

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦЫ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОДКЛЮЧЕННЫМ ТРУБОПРОВОДОМ С ДВУХФАЗНОЙ ПАРОЖИДКОСТНОЙ СРЕДОЙ

Рассмотрена динамика гидравлической системы, включающей шнеко-центробежный насос и питающую магистраль с подключенным трубопроводом с двухфазной парожидкостной средой. Определены границы области устойчивости системы «питающая магистраль – трубопровод – насос» в плоскости параметров *температура жидкости на входе в трубопровод – давление на входе в насос* и частота колебаний на границе области устойчивости.

Dynamics of the hydraulic system including the inclined screw centrifugal pump and the feeding line with the connected pipeline with diphase liquid-vapour mixture is considered. Boundaries of stability domain for the system “feeding line – pipeline – pump” in the plane of parameters “liquid temperature at the input to the pipeline – pressure at the input to the pump” and frequency of vibrations at the stability domain boundary are determined.

В работах [1, 2] предложены математические модели неустановившегося кавитационного вращательно-поступательного течения двухфазной среды в цилиндрическом трубопроводе при равновесных и неравновесных термодинамических процессах испарения жидкости и конденсации пара. Показано, что при определенных условиях в гидравлической системе, включающей питающую магистраль, шнеко-центробежный насос и специальный байпасный трубопровод, соединяющий выход из шнеко-центробежного насоса с его входом, могут самопроизвольно возникать автоколебания. Установлен механизм самовозбуждения колебаний и показано, что неравновесность термодинамических процессов испарения жидкости и конденсации пара в трубопроводе оказывает стабилизирующее влияние на устойчивость рассматриваемой колебательной системы.

Напомним, что рассматриваемый байпасный трубопровод представляет собой цилиндрический трубопровод, на входе в который установлено специальное закручивающее устройство (кавитатор-завихритель), а в конце – диск-замыкатель кавитационной полости. Производится предварительный подогрев жидкости, подаваемой в трубопровод. При напорном вращательно-поступательном движении жидкости в трубопроводе возникает кавитация и по оси потока образуется кавитационная полость. Указанное течение характеризуется весьма малыми значениями числа кавитации (отношения разности давлений на выходе из трубопровода и в кавитационной полости к скоростному напору жидкости в каналах кавитатора-завихрителя), которым соответствуют значения площади кавитационной полости в произвольном сечении трубопровода, близкие к площади проходного сечения трубопровода [3, 4]. При этом объемное паросодержание, равное отношению объема паровой полости к объему трубопровода, близко к единице. Давление на стенке трубопровода практически равно давлению в кавитационной полости. Давление в кавитационной полости на установившемся режиме равно давлению насыщенных паров жидкости и определяется давлением на выходе из трубопровода. Давление на входе в кавитатор-завихритель существенно больше давления на выходе из трубопровода и обеспечивает требуемую закрутку потока жидкости в трубопроводе и течение с ярко выраженной границей раздела пара и жидкости. Температура жидкости на входе в трубопровод выше температуры насыщенных паров в кавитационной полости. Поэтому после прохождения каналов кавитатора-завихрителя часть жидкости испаряется, и по-

лость трубопровода, в основном, заполняется парами жидкости. На выходе трубопровода выделившийся пар конденсируется. Это обусловлено тем, что температура жидкости в питающей магистрали шнеко-центробежного насоса существенно ниже температуры насыщенных паров жидкости в байпасном трубопроводе [1].

Целью настоящей работы является определение границы области устойчивости системы «питающая магистраль – трубопровод – насос» в плоскости параметров «температура жидкости на входе в трубопровод – давление на входе в насос» и частоты колебаний на границе области устойчивости.

Импеданс питающей магистрали насоса до байпасного трубопровода  $Z_1(0, j\omega)$  представляет собой отношение комплексных амплитуд колебаний давления  $\delta\bar{p}_1$  и массового  $\delta\bar{m}_1$  расхода жидкости:

$$\frac{\delta\bar{p}_1}{\delta\bar{m}_1} = -Z_1(0, j\omega), \quad (1)$$

где  $\omega$  – частота колебаний.

Знак минус в выражении (1) обусловлен тем, что за положительное направление принято направление движения жидкости от питающего бака к насосу.

Методика определения импеданса  $Z_1(0, j\omega)$  для различных гидравлических систем с учетом распределенности параметров трубопроводов изложена в работе [5]. В простейшем случае без учета сжимаемости жидкости и податливости стенок питающей магистрали импеданс

$$Z_1(0, j\omega) = R_1 + j\omega I_1, \quad (2)$$

где  $R_1$  – коэффициент линеаризованного гидравлического сопротивления питающей магистрали;  $I_1$  – коэффициент инерционного сопротивления питающей магистрали.

Запишем уравнение неустановившегося движения жидкости для участка байпасного трубопровода от места подключения к питающей магистрали насоса до диска-замыкателя кавитационной полости

$$\delta p_1 = \delta p + R_{\text{а}} \delta \dot{m}_{\text{а}} + I_{\text{а}} \frac{d\delta \dot{m}_{\text{а}}}{dt},$$

где  $\delta p$ ,  $\delta \dot{m}_{\text{а}}$  – отклонения от установившегося режима течения давления и массового расхода жидкости в трубопроводе.

Запишем последнее уравнение для установившихся гармонических колебаний и определим импеданс трубопровода с учетом гидравлического и инерционного сопротивлений указанного участка ( $R_{\text{а}}$  и  $I_{\text{а}}$ ):

$$\frac{\delta\bar{p}_1}{\delta\bar{m}_{\text{а}}} = Z_{\text{а}}^* = R_{\text{а}} + j\omega I_{\text{а}} + Z_{\text{а}}, \quad (3)$$

где  $Z_{\text{а}}$  – импеданс участка трубопровода от кавитатора-завихрителя до диска-замыкателя суперкавитационной полости.

При подключении трубопровода непосредственно на входе в насос можно считать, что суммарный импеданс гидравлической системы на входе в

насос полностью определяется импедансом трубопровода, то есть  $\delta\bar{m}_1 = \delta\bar{m}_x$ . В этом случае, исключая из уравнений (2) и (3) амплитуды колебаний давления и расхода на входе в насос, находим характеристическое уравнение системы на границе области устойчивости:

$$Z_1(0, j\omega) + Z_{\text{в}}^* = 0. \quad (4)$$

Уравнения границы области устойчивости найдем с помощью метода Д-разбиения. Согласно этому методу, разделяя характеристическое уравнение (4) на действительную и мнимую части и приравнявая их нулю, получим:

$$R_1 + R_{\text{в}} + \operatorname{Re} Z_{\text{в}} = 0, \quad (5)$$

$$\omega(I_1 + I_{\text{в}}) + \operatorname{Im} Z_{\text{в}} = 0. \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) представляют собой уравнения границы области устойчивости в параметрическом виде. Параметром служит частота колебаний на границе области устойчивости.

Из уравнения (6) можно определить частоту колебаний на границе области устойчивости, которая равна собственной частоте колебаний жидкости в системе **питающая магистраль – трубопровод – насос**.

Уравнение (5) может выполняться только при отрицательной действительной части импеданса байпасного трубопровода. При  $\operatorname{Re} Z_{\text{в}} = 0$  или  $\operatorname{Re} Z_{\text{в}} > 0$

$$R_1 + R_{\text{в}} + \operatorname{Re} Z_{\text{в}} > 0 \quad (7)$$

и система **питающая магистраль – трубопровод – насос – устойчива**.

В работе [2] отмечено, что время релаксации оказывает стабилизирующее влияние на устойчивость системы. Если определить параметр уноса паровой фазы из трубопровода  $\alpha_0$  на границе области устойчивости, исходя из действительной части импеданса демпфера для равновесного термодинамического процесса [1], то можно допустить, что максимальное значение параметра уноса

$$\alpha_{0\max} \leq \alpha_0^{\text{ry}}. \quad (8)$$

В этом случае при реальном неравновесном термодинамическом процессе в парожидкостной полости трубопровода система **питающая магистраль – трубопровод – насос** будет устойчива.

Для определения параметра уноса  $\alpha_0^{\text{аó}}$  воспользуемся формулой (26) работы [2] и уравнением (5):

$$R_1 + R_{\text{в}} - \frac{\alpha_0^{\text{аó}} C_{\text{аó}} \frac{1}{\rho_{\text{г}} s} - a_1}{\rho_{\text{ж}} s (\omega^2 C_{\text{аó}}^2 + a_1^2)} = 0, \quad (9)$$

где  $C_{\text{аó}}$  – равновесная податливость двухфазной среды в трубопроводе, равная [2]:

$$\tilde{N}_{\text{a}\ddot{o}} = \tilde{N}_{\text{a}\dot{i}} + \frac{\rho_{\text{a}\text{s}}(1-\varphi_0)V}{\rho_{\text{i}\text{s}}L} \cdot \frac{di_{\text{a}\text{s}}}{dp_{\text{s}}} + \frac{\varphi_0 V}{L} \frac{di_{\text{i}\text{s}}}{dp_{\text{s}}} - \frac{V}{\rho_{\text{i}\text{s}}L},$$

где  $\tilde{N}_{\text{a}\dot{i}}$  – податливость двухфазной среды при полностью неравновесном термодинамическом процессе в трубопроводе, равная  $\tilde{N}_{\text{a}\dot{i}} = \frac{\varphi_0 V}{\alpha \rho_{\text{s}}}$ ;  $V$  – объем трубопровода;  $\varphi_0$  – объемное паросодержание;  $\alpha$  – показатель политропы;  $L$  – удельная теплота парообразования;  $\rho_{\text{a}\text{s}}$ ,  $\rho_{\text{i}\text{s}}$ ,  $\rho_{\text{s}}$  – плотности жидкости, пара и давление на линии насыщения;  $i_{\text{a}\text{s}}$ ,  $i_{\text{i}\text{s}}$  – энтальпии жидкости и пара на линии насыщения.

Параметр  $a_1$  определен в работе [2] и равен

$$a_1 = \frac{\dot{m}_0 C_{\text{a}\text{s}} + \alpha S_{\dot{i}}}{\rho_{\text{i}\text{s}}L} \cdot \frac{dT_{\text{s}}}{dp_{\text{s}}},$$

где  $\dot{m}_0$  – массовый расход жидкости, подаваемой в трубопровод;  $T_{\text{s}}$ ,  $C_{\text{a}\text{s}}$  – температура пара и теплоемкость жидкости на линии насыщения;  $\alpha$ ,  $S_{\dot{i}}$  – коэффициент аккомодации и площадь поверхности конденсации [6,7].

Из уравнения (9) определим параметр уноса паровой фазы из трубопровода:

$$\alpha_0^{\ddot{o}} = \rho_{\text{i}\text{s}} \left[ (R_1 + R_{\ddot{a}}) \left( \omega_0^2 \rho_{\text{a}\text{s}} C_{\ddot{a}\ddot{o}} + \frac{\rho_{\text{a}\text{s}} a_1^2}{C_{\ddot{a}\ddot{o}}} \right) + \frac{a_1}{C_{\ddot{a}\ddot{o}}} \right], \quad (10)$$

где  $\omega_0$  – собственная частота колебаний жидкости в системе *питающая магистраль – трубопровод – насос*.

С другой стороны, согласно уравнению (13) работы [1], параметр уноса

$$\alpha_0 = \dot{m}_0 \frac{i_0 - i_{\text{x}}}{LV(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{min}})},$$

где  $i_0$  – энтальпия жидкости, подаваемой в трубопровод.

Из условия  $\alpha_0 = \alpha_0^{\ddot{o}}$  можно определить границу области устойчивости системы в плоскости параметров *температура жидкости на входе в трубопровод – давление на входе в насос*:

$$i_0^{\ddot{o}} = i_{\text{x}\text{s}} + \frac{LV(\varphi_0 - \varphi_0^{\text{min}})\rho_{\text{s}}}{\dot{m}_0(RT)_{\text{s}}} \left[ (R_1 + R_{\ddot{a}}) \left( \omega_0^2 \rho_{\text{a}\text{s}} C_{\ddot{a}\ddot{o}} + \frac{\rho_{\text{a}\text{s}} a_1^2}{C_{\ddot{a}\ddot{o}}} \right) + \frac{a_1}{C_{\ddot{a}\ddot{o}}} \right]. \quad (11)$$

Максимально допустимый перегрев жидкости, подаваемой в трубопровод,  $T_0 - T_{\text{s}}$ , соответствующий границе области устойчивости системы, определяется разностью энтальпий  $i_0^{\ddot{o}} - i_{\text{x}\text{s}}$  и зависит от конструктивных и режимных параметров байпасного трубопровода, давления на входе в насос  $\bar{p}_1 \approx \rho_{\text{s}}$  и теплофизических свойств двухфазной среды в полости трубопровода.

Из уравнения границы области устойчивости системы (11) следует, что с уменьшением расхода жидкости через трубопровод допустимый перегрев

жидкости увеличивается, что позволяет обеспечить устойчивую работу системы в более широком диапазоне изменения давления и температуры жидкости на входе в насос. С понижением давления и повышением температуры жидкости на входе в насос уменьшается и допустимый перегрев жидкости, подаваемой в байпасный трубопровод.

Эти выводы подтверждают результаты экспериментальных исследований рассматриваемой гидравлической системы при испытаниях на криогенной жидкости. Так при переходе от трубопровода с 24 каналами в кавитаторе-завихрителе к трубопроводу с 16 каналами, а затем и к четырехканальному кавитатору-завихрителю наилучшие результаты (с точки зрения обеспечения устойчивой работы системы **питающая магистраль – трубопровод – насос**) получены при испытаниях трубопровода с четырьмя каналами в кавитаторе-завихрителе.

Наиболее тяжелые условия для обеспечения устойчивости системы, при прочих равных условиях, возникают при минимальном давлении и максимальной температуре жидкости на входе в насос.

Устойчивость системы повышается с увеличением гидравлических и уменьшением инерционных сопротивлений питающей магистрали и трубопровода.

Собственная частота колебаний жидкости в питающей магистрали насоса с подключенным байпасным трубопроводом с учетом неравновесных фазовых превращений определяется из уравнения (6). Мнимую часть импеданса демпфера  $\text{Im}Z_{\text{д}}$  находим из решения уравнения (22) работы [2]:

$$\text{Im}Z_{\text{д}} = - \frac{\left( \omega^2 \cdot C_{\text{др}} + \frac{\alpha_0 a_1}{\rho_{\text{п.с}}} \right) a_2 + \tau a_3 \left( \omega^2 C_{\text{др}} \frac{\alpha_0}{\rho_{\text{п.с}}} - \omega^2 a_1 \right)}{\rho_{\text{ж.с}} \omega (1 + \omega^2 \tau^2) (\omega^2 C_{\text{др}}^2 + a_1^2)}, \quad (12)$$

где  $\tau$  – время установления термодинамического равновесия между паром и жидкостью в трубопроводе (время релаксации), а параметры  $a_2$  и  $a_3$  равны [2]:

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= 1 + \frac{\tau a_1}{C_{\text{дн}}} + \omega^2 \tau^2 \frac{C_{\text{др}}}{C_{\text{дн}}} \\ a_3 &= \frac{C_{\text{др}}}{C_{\text{дн}}} - 1 - \frac{\tau a_1}{C_{\text{дн}}} \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

Тепломассообменные процессы на выходе из трубопровода оказывают определяющее влияние на устойчивость системы и не оказывают заметного влияния на собственную частоту колебаний жидкости в системе **питающая магистраль – трубопровод – насос**. Поэтому при определении мнимой части импеданса байпасного трубопровода можно положить  $\alpha = 0$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\dot{m}_0 = 0$ .

При этом допущении параметры

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1 + \omega^2 \tau^2 \frac{C_{\text{а0}}}{C_{\text{а1}}}, \quad a_3 = \frac{C_{\text{а0}}}{C_{\text{а1}}} - 1,$$

а мнимая часть импеданса трубопровода (12) принимает вид:

$$\operatorname{Im}Z_{\ddot{a}} = -\frac{1 + \omega^2 \tau^2 \frac{C_{\ddot{a}\delta}}{C_{\ddot{a}i}}}{\omega \rho_{\ddot{a}e} s C_{\ddot{a}\delta} (1 + \omega^2 \tau^2)} \quad (14)$$

или

$$\operatorname{Im}Z_{\ddot{a}} = -\frac{\frac{C_{\ddot{a}i}}{C_{\ddot{a}\delta}} + \omega^2 \tau^2}{\omega \rho_{\ddot{a}e} s C_{\ddot{a}i} (1 + \omega^2 \tau^2)} \cdot \quad (15)$$

С учетом выражения (14) из уравнения (6) определяем собственную частоту колебаний жидкости в системе **питающая магистраль – трубопровод – насос**

$$\omega_0^2 = \frac{\frac{C_{\ddot{a}i}}{C_{\ddot{a}\delta}} + \omega^2 \tau^2}{\rho_{\ddot{a}e} s \tilde{N}_{\ddot{a}i} (l_1 + l_{\ddot{a}}) (1 + \omega^2 \tau^2)} \cdot \quad (16)$$

Таким образом, собственная частота колебаний жидкости в системе **питающая магистраль – трубопровод – насос** с учетом инерционного сопротивления трубопровода и неравновесности термодинамических процессов испарения жидкости и конденсации пара в байпасном трубопроводе полностью определяется равновесной и неравновесной податливостью двухфазной среды, временем релаксации и инерционным сопротивлением питающей магистрали насоса.

1. Пилипенко О.В. Математическое моделирование равновесных термодинамических процессов двухфазного течения закрученного потока жидкости в цилиндрическом трубопроводе // Техническая механика. – 2005. – №.2. – С.30 – 37.
2. Пилипенко О.В. Учет неравновесных фазовых превращений в математической модели двухфазного течения жидкости в цилиндрическом трубопроводе // Техническая механика. – 2007. – Вып. 1. – С.3 – 9.
3. Ведекайнд, Бхат. Экспериментальное и теоретическое исследование нестационарных пульсаций расхода, обусловленных тепловыми процессами, в двухфазном конденсирующемся потоке // Теплопередача. – 1977. – № 4. – С. 62 – 69.
4. Бхат, Ведекайнд. Переходные и частотные характеристики двухфазных конденсирующихся потоков с учетом и без учета сжимаемости пара // Теплопередача. – 1980. – № 3. – С. 122 – 130.
5. Пилипенко В.В., Задонцев В.А., Натанзон М.С. Кавитационные колебания и динамика гидросистем. –М: Машиностроение, 1977. – 352 с.
6. Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. Кинетический анализ процессов испарения и конденсации // Теплофизика высоких температур. – 1969. – 7, № 5. – С. 959 – 967.
7. Крюков А.П. Влияние коэффициента конденсации на течение пара при конденсации с до- и сверхзвуковыми скоростями // Механика жидкости и газа. – 1988. – № 2. – С. 189 – 192.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 25.03.08,  
в окончательном варианте 09.04.08