МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСА ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ КАК МНОГОСВЯЗНОЙ УПРУГО-ДИССИПАТИВНОЙ СИСТЕМЫ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ

Предложен подход к математическому моделированию продольных колебаний жидкостных ракетносителей (PH) с учетом упруго-диссипативных связей между звеньями корпуса PH и взаимодействия этих звеньев с динамическими звеньями жидкостной ракетной двигательной установки (ЖРДУ), который реализован путем непосредственного использования в расчетной схеме замкнутой системы "ЖРДУ – корпус PH" упруго-массовой схемы корпуса PH. На основе предложенного подхода к построению линейной математической модели "системы "ЖРДУ – корпус PH" выполнено математическое моделирование продольных колебаний PH применительно к трехступенчатой жидкостной ракете пакетной схемы в период работы ее маршевой ЖРДУ первой ступени. Проведено сравнение результатов анализа устойчивости этой системы с результатами, полученными при использовании традиционной математической модели, в которой динамика корпуса PH описана уравнениями нескольких низших тонов его собственных продольных колебаний. Показано, что учитываемые в исследуемой динамической системе связи оказали заметное влияние на ее устойчивость и, в частности, привели к появлению дополнительных зон неустойчивости системы.

Запропоновано підхід до математичного моделювання поздовжніх коливань рідинних ракет-носіїв (PH) з урахуванням пружньо-диссипативних зв'язків між ланками корпуса PH і взаємодії цих ланок з динамічними ланками рідинної ракетної рухової установки (PPДУ), який реалізовано шляхом безпосереднього використання в розрахунковій схемі замкненої системи "PPДУ – корпус PH" пружної-масової схеми корпуса PH. На основі запропонованого підходу до побудови лінійної математичної моделі системи "PPДУ – корпус PH" виконане математичне моделювання поздовжніх коливань PH стосовно до триступеневої рідинної ракети пакетної схеми в період роботи її маршової PPДУ першого ступеня. Проведено порівняння результатів аналізу стійкості цієї системи з результатами, отриманими при використанні традиційної математичної моделі "системи "PPДУ - корпус PH", у якій динаміка корпуса PH описана рівняннями декількох нижчих тонів його власних поздовжніх коливань. Показано, що зв'язки, яких враховано у досліджуваній динної системи, вплинули на її стійкість й, зокрема, призвели до появи додаткових зон нестійкості системи.

The approach to mathematical modelling of longitudinal oscillations of liquid launch vehicles (LVs) considering elastic-dissipative coupling between links of the LV body and interactions of these links with dynamic links of a liquid- rocket propulsion system (LRPS) which is realised by a direct use of the elastic-mass scheme of the LV body in the computational scheme of the closed system of "LRPS – LV body" is proposed. Based on this approach to build a linear mathematical model of LRPS system- LV body, LV longitudinal oscillations are modeled mathematically with reference to the three-stage clustered liquid-propellant missile when its first-stage cruise LRPS operates. The results of the stability analysis of this system are compared with the results obtained with a conventional mathematical model in which the dynamics of LV body is described by the equations of the several lowest tones of its own longitudinal oscillations. It is shown that coupling in the dynamic system under consideration has made an appreciable impact on its stability and in particular, has led to additional zones of the system instability.

Введение. В соответствии с традиционным подходом к математическому моделированию продольных колебаний жидкостных ракет-носителей (РН) [1-3], в математической модели низкочастотной динамики замкнутой системы "ЖРДУ – корпус PH" учитываются только несколько низших тонов собственных продольных колебаний корпуса ракеты, которые описываются уравнениями в главных (или нормальных) обобщенных координатах. Значения собственных частот и коэффициентов форм свободных продольных колебаний корпуса РН, входящие в коэффициенты этих уравнений, определятся без учета диссипации энергии. Для учета диссипации энергии колебаний корпуса РН при моделировании динамического взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН в уравнения низших тонов его собственных продольных колебаний вводятся диссипативные силы – силы вязкого трения, при этом значения декрементов колебаний корпуса обычно полагают постоянными на протяжении всего полета РН. В результате анализа линейной (линеаризованной) математической модели замкнутой динамической системы "ЖРДУ – корпус РН" определяются © Н.В. Хоряк, А.Д. Николаев, 2010

Техн. механика. – 2010. – № 3.

динамические характеристики этой системы и интервалы ее неустойчивости с погрешностью, вполне допустимой на ранних этапах проектирования PH.

Необходимо отметить, что для приведенных масс и коэффициентов собственных форм продольных колебаний корпуса PH характерно наличие областей резонансного возрастания их значений, которое обусловлено сближением собственных частот низших тонов продольных колебаний жидкости в топливных баках с собственными частотами колебаний отдельных подсистем конструкции PH [4]. В резонансных областях мнимые части комплексных коэффициентов собственных форм колебаний корпуса PH соизмеримы с их действительными частями и начальные фазы колебаний одной и той же частоты для всех координат корпуса PH различны.

Значения резонансных максимумов приведенных масс и коэффициентов собственных форм продольных колебаний корпуса PH, определенные без учета демпфирования, существенно завышены, а гармонические колебания одной и той же частоты во всех координатах системы проходят в фазе или противофазе (различия в начальных фазах колебаний координат корпуса PH на одинаковой частоте отсутствуют). Кроме того, при близких значениях парциальных частот колебательной системы (в областях внутреннего резонанса) связанность ее подсистем велика и колебания каждой координаты системы, представляющие собой сумму затухающих колебаний с разными частотами и фазами, нельзя разделить на независимые колебания отдельных частот [5]. Вследствие этого использование традиционного подхода к математическому моделированию продольных колебаний жидкостной PH может привести к существенной погрешности определения амплитуд продольных колебаний PH [3].

Целью настоящей статьи является развитие математической модели замкнутой динамической системы «ЖРДУ – корпус PH», направленное на учет в ней упруго-диссипативных связей между звеньями корпуса PH и учет взаимодействия этих звеньев с динамическими звеньями ЖРДУ.

Предлагаемый подход к моделированию динамического взаимодействия корпуса PH и маршевой ЖРДУ состоит в том, что в математической модели динамической системы "ЖРДУ – корпус PH" продольные колебания корпуса PH описываются на основе расчетной схемы, в которой корпус PH представлен в виде разветвленной цепочки твердых тел, имеющих разные массы и соединенных упруго-вязкими элементами. Математическая модель динамической системы "ЖРДУ – корпус PH", построенная указанным способом, описывает взаимодействие ЖРДУ и корпуса PH на уровне взаимодействия их подсистем. Благодаря этому в ней естественным образом учитываются диссипативные свойства корпуса PH (в том числе различие фаз колебаний его координат), связи между звеньями корпуса PH и их влияние на параметры динамических процессов в замкнутой системе "ЖРДУ – корпус PH".

Предлагаемый подход к математическому моделированию динамического взаимодействия корпуса РН и маршевой ЖРДУ первой ступени изложен применительно к трехступенчатой жидкостной РН тандемной схемы компоновки. Построение математической модели замкнутой динамической системы "ЖРДУ – корпус РН" проводилось в соответствии со схемой, представленной на рис. 1.



Рис. 1

Продольные колебания корпуса РН под действием возмущающих сил со стороны ЖРДУ описывались следующей системой линейных дифференциальных уравнений [6] в отклонениях:

$$(m_{i} + m_{ip})\ddot{x}_{i} + b_{i+1}(\dot{\delta x}_{i} - \dot{\delta x}_{i+1}) + c_{i+1}(\delta x_{i} - \delta x_{i+1}) + b_{i}(\dot{\delta x}_{i} - \dot{\delta x}_{i-1}) + c_{i}(\delta x_{i} - \delta x_{i-1}) + \sum_{s=1}^{n_{1}} m_{i,s} \ddot{\delta x}_{i,s} = \sum_{k=1}^{n_{1}} \delta Q_{i,k},$$

$$(i = 1, ..., n)$$
(1)

$$m_{i,s} \,\delta \ddot{x}_{i,s} = c_{i,s} (\delta x_i - \delta x_{i,s}) + b_{i,s} (\delta \dot{x}_i - \delta \dot{x}_{i,s}) + \sum_{d=1}^{r_2} \delta Q_{i,s}^d , \qquad (2)$$

где *n* – количество конечных элементов, используемых при моделировании продольных колебаний конструкции PH (*n*=16); *m_i* – масса осциллятора,

имитирующего колебательное движение *i*-го элемента конструкции PH; c_i, b_i – жесткость и коэффициент демпфирования *i*-й связи; $m_{i,s}$ – масса элемента, жестко присоединенного к осциллятору массой m_i ; $m_{i,s}$ – масса осциллятора, упруго присоединеного к осциллятору с массой m_i и имитирующего низшие тона продольных колебаний жидкого топлива в баках (s = 1, 2) или упругих колебаний маршевого двигателя (s = 3); $c_{i,s}, b_{i,s}$ – жесткость и коэффициент демпфирования *i*,*s*-й связи; $\delta x_i, \delta x_{i,s}$ – перемещения (отклонения от положении статического равновесия) масс $m_i, m_{i,s}$ соответственно; $Q_{i,k}, Q_{i,s}^d$ – силы, действующие на соответствующие элементы конструкции корпуса PH.

Отметим, что в линейной математической модели динамической системы "ЖРДУ - корпус РН" наибольшей из возмущающих сил, действующих на элементы конструкции корпуса РН со стороны ЖРДУ (в период работы маршевой ЖРДУ первой ступени), являются отклонения сил тяги двигателей от их стационарных значений [1]. В расчетной схеме они приложены к осциллятору массой *m*₁₃, который имитирует продольные колебания маршевых двигателей первой ступени. Менее значительные возмущающие силы, действующих на элементы конструкции корпуса РН со стороны ЖРДУ, на схеме не показаны. В частности, к осциллятору массой $m_{1,3}$ приложены гидродинамические силы (точнее, их продольные составляющие), которые обусловлены колебаниями давления в трубопроводах окислителя и горючего на входе в ЖРД. Кроме того, на элементы конструкции, к которым крепятся питающие трубопроводы ЖРД, действуют гидродинамические силы $Q_{i,k}$, обусловленные колебательным движением жидкого топлива в соответствующих участках трубопроводов системы питания ЖРДУ. Гидродинамические силы Q_{is}^{d} , приложенные к осцилляторам, моделирующим доминирующие тона колебаний жидкого топлива в баках РН, возникают из-за колебаний давления топлива на выходе из баков δP_{BO} , δP_{BF} .

Зависимость колебаний давления жидкости на выходе из топливного бака в питающую магистраль δp_{E} от продольных колебаний днища топливного бака, описывалась уравнением [1, 2]

$$\delta p_{E} = \frac{\gamma}{g} H_{E} \sum_{s=1}^{n_{p}} \delta \ddot{x}_{i,s} , \qquad (3)$$

где γ – удельный вес жидкого топлива; H_{E} – высота столба жидкости в топливном баке; g – гравитационная постоянная ; $\delta x_{i,1},...,\delta x_{i,n_p}$ – продольные перемещения осцилляторов с массами $m_{i,1},...,m_{i,n_p}$, имитирующих в расчетной схеме корпуса PH продольные колебания p тонов жидкости в топливном баке PH. В соответствии с расчетной схемой (см. рис.1) при моделировании низкочастотной динамики системы "ЖРДУ – корпус PH" учитывалось по 2 доминирующих тона продольных колебаний жидкости в баках окислителя и горючего первой и второй ступеней PH.

Неустановившееся одномерное движение вязкой сжимаемой жидкости в магистралях ЖРДУ с учетом виброускорения трубопровода \ddot{x}_r (как r –го элемента упругого корпуса РН) моделировалось конечными гидродинамическими элементами и описывалось уравнениями [7], в которых в качестве положительного направления движения выбрано направление силы тяги двигателей:

$$\delta p_{k+1} = \delta p_k + I_k \ \delta \dot{G}_k + R_k \ \delta G_k - \frac{\gamma}{g} \cdot l_k \delta \ddot{x}_r , \qquad (4)$$

$$c_k \,\delta \dot{p}_{k+1} = \delta G_k - \delta G_{k+1} \quad , \tag{5}$$

где p_k – давление жидкости на входе в k-й участок магистрали; G_k – весовой секундный расход жидкости через k-й участок магистрали; I_k , R_k , c_k – соответственно коэффициенты инерционного и линеаризованного гидравлического сопротивления и эквивалентная сосредоточенная упругость k-го участка магистрали; l_k – длина проекции k-го участка питающей магистрали на продольную ось РН.

Предложенный подход использован при математическом моделировании динамического взаимодействия корпуса РН и маршевой ЖРДУ первой ступени трехступенчатой жидкостной РН тандемной схемы компоновки, которая по ряду основных конструктивных и режимных параметров близка к трехступенчатой РН "Циклон".

В состав ЖРДУ первой ступени РН входят три маршевых ЖРД с турбонасосной системой подачи топлива. Насосы окислителя и горючего ЖРД представляют собой шнекоцентробежные насосы с двухсторонним подводом жидкости и двумя трехзаходными шнеками постоянного шага. Для привода турбины, вращающей насосы окислителя и горючего, используются продукты горения топлива в жидкостном газогенераторе.

Математическое описание динамики кавитирующих шнекоцентробежных насосов маршевого ЖРД проводилось на основе гидродинамической модели кавитационных колебаний насосных систем [8]. Система уравнений в отклонениях, описывающая динамику насоса (в линии питания ЖРД окислителем или горючим), включала в себя уравнения динамики кавитационных каверн, баланса расходов в проточной части насоса и напора насоса:

$$\delta p_{1z} = B_{1z} \delta V_{1z} + B_{2z} \delta G_{1z} + B_{1z} T_{Kz} \delta V_{Kz} , \qquad (6)$$

$$\gamma_z \delta \dot{V}_{Kz} + \delta G_{1z} - \delta G_{2z} = 0, \qquad (7)$$

$$\delta p_{2z} = (1 + m_z) \delta p_{1z} + s_z \delta G_{2z} + J_{Hz} \delta \dot{G}_{2z} + \tau_z \cdot \delta n, \qquad (8)$$

где V_{Kz} – объем кавитационных каверн в проточной части шнека; B_{1z}, B_{2z}, T_{Kz} – кавитационная упругость, кавитационное сопротивление и постоянная времени кавитационных каверн; n – частота вращения вала; p_{2z}, G_{2z} – давление и расход окислителя на выходе из насоса; m_z, s_z – тангенс угла наклона касательной к кавитационной и, соответственно, к напорной характеристике насоса в рабочей точке; J_{Hz} – коэффициент инерционного сопротивления насоса, n – частота вращения вала турбонасосного агрегата (THA), а P_z и G_z – давление и весовой секундный расход жидкости или газа в элементе z системы "питающие магистрали – ЖРД".

Динамика ротора ТНА описывалась уравнением [7]:

$$J_{THA} \frac{d(\delta n)}{dt} = \delta M_T - \delta M_{HO} - \delta M_{H\Gamma}, \qquad (9)$$

где J_{THA} – коэффициент момента инерции ротора THA; M_T , M_{HO} , $M_{H\Gamma}$ – крутящий момент, создаваемый турбиной, и потребные крутящие моменты насосов окислителя и горючего.

При описании динамики газовых трактов ЖРД, выполненного по схеме без дожигания генераторного газа, обычно полагают, что термодинамические характеристики продуктов сгорания топлива в камере сгорания и газогенераторе $(RT)_{KC}$ и $(RT)_{TT}$ постоянны [9]. В этом случае уравнения низкочастотной динамики камеры сгорания (КС) и газогенератора (ГГ), записанные в отклонениях параметров от их установившихся значений, имеют следующий вид:

$$T_{KC} \frac{d(\delta p_{KC})}{dt} + \delta p_{KC} = A_{KC} \delta G_{KCO}(t - \tau_{KC}) + A_{KC} \delta G_{KC\Gamma}(t - \tau_{KC}), \quad (10)$$

$$T_{\Gamma\Gamma} \frac{d(\delta p_{\Gamma\Gamma})}{dt} + \delta p_{\Gamma\Gamma} = A_{\Gamma\Gamma} \delta G_{\Gamma\Gamma O}(t - \tau_{\Gamma\Gamma}) + A_{\Gamma\Gamma} \delta G_{\Gamma\Gamma\Gamma}(t - \tau_{\Gamma\Gamma}), \qquad (11)$$

где p_{KC} , $p_{\Gamma\Gamma}$ – давление газов в КС и ГГ; G_{KCO} , $G_{\Gamma\Gamma O}$ – весовой секундный расход окислителя в КС и ГГ; $G_{KC\Gamma}$, $G_{\Gamma\Gamma\Gamma}$ – весовой секундный расход горючего в КС и ГГ; T_{KC} , $T_{\Gamma\Gamma}$ – постоянные времени КС и ГГ; A_{KC} , $A_{\Gamma\Gamma}$ – коэффициенты усиления КС и ГГ по суммарному секундному расходу компонентов топлива; τ_{KC} , $\tau_{\Gamma\Gamma}$ – суммарное время задержки воспламенения жидкого топлива и пребывания газа в КС и, соответственно, в ГГ.

При моделировании низкочастотной динамики элементов газового тракта ЖРД первой ступени РН запаздывания в уравнениях динамики КС и ГГ полагались равными нулю. Основанием для этого являлась малая величина запаздываний и их пренебрежимо малое влияние на коэффициенты усиления ЖРД по каналу давления в низкочастотном диапазоне [10].

Анализ динамического взаимодействия корпуса PH и маршевого ЖРД ее первой ступени проводился на базе линейной математической модели динамической системы "ЖРДУ – корпус PH" с "замороженными" коэффициентами в соответствии с методикой [10], основанной на решении проблемы собственных значений и приближенной декомпозиции системы. При выполнении декомпозиции система "ЖРДУ – корпус PH" разделялась на две изолированные подсистемы: "конструкция PH – жидкое топливо в баках" и "питающие магистрали – ЖРД". В свою очередь, из подсистемы "питающие магистрали – ЖРД" выделялись подсистемы "питающая магистраль окислителя – ЖРД" и "питающая магистраль горючего – ЖРД".

Комплексные собственные значения λ_i указанных систем представляют собой комплексные частоты $\lambda_i = -\alpha_i + j \omega_i$ затухающих (при $\alpha_i > 0$) или

нарастающих (при $\alpha_i < 0$) колебаний, а движение каждой координаты y_s этих систем – сумму затухающих (и нарастающих) колебаний с различными частотами ω_i , коэффициентами затухания α_i и амплитудами $A_{i,1}\beta_{i,s}$ [5]:

$$y_s = \sum_i A_{i,1} \beta_{i,s} \exp(-\alpha_i t) \cos(\omega_i t + \varphi_i + \chi_{i,s}), \qquad (12)$$

где $\beta_{i,s}$ – коэффициент распределения амплитуд колебаний частоты ω_i .

Из (12) видно, что в неконсервативных системах колебания одной и той же частоты ω_i в различных координатах имеют различные начальные фазы: фазы сдвинуты на величину $\chi_{i,s}$.

При анализе устойчивости динамической системы "ЖРДУ – корпус РН" и ее подсистем рассматривались частоты гармонических сомножителей $f_i = \omega_i / 2\pi$ и показатели затухания этих частот колебаний $\delta_i = \alpha_i / f_i$. Далее в тексте эти частоты для краткости условно называются собственными частотами затухающих (нарастающих) колебаний системы. Расчетные зависимости собственных частот колебаний системы "ЖРДУ – корпус РН" и показателей затухания ее доминирующих собственных частот колебаний от времени полета РН показаны на рис. 2, 3.

Основные результаты проведенного анализа устойчивости системы "ЖРДУ – корпус РН" состоят в следующем. Динамическая система "питающие магистрали – ЖРД" устойчива, при этом в частотном диапазоне (0, 35 Гц) находятся значения трех ее собственных частот колебаний, которые определяются динамикой жидкости в системе питания ЖРД. Колебания системы с собственной частотой ≈32 Гц, соответствующей второй собственной частоте колебаний жидкости в питающей магистрали окислителя, характеризуется наименьшим затуханием: значения показателя затухания этой частоты колебаний не превышают 0,04. В этом же частотном диапазоне (0, 35 Гц) находятся зависимости шести собственных частот продольных колебаний корпуса РН от времени ее полета (2 – частично и 4 – целиком), которые пересекаются с зависимостями собственных частот колебаний жидкости в системе питания ЖРД окислителем и горючим. При резонансном взаимодействии продольных колебаний корпуса РН с колебаниями жидкости в системе питания ЖРД окислителем и горючим создаются благоприятные условия для потери продольной устойчивости жидкостной РН [1, 2].

Как следует из рис. 3, замкнутая динамическая система "ЖРДУ – корпус РН" является неустойчивой: на отдельных интервалах времени полета РН колебания одной или нескольких собственных частот системы характеризуются отрицательным затуханием (т.е. являются нарастающими). Потеря устойчивости системы "ЖРДУ – корпус РН" происходит в результате резонансного взаимодействия ЖРД и корпуса РН.



Так, в системе "ЖРДУ – корпус РН" при $0 c \le t < 11 c$ и 65 c < t < 78 c (зоны 1 и 5 на рис. 3) колебания с собственной частотой, близкой к частоте ІІ-го тона продольных колебаний корпуса РН, становятся нарастающими. Потеря устойчивости системы обусловлена сближением этой собственной частоты корпуса с частотами колебаний жидкости в системе питания ЖРД окислителем и горючим (кривая 2 и кривые 7, 8).

Неустойчивость системы, проявляющаяся при 22 c < t < 86 c (зона 3 на рис. 3) в нарастании колебаний с собственной частотой, соответствующей собственной частоте І-го тона продольных колебаний корпуса, объясняется близкими значениями собственной частоты І-го тона продольных колебаний корпуса и первой собственной частоты колебаний жидкости в системе питания ЖРД (кривые 1 и 7 на рис. 2).

Сближение собственных частот IV-го, V-го и VI-го тона продольных колебаний корпуса PH со второй собственной частотой колебаний жидкости в системе питания ЖРД окислителем (кривые 4, 5, 6 и кривая 9 на рис. 2) также приводит к потере устойчивости системы, при этом в зоне 2 ($0 \le t < 18 \ c$) и зоне 4 (59 с < t < 69 с) частота нарастающих колебаний системы соответствует собственной частоте колебаний жидкости, а в зоне 6 (97 с < t < 110 с) – собственной частоте IV-го тона колебаний корпуса PH.

Зоны нарастающих колебаний системы "ЖРДУ – корпус РН" пересекаются: зоны 2 и 4 – с зоной 3, зона 5 – с зонами 3 и 4. Таким образом, на отдельных интервалах времени реализуются режимы многочастотных колебаний.

Анализ устойчивости рассматриваемой системы "ЖРДУ – корпус РН" проводился также на основе ее традиционной математической модели, которая была максимально приближена к развитой математической модели динамического взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН, описанной выше, и включала в себя уравнения первых шести продольных мод корпуса РН. Значения собственных частот, декрементов и коэффициентов собственных форм продольных колебаний корпуса РН для традиционной математической модели системы "ЖРДУ – корпус PH" вычислялись с учетом диссипации энергии на основе той же расчетной схемы корпуса РН, которая использовалась при построении развитой математической модели продольных колебаний РН. Это позволило определить значения декрементов колебаний корпуса РН и ограничить возрастание коэффициентов его собственных форм колебаний и приведенных масс в областях внутреннего резонанса. Однако вычисленные комплексные значения коэффициентов собственных форм колебаний корпуса РН в уравнениях его низших тонов колебаний (а следовательно, и обобщенные нормальные координаты) заменялись действительными, как в консервативной системе. Таким образом, в традиционной математической модели системы "ЖРДУ - корпус РН" не учитывалось различие начальных фаз колебаний различных обобщенных координат корпуса РН. (Формально можно считать, что математическая модель неконсервативной системы "конструкция РН – жидкое топливо в баках" была преобразована к нормальным координатам соответствующей ей консервативной системы, в которой затем диссипативные связи между собственными тонами были разорваны (как пренебрежимо малые), а значения коэффициентов скорректированы).

Необходимо отметить еще одно принципиальное отличие между этими двумя математическими моделями системы "ЖРДУ – корпус РН". По традиционной математической модели продольных колебаний жидкостной РН взаимодействие независимых продольных мод корпуса РН в замкнутой системе "ЖРДУ – корпус РН" осуществляется только через их взаимодействие с ЖРДУ. В развитой математической модели системы "ЖРДУ – корпус РН" одновременно учитывается взаимодействие всех звеньев корпуса РН друг с другом и со звеньями ЖРДУ.

Результаты, полученные на основе развитой математической модели системы "ЖРДУ – корпус PH" и ее традиционной математической модели, отличаются значениями показателей затухания собственных частот колебаний системы, количеством и протяженностью зон ее неустойчивости. Зависимости показателей затухания доминирующих собственных частот колебаний системы "ЖРДУ – корпус PH" от времени полета PH представлены на рис. 4 (на рис. 4а, 4б и 4в – для собственных частот, близких к собственным частотам соответственно I-го, II-го и IV-го тона колебаний корпуса PH; на рис. 4г – для собственной частоты, близкой ко второй частоте колебаний жидкости в линии питания ЖРД окислителем). Жирными кривыми (1 – 4) показаны результаты расчета по развитой модели, тонкими кривыми (5 – 8) – по традиционной модели. На этих же рисунках приведены зависимости от времени дек-

рементов І-го, ІІ-го и ІV-го тона колебаний корпуса РН (пунктирные кривые 9-11) и показателя затухания второй собственной частоты колебаний жидкости в линии питания ЖРД окислителем (пунктирная кривая 12), которые использовались для оценки степени взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН. Оче-ЖРДУ видно, что чем слабее взаимодействие и корпуса PH. тем ближе значения показателей затухания собственных колебаний системы "ЖРДУ – корпус РН" к соответствующим значениям показателей затухания колебаний подсистем "питающие магистрали – ЖРД", "конструкция РН – жидкое топливо".



Рис. 4.

Как видно из рис. 4, кривые зависимостей показателей затухания колебаний системы "ЖРДУ – корпус РН" от времени полета РН, полученные по двум разным математическим моделям, похожи по форме, но заметно отличаются друг от друга количественно – главным образом, в областях резонансного взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН. При использовании традиционной математической модели системы "ЖРДУ – корпус РН" протяженность зон неустойчивости 1, 3, 5 – меньше, значения показателей затухания колебаний системы в этих зонах – больше, а зоны неустойчивости 2, 4, и 6 отсутствуют. Указанные отличия в результатах связаны с тем, что динамическое взаимодействие ЖРДУ и корпуса РН, воспроизводимое развитой математической моделью системы "ЖРДУ – корпус РН", является более сильным. Этот вывод подтверждается также при сравнительном анализе значений параметров собственных колебаний системы "ЖРДУ – корпус РН" и ее подсистем (кривых 1–4 и 5–8 с кривыми 9–12).

Поскольку используемые математические модели системы "ЖРДУ – корпус РН" отличались в основном полнотой описания связей между ЖРДУ и корпусом РН, полученные результаты позволяют сделать вывод, что учет связей между звеньями подсистемы "конструкция РН – жидкое топливо" и их взаимодействия со звеньями подсистемы "питающие магистрали – ЖРД" привел к усилению динамического взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН (прежде всего, в областях внутреннего резонанса системы и ее подсистемы "конструкция PH – жидкое топливо"). В частности, существенно больший размер зоны неустойчивости 5, полученной по развитой модели, объясняется тем, что в данном случае область резонансного взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН (при сближении собственных частот II-го и III-го тона колебаний корпуса с частотой колебаний жидкости в линии питания ЖРД горючим) совпала по времени и частоте колебаний с областью резонансного взаимодействия подсистем корпуса РН (при близких значениях собственной частоты колебаний жидкости в баке окислителя первой ступени РН и двух собственных частот колебаний конструкции РН). На более высоких частотах (кривые 4 и 9 на рис. 2) усиление резонансного взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН привело к качественному изменению диссипативных свойств системы "ЖРДУ – корпус РН", которое выразилось в появлении дополнительных зон неустойчивости (зоны 2, 4 и 6 на рис. 3).

Таким образом, учет упруго-диссипативных связей между звеньями корпуса РН и взаимодействия этих звеньев с динамическими звеньями ЖРДУ, который осуществляется при использовании предложенного подхода к математическому моделированию продольных колебаний жидкостных РН, позволяет повысить точность результатов теоретического анализа устойчивости системы "ЖРДУ – корпус РН".

- 2. Rubin S. Longitudinal Instability of Liquid Rockets Due to Propulsion Feedback (POGO) / S. Rubin // J. Spacescraft and Rockets. 1966. Vol.3, No.8. P. 1188 1195.
- 3. *Oppenheim B. W.* Advanced Pogo Stability Analysis for Liquid Rockets / *B. W. Oppenheim, S. Rubin* // Journal of Spacecraft and Rockets . 1993. Vol. 30, No. 3. P. 360 373.
- Николаев А. Д. Определение параметров собственных продольных колебаний конструкции корпуса жидкостных ракет-носителей с учетом диссипации энергии / А. Д. Николаев, Н. В. Хоряк // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – Вып. 4/12. – С. 62 – 73.
- 5. Стрелков В. П. Введение в теорию колебаний / В. П. Стрелков. М. : Наука, 1964. 437 с.
- 6. Гладкий В. Ф. Динамика конструкции летательного аппарата / В. Ф. Гладкий. М. : Наука, 1969. 496 с.
- 7. Теория автоматического управления ракетными двигателями / А. А. Шевяков, В. М. Калнин, Н. В. Науменкова, В. Г. Дятлов. – М. : Машиностроение, 1978. – 287 с.
- 8. Пилипенко В. В. Кавитационные автоколебания / В. В. Пилипенко. К. : Наук. думка, 1989. 316 с.
- 9. Махин В. А. Динамика жидкостных ракетных двигателей / В. А. Махин, В. Ф. Присняков, Н. П. Белик. М. : Машиностроение, 1969. 384 с.
- 10. Хоряк Н. В. Анализ устойчивости многоконтурной динамической системы "ЖРД корпус РН" по спектру матрицы : методические основы и приложение / Н. В. Хоряк // Авиационно-космическая техника и технология. 2007. № 9(45). С. 87 91.

Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск Получено 01.06.10, в окончательном варианте 03.06.10

^{1.} Натанзон М. С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты / М. С. Натанзон. – М. : Машиностроение, 1977. – 208 с.