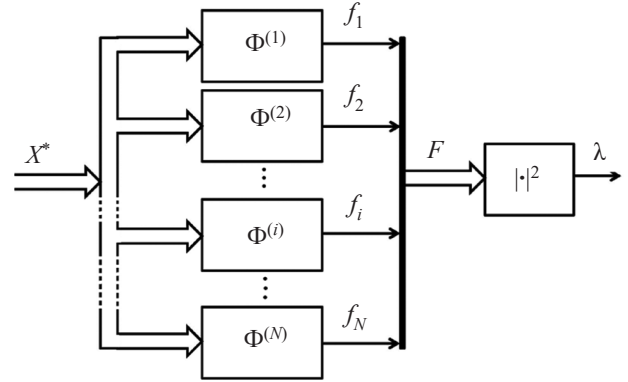


Рис. 1. Структурна схема нелінійної системи обробки сигналу виду $X^* \Phi X$

го процесу X через нерекурсивний фільтр з ваговими коефіцієнтами $U_N^{(i)}$.

Структурна схема, що реалізує алгоритми (9) та (13), представлена на **рис. 1**, де $\Phi^{(i)}$ — нерекурсивні фільтри з ваговими коефіцієнтами $V_N^{(i)}$ для алгоритму (9) або $U_N^{(i)}$ для алгоритму (13); λ — достатня статистика, відповідно, c^2 для (9) або t^2 для (13).

Відомо, що для реалізації систем селекції рухомих цілей (**СРЦ**), які застосовуються в оглядових радіолокаційних станціях, часто використовуються саме нерекурсивні фільтри, які також називають КІХ-фільтрами (фільтрами з кінцевою імпульсною характеристикою) [3]. Одним з параметрів, що характеризує ефективність фільтрів СРЦ, є коефіцієнт поліпшення I_F (*improvement factor*) системи СРЦ — частка від ділення значень відношення сигнал/завада на виході та на вході фільтра СРЦ, усереднене за всіма можливими радіальними швидкостями цілі. Іншими словами, коефіцієнт поліпшення системи СРЦ показує, у скільки разів співвідношення сигнал/завада на виході більше, ніж на вході. Швидкості цілі вважаються рівномірними в усьому діапазоні радіальної швидкості. Коефіцієнт поліпшення I_F може бути представлений у вигляді [10]

$$I_F = W^* W / W^* B_3 W, \quad (14)$$

де W — вектор вагових коефіцієнтів фільтра, що залежить від обраного критерію оптимальності, а також коваріаційної матриці діючої завади B_3 .

Як було зазначено вище, елементи z_i вектора Z у (8) та елементи y_i вектора Y у (12) можливо трактувати як результати проходження вхідного процесу X через нерекурсивні фільтри з ваговими коефіцієнтами $V_N^{(i)}$ та $U_N^{(i)}$ відповідно. Тому для порівняння ефективності нелінійних одноканалних систем виявлення сигналу (4) і (5) доцільно буде використати показник поліпшення P_F , який за аналогією з коефіцієнтом поліпшення I_F є часткою від ділення значень

відношення сигнал/завада на виході та на вході нелінійної системи.

Для алгоритму виявлення (9) з урахуванням (14) буде справедливо

$$P_{FC} = \frac{|V^*V|^2}{|V^*B_3V|^2}, \quad (15)$$

де $V^* = [V_N^{(1)}, V_N^{(2)}, \dots, V_N^{(i)}, \dots, V_N^{(N)}]$; $V_N^{(i)} = B_3^{-1}e_i$.

Тоді

$$|V^*V|^2 = \sum_{i=1}^N B_{3ii}^{-2} = TrB_3^{-2};$$

$$|V^*B_3V|^2 = \sum_{i=1}^N B_{3ii}^{-1} = TrB_3^{-1}, \quad (16)$$

де $Tr[\cdot]$ — слід матриці.

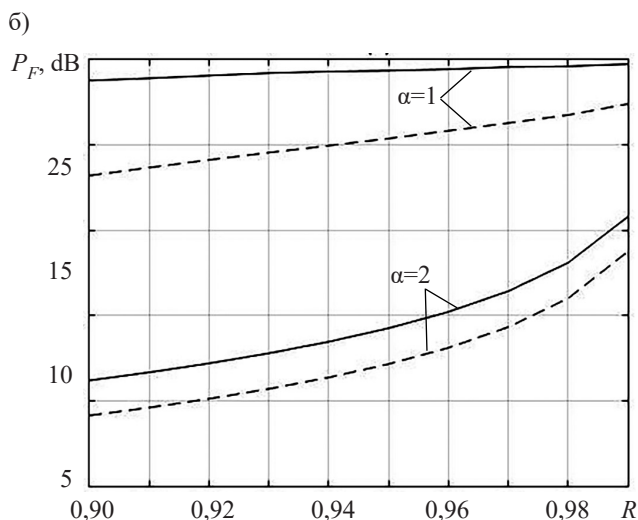
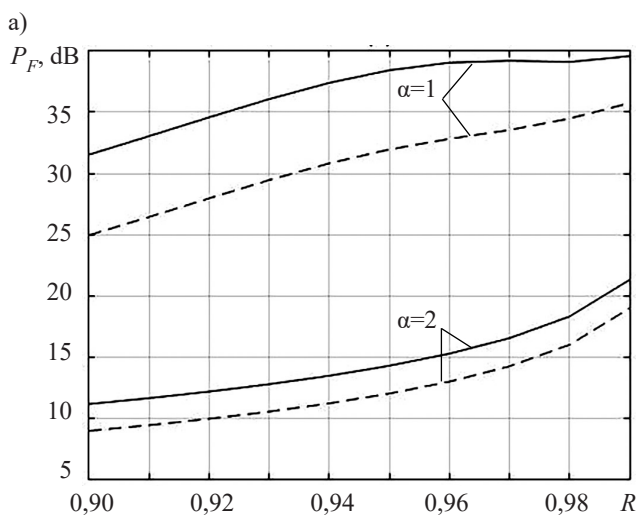


Рис. 2. Показники поліпшення алгоритмів (4) та (5) (відповідно, пунктирна та суцільна лінії) залежно від модуля першого міжперіодного коефіцієнта кореляції R та параметрів адитивної суміші некорельованої та корельованої завад:

a — $N = 5$, $\beta = 40$ дБ; b — $N = 7$, $\beta = 30$ дБ

Отже, показник поліпшення нелінійної одноканальної системи виявлення сигналу в умовах гаусових завад, що реалізує алгоритм (9):

$$P_{FC} = TrB_3^{-2} / TrB_3^{-1}. \quad (17)$$

Для нелінійного алгоритму виявлення (13) з урахуванням (14)

$$P_{FT} = |U^*U|^2 / |U^*B_3U|^2, \quad (18)$$

де $U^* = [U_N^{(1)}, U_N^{(2)}, \dots, U_N^{(i)}, \dots, U_N^{(N)}]$;

$$U = B_3^{-1/2}e_i.$$

Тоді

$$|U^*U|^2 = \sum_{i=1}^N B_{3ii}^{-1} = TrB_3^{-1};$$

$$|U^*B_3U|^2 = N. \quad (19)$$

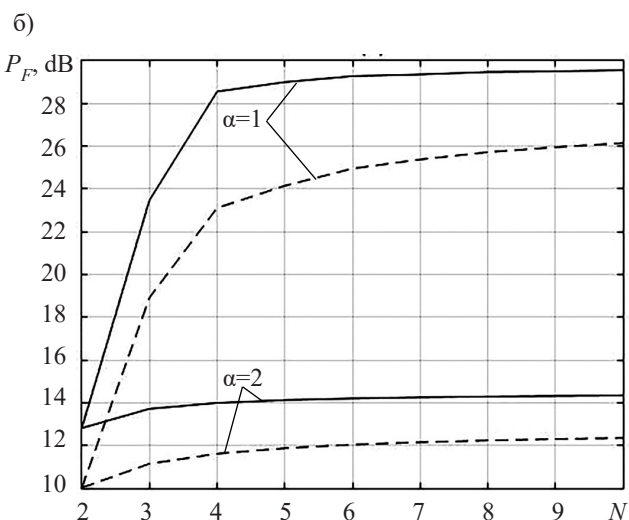
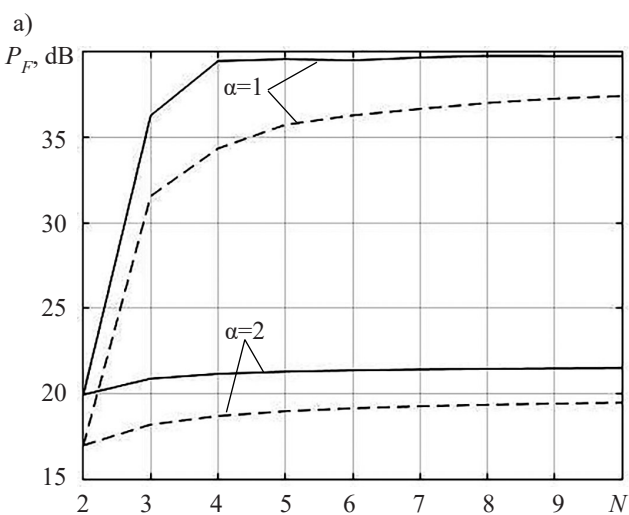


Рис. 3. Показники поліпшення алгоритмів (4) та (5) (відповідно, пунктирна та суцільна лінії) залежно від розміру вектора вхідного процесу N та параметрів суміші некорельованої та корельованої завад:

a — $R = 0,99$, $\beta = 40$ дБ; b — $R = 0,95$, $\beta = 30$ дБ

Показник поліпшення нелінійної одноканальної системи виявлення сигналу в умовах гаусових завад, що реалізує алгоритм (13):

$$P_{FT} = TrB_3^{-1}/N. \quad (20)$$

На рис. 2 наведено дані для проведення порівняльного аналізу ефективності алгоритмів (2) і (3) за критерієм “показника поліпшення” залежно від модуля першого міжперіодного коефіцієнта кореляції R за різних значень параметрів адитивної суміші некорельованої та корельованої завад. Вважалося, що корельована завада має гаусову ($\alpha = 1$) або експоненціальну ($\alpha = 2$) форму спектру флуктуацій, модуль R приймає значення з діапазону $[0,9 \dots 0,99]$.

З графіків видно, що за застосованим у роботі показником поліпшення P_F потенціально ($n \rightarrow \infty$) ефективність обох алгоритмів істотно залежить від швидкості спаду та нормованої ширини спектра завади ΔFT — тобто від модуля першого міжперіодного коефіцієнта кореляції $R = f(\Delta F/F)$, де ΔF — ширина спектра завади; F — частота повторення РЛС. Пасивна завада ефективніше придушується у разі гаусової апроксимації ($\alpha = 1$), яка характеризується швидким спадом спектра.

На рис. 3 наведено дані для проведення порівняльного аналізу ефективності алгоритмів (2) та (3) за критерієм “показника поліпшення” залежно від розміру вектора вхідного процесу N (кількості оброблюваних імпульсів). З графіків видно, що зі збільшенням кількості оброблюваних імпульсів швидкість досягнення P_F свого максимального значення для алгоритму (3) декілька вище, ніж для (2). Для РЛС з частковою когерентною обробкою сигналу з подальшим некогерентним накопиченням результати досліджень, наведені на рис. 3, можуть бути корисними при виборі прийнятних співвідношень між тривалістю когерентної та некогерентної обробки.

У всіх проведених розрахунках потенційна ефективність виявника (3) для використаних в роботі параметрів завад була вищою, ніж виявника (2).

Висновок

Таким чином, проведений порівняльний аналіз потенціальної ($n \rightarrow \infty$) ефективності двох нелінійних одноканальних систем виявлення корисного сигналу

в умовах адитивної суміші некорельованої та корельованої гаусових завад дозволив встановити, що за показником поліпшення (частка від ділення значень відношення сигнал/завада на виході та вході нелінійної системи), усередненим за всіма можливими радіальними швидкостями цілі, і обраними в цій роботі параметрами завад потенціально ефективність розробленого в [6] алгоритму є вищою за ефективність алгоритму, що реалізує відому статистику Хотеллінга.

Отримані результати можуть бути використані для порівняльного аналізу ефективності деяких існуючих когерентно-імпульсних радіолокаційних систем щодо виявлення сигналів рухомих цілей на тлі адитивної суміші некорельованої та корельованої завад

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Skolnik M. I. (Ed.) *Radar Handbook*. New York: McGraw Hill, 2008, 1352 p.
2. Melvin W. L., Scheer J. A. (Eds.) *Principles of Modern Radar: Advanced Techniques*. New York, SciTech Publishing, IET, Edison, 2013, 846 p.
3. Richards M. A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. New York: McGraw Hill Education, 2014, 618 p.
4. Lkhovytskiy D. I., Riabukha V. P., Semeniaka A. V. et al. Protection of coherent pulse radars against combined interferences. 1. Modifications of STSP systems and their ultimate performance capabilities. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2019, vol. 62, no. 7, p. 311–341. <https://doi.org/10.3103/S073527271907001X>
5. Бартєнев В. Г., Шлома А. М. О построении адаптивного обнаружителя импульсных сигналов на фоне нормальных помех с неизвестными корреляционными свойствами. *Радиоэлектроника*, 1978, № 2, с. 3–8.
6. Цєвух І. В. Алгоритм обработки гауссовых сигналов условиях гауссовых помех. *Радиоэлектроника*, 1988, № 12, с. 53–54.
7. Averochkin V. O., Troyanskiy O. V. The Hotelling detector using quadrature channels decorrelation. *Праці Одеського політехнічного університету*, 2014, vol. 1(43), p. 225–229.
8. Ronald W. Butler, Pooria Pakrooh, Louis L. Scharf. A MIMO Version of the Reed-Yu Detector and its Connection to the Wilks Lambda and Hotelling T2 Statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, vol. 68, p. 2925–2924. <https://doi.org/10.1109/TSP.2020.2988996>
9. Орлов В. В. Эффективность адаптивного обнаружения сигнала на основе теста Хотеллинга. *Збірник наукових праць ІПМЕ*, 2010, № 57, с. 72–79.
10. IEEE Standard Radar Definitions. *IEEE Std 686-1997*, 1998, 40 p. <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.1998.86185>

Дата надходження рукопису до редакції 02.03 2023 р.

Опис статті для цитування:

Цєвух І. В., Сакович А. А., Цєвух В. І. Показник поліпшення нелінійних одноканальних систем обробки сигналу в умовах гаусових завад. *Технологія та конструювання в електронній апаратурі*, 2023, № 1–2, с. 9–13. <http://dx.doi.org/10.15222/TKEA2023.1-2.09>

Cite the article as:

Tsevuikh I. V., Sakovich A. A., Tsevuikh V. I. Index of improvement of nonlinear single-channel signal detection systems under Gaussian noise. *Technology and design in electronic equipment*, 2023, no. 1–2, pp. 9–13. <http://dx.doi.org/10.15222/TKEA2023.1-2.09>

INDEX OF IMPROVEMENT OF NONLINEAR SINGLE-CHANNEL SIGNAL
DETECTION SYSTEMS UNDER GAUSSIAN NOISE

Detection of signals of moving targets against the background of an additive mixture of uncorrelated and correlated interference is one of the relevant and rather complex tasks solved in coherent-pulse radar systems. Correlated interference in the form of disturbing reflections from stationary or slowly moving objects significantly disrupts the regular operation of radar systems, which can lead to missing the target. The article presents a comparative analysis of the potential efficiency of two non-linear single-channel systems for useful signal detection operating under an additive mixture of uncorrelated and correlated Gaussian noise. To solve the task of analyzing the quality of detectors from the class of nonlinear structures, an improvement index was proposed, which is the signal/interference ratio at the output of the nonlinear system to the signal/interference ratio at its input, averaged over all possible radial velocities of the target. Numerical results of a comparative analysis of the potential effectiveness of the considered algorithms for various spectral-correlation parameters of interference are given. It was established that the potential efficiency of the algorithm developed by the author is higher than the efficiency of the algorithm implementing the well-known Hotelling statistics based on the improvement index and the parameters of the additive mixture of uncorrelated and correlated interference selected in this work.

Keywords: signal processing system, additive mixture of noises, improvement index.

REFERENCES

1. Skolnik M. I. (Ed.) *Radar Handbook*. New York: McGraw Hill, 2008, 1352 p.
2. Melvin W. L., Scheer J. A. (Eds.) *Principles of Modern Radar: Advanced Techniques*. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2013, 846 p.
3. Richards M. A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. New York, McGraw Hill Education, 2014, 618 p.
4. Lekhovyt'skiy D. I., Riabukha V. P., Semeniaka A. V. et al. Protection of coherent pulse radars against combined interferences. 1. Modifications of STSP systems and their ultimate performance capabilities. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2019, vol. 62, no. 7, p. 311–341. <https://doi.org/10.3103/S073527271907001X>
5. Bartenev V. G., Shloma A. M. [On the construction of an adaptive detector of pulse signals against the background of normal interference with unknown correlation properties]. *Radioelectronics*, 1978, no. 2, pp. 3–8. (Rus)
6. Tsevukh I. V. [An algorithm of the gaussian signal-processing in the presence of gaussian interference]. *Radioelectronics*, 1988, no. 12, pp. 53–54. (Rus)
7. Averochkin V. O., Troyanskiy O. V. The Hotelling Detector using quadrature channels decorrelation. *Proceedings of the Odessa Polytechnic University*, 2014, vol. 1(43), pp. 225–229.
8. Ronald W. Butler, Pooria Pakrooh, Louis L. Scharf. A MIMO Version of the Reed-Yu Detector and its Connection to the Wilks Lambda and Hotelling T2 Statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, vol. 68, p. 2925–2924. <https://doi.org/10.1109/TSP.2020.2988996>
9. Orlov V. V. Effectiveness of adaptive signal detection based on the Hotelling test. *Collection of scientific papers of the G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering*, 2010, no. 57, pp. 72–79. (Rus)
10. IEEE Standard Radar Definitions. *IEEE Std 686-1997*, 1998, 40 p. <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.1998.86185>