

## КОМПЛЕКСНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ОСНОВНЫХ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РАКЕТ КОСМИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Для начального этапа проектирования сформулирована комплексная задача выбора облика и оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракет космического назначения (РКН). Выполнена декомпозиция комплексной задачи оптимизации на две частные задачи. Предложен метод решения комплексной задачи, основанный на взаимосвязанном решении двух частных задач. Разработана структура математической модели РКН для начального этапа проектирования, а также представлены элементы математической модели, позволяющие свести задачу теории оптимального управления (вторая частная задача) к задаче нелинейного математического программирования. Приведены результаты решения различных задач начального этапа проектирования, полученные с использованием алгоритмического и программного обеспечения, реализующего математическую модель РКН на ПЭВМ.

Для начального этапа проектирования сформулировано комплексное задание выбору облика и оптимизации основных проектных параметров та программ управления движением ракет космического назначения (РКН). Выполнена декомпозиция комплексного задания оптимизации на два отдельных задания. Предложено решение комплексного задания, основанное на взаимосвязанном решении двух отдельных заданий. Разработана структура математической модели РКН для начального этапа проектирования, а также представлены элементы математической модели, позволяющие свести задание теории оптимального управления (другое отдельное задание) до задания нелинейного математического программирования. Приведены результаты решения различных заданий начального этапа проектирования, которые получены с использованием алгоритмического и программного обеспечения, реализующего математическую модель РКН на ПЭВМ.

A complex problem of a basic design selection and optimization of the main design parameters and flight control programs for space rockets is formulated for an initial stage of the development. The complex problem is decomposed into two particular problems. A method of solution of the complex problem is proposed, based on an interrelated solution of two particular problems. The structure of the mathematical model of a space rocket is developed as well as the elements of the mathematical model are presented enabling the optimal control theory problem (the second particular problem) to be reduced to the nonlinear mathematical programming problem. The results of solution of various problems for an initial development stage are presented using algorithmic and software support for the personal computer realization of the mathematical model of a space rocket.

**Введение.** Проектирование, разработка и создание ракет космического назначения (РКН) связано с большими затратами людских, материальных, финансовых и технических ресурсов. Необходимость учета этих факторов на начальном этапе проектирования РКН предъявляет повышенные требования к формализации проектных задач, методам их решения, адекватности используемых математических моделей, качеству принимаемых проектных решений. Следует при этом отметить, что неверные (нерациональные) решения, принятые на начальном этапе проектирования, приводят к снижению эффективности выполнения поставленных перед РКН целевых задач, росту затрат и увеличению сроков ее создания [1, 2 и др.], что является подтверждением актуальности рассматриваемой проблемы.

Важным моментом при создании новой РКН является анализ рынка космических услуг с целью выявления наиболее перспективных направлений развития транспортных космических систем, а также получение оценок инновационной привлекательности, конкурентоспособности и потребности рынка космических услуг в проектируемой РКН [3, 4].

Необходимость прогноза будущих характеристик РКН, условий ее применения, учета ограничений, накладываемых на технические решения последующими этапами «жизненного цикла» (изготовления и эксплуатации), связь с предыдущим этапом проектно-поисковых исследований определяют сложность принятия научно обоснованного проектного решения на начальном этапе проектирования [1, 2, 5, 6].

В этих условиях особое значение приобретает разработка методического обеспечения, позволяющего на начальном этапе проектирования с необходимой для проектных исследований точностью определять: облик РКН, оптимальные (рациональные) значения проектных параметров и технических характеристик, программы управления движением, количественную оценку показателей эффективности с учетом особенностей целевого применения РКН.

Под эффективностью при этом понимается степень соответствия проектируемой РКН поставленной целевой задаче, а сама РКН рассматривается как объединение средств, представляющих единое целое для выполнения целевой задачи [1, 7, 8].

Оптимальным (рациональным) проектом РКН среди множества возможных альтернативных вариантов следует считать тот проект, который обеспечивает наивысшее значение одного из наиболее важных показателей эффективности, при этом остальные показатели последней должны либо достигать заданных значений, либо находится в требуемом диапазоне.

Далее, в качестве такого показателя эффективности (целевого функционала), характеризующего совершенство РКН, рассматривается масса полезного груза (ПГ), выводимого на требуемую орбиту.

**Постановка задачи.** Формализация комплексной задачи выбора облика, совместной оптимизации проектных параметров и программ управления движением РКН существенно зависит от объема имеющейся в наличии информации. Ее систематизация и рациональное использование является основой для разработки методического обеспечения, адекватной математической модели, методов, алгоритмов и пакетов прикладных программ для решения задач начального этапа проектирования.

Информацию и данные, характеризующие РКН, целесообразно систематизировать по следующим основным направлениям [2, 9]:

- исходные данные (ИД), необходимые для определения основных характеристик РКН;
- начальные данные или начальные условия, предопределяющие при неизменных ИД режим полета РКН на различных участках траектории;
- проектные параметры, определяющие при неизменных исходных и начальных данных облик РКН, ее конструктивно-компоновочную схему, а также режимы функционирования РКН в целом, ее основных элементов и подсистем в процессе эксплуатации;
- технические характеристики РКН и характеристики режимов функционирования ее основных элементов и подсистем в конкретных условиях применения, получаемые в процессе проектирования;
- проектные критерии – характеристики РКН, определение или оценка значений которых является целью проектных операций и основой для принятия рационального проектного решения;
- проектные ограничения, представляющие собой характеристики РКН, значения которых не должны быть меньше или превышать определенные, заранее оговоренные величины.

Предложенная систематизация данных является основой для создания методического обеспечения для оптимального проектирования РКН, включающего выбор облика, оптимизацию проектных параметров, программ управления движением и основных характеристик.

Рассматриваемая комплексная задача относится к классу задач теории оптимального управления с ограничениями в виде равенств, неравенств и

дифференциальных связей [10 – 13 и др.]. Оптимизируемые проектные параметры РКН в исследуемой задаче могут изменяться как дискретно, так и непрерывно, что предполагает разделение всего состава проектных параметров на две группы:

- структурные параметры (вектор  $\bar{c}$ ), изменяющиеся дискретно и характеризующие облик, принципиальную, конструктивно-компоновочную схему РКН;
- основные проектные параметры (вектор  $\bar{p}$ ), изменяющиеся непрерывно и определяющие габаритно-массовые, энергетические, баллистические характеристики, а также энергетические возможности РКН.

Комплексная задача оптимизации сформулирована для заданной стартовой массы РКН с учетом требований к параметрам траектории и ограничений на области изменения оптимизируемых параметров. При этом РКН рассматривается как материальная точка переменной массы, а баллистические характеристики и энергетические возможности РКН определяются для центрального гравитационного поля Земли с учетом ее вращения и кривизны поверхности [14 – 17].

Оптимальные значения проектных параметров  $\bar{c}$  и  $\bar{p}$  выбираются из условия обеспечения максимального значения целевого функционала – массы полезного груза  $m_{nz}$ .

Комплексная задача выбора облика, совместной оптимизации проектных параметров и программ управления движением РКН формулируется следующим образом:

$$I(\bar{c}, \bar{p}, \bar{x}) = \max_{\substack{\bar{c} \in \tilde{C}^m, \\ \bar{p} \in \tilde{P}^s}} m_{nz}(\bar{c}, \bar{p}, \bar{x}),$$

при ограничениях:

$$\tilde{C}^m \subset C^m;$$

$$\tilde{P}^s \subset P^s;$$

$$\bar{x} \in \tilde{X}^k, \tilde{X}^k \subset X^k;$$

$$H_v = H_{mp}^v;$$

$$Q_{\max} \leq Q_{mp}^{\max};$$

$$Q_{разд} \leq Q_{mp}^{разд};$$

$$\frac{d y}{d t} = \bar{f}(\bar{c}, \bar{p}, \bar{y}, \bar{u}, \bar{x});$$

$$\bar{y} \in \tilde{Y}^n, \tilde{Y}^n \subset Y^n;$$

$$\bar{u} = \bar{u}(t, \bar{c}, \bar{p}, \bar{y}, \bar{x});$$

$$\bar{u} \in \tilde{U}^r, \tilde{U}^r \subset U^r;$$

$$\bar{y}_{АУТ} = \bar{y}_{АУТ}^{mp};$$

$$F = R(Z), \quad Z = \tilde{C}^m \times \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U}^r,$$

где  $\bar{c}, \bar{p}$  – векторы, компоненты которых характеризуют облик (вектор  $\bar{c}$ ) и основные проектные параметры (вектор  $\bar{p}$ ) РКН;  $\bar{x} \in X^k$  – вектор ИД, являющийся элементом действительного векторного пространства  $X^k$ ;  $\tilde{C}^m, \tilde{P}^s, \tilde{X}^k$  – замкнутые области в дискретном и действительных векторных пространствах  $C^m, P^s, X^k$ , в которых могут принимать соответственно значения векторы  $\bar{c}, \bar{p}$  и  $\bar{x}$ ;  $H_{mp}^v, H_v$  – требуемая и расчетная высоты окончания вертикального участка движения;  $Q_{mp}^{\max}, Q_{\max}$  – допустимое и расчетное значения максимального, скоростного напора при движении РКН на активном участке траектории (АУТ);  $Q_{mp}^{разд}, Q_{разд}$  – допустимое и расчетное значения скоростных напоров при разделении 1-й и 2-й ступеней РКН;  $\bar{y} = (y_i), i = \overline{1, n}$  – вектор фазовых координат, определяющий положение РКН в пространстве, являющийся элементом действительного векторного пространства  $Y^n$ ;  $\bar{u} = (u_j), j = \overline{1, r}$  – вектор управления, являющийся элементом действительного векторного пространства  $U^r$ ;  $\tilde{Y}^n, \tilde{U}^r$  – замкнутые области в действительных векторных пространствах  $Y^n, U^r$ , в которых могут принимать значения векторы  $\bar{y}, \bar{u}$ , соответственно;  $\bar{y}_{АУТ}$  и  $\bar{y}_{АУТ}^{mp}$  – расчетные и требуемые значения фазовых координат в конце активного участка траектории;  $F = R(Z)$  – оператор с областью определения на множестве  $Z = \tilde{C}^m \times \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U}^r$  и областью значений на множестве  $F$ , сопоставляющий в соответствие каждому элементу множества  $z \in Z$  множество выходных характеристик  $\tilde{F} \subset F$ .

Компонентами вектора структурных параметров  $\bar{c}$ , как отмечалось ранее, являются параметры, определяющие принципиальную и конструктивно-компоновочную схемы РКН, типы используемых компонентов ракетного топлива (КРТ), конструкционных теплозащитных и других материалов, а также множество элементов и подсистем, из которых может быть сформирован облик РКН.

Компонентами вектора основных проектных параметров  $\bar{p}$  [17] являются: относительные конечные массы ступеней РКН  $\mu_{ki}$ ; коэффициенты начальных тяговооруженностей ступеней  $v_{ni}$ ; давления в камерах сгорания маршевых  $P_{ki}^{МД}$  и рулевых  $P_{ki}^{РД}$  двигателей; диаметры срезов сопел маршевых  $D_{Ai}^{МД}$  и рулевых  $D_{Fi}^{РД}$  двигателей, а также коэффициенты полиномов, определяющих программы изменения угла тангажа и тяговых характеристик двигательных установок (ДУ) во времени [17, 18].

Компонентами вектора управления  $\bar{u}$  в рассматриваемой задаче являются программа изменения угла тангажа  $\varphi_{nP}(t)$  и программа изменения тяговых характеристик ДУ ступеней РКН во времени  $P_{nP_i}(t)$ .

Система уравнений движения центра масс РКН, которая используется при решении комплексной задачи оптимизации проектных параметров и программ управления, имеет следующий вид [19]:

$$\begin{aligned}
m \cdot \frac{DV}{Dt} &= P \cdot \cos \alpha - c_x \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - m \cdot g_0 \frac{R_g^2}{r^2} \cdot \sin \theta + \\
&\quad + m \cdot r \cdot \Omega_g^2 \cdot \cos \varphi \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \theta - \sin \varphi \cdot \sin \eta \cdot \cos \theta); \\
m \cdot V \cdot \frac{D\theta}{Dt} &= P \cdot \sin \alpha + c_y \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - m \cdot g_0 \cdot \left( \frac{R_g^2}{r^2} - \frac{V^2}{g_0 \cdot r} \right) \cdot \cos \theta + \\
&\quad + \frac{m \cdot V^2}{r} \cdot \cos \theta + 2 \cdot m \cdot V \cdot \Omega_g \cdot \cos \varphi \cdot \cos \eta + \\
&\quad + m \cdot r \cdot \Omega_g^2 \cdot \cos \varphi \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \eta + \cos \varphi \cdot \cos \eta); \\
m \cdot V \cdot \cos \theta \cdot \frac{D\eta}{Dt} &= P \cdot \sin \beta + c_z \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - \frac{m \cdot V^2}{r} \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \eta \cdot \cos^2 \theta - \\
&\quad - 2 \cdot m \cdot V \cdot \Omega_g \cdot (\sin \varphi \cdot \cos \theta - \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \eta) - \\
&\quad - m \cdot r \cdot \Omega_g^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos \eta.
\end{aligned} \tag{1}$$

К системе (1) добавлены уравнение изменения массы РКН во время движения

$$\frac{Dm}{Dt} = -m_c, \tag{2}$$

а также кинематические соотношения, позволяющие определять изменение во времени параметров движения (высоты  $H$ , географических координат широты  $\varphi$  и долготы  $\lambda$ ):

$$\begin{aligned}
\frac{DH}{Dt} &= V \cdot \sin \theta; \\
\frac{D\varphi}{Dt} &= \frac{V \cdot \cos \theta}{r} \cdot \sin \eta; \\
\frac{D\lambda}{Dt} &= \frac{V \cdot \cos \theta}{r} \cdot \frac{\cos \eta}{\cos \varphi}.
\end{aligned} \tag{3}$$

В (1) – (3) использованы следующие обозначения:  $m$  – текущее значение массы РКН;  $V$  – относительная скорость движения РКН;  $P$  – суммарная тяга двигательных установок;  $\alpha$  – угол атаки;  $c_x, c_y, c_z$  – коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой сил;  $S$  – площадь миделя;  $\rho$  – плотность атмосферы на высоте  $H$ ;  $g_0$  – ускорение силы тяжести у поверхности Земли;  $R_g$  – средний радиус Земли;  $r = R_g + H$  – расстояние центра масс РКН до центра Земли;  $\Omega_g$  – угловая скорость вращения Земли;  $\varphi, \lambda$  – географические координаты: широта и долгота;  $\eta$  – угол между проекцией вектора скорости на местную горизонтальную плоскость и местной параллелью;  $\theta$  – угол наклона вектора скорости к местному горизонту;  $m_c$  – массовый секундный расход продуктов сгорания КРТ.

Сформулированная комплексная задача оптимизации может быть использована на начальном этапе проектирования РКН различных классов с незначительными изменениями, связанными с особенностями применения конкретной РКН.

Структура математической модели, последовательность расчета целевого функционала (массы полезного груза) при оптимизации основных проектных параметров и программ управления РКН приведены на рис. 1, где использованы следующие аббревиатуры: СБ – сопловой блок; МД – маршевый двигатель; РД – рулевой двигатель; ТО – топливный отсек; СП – система питания; МБО – межбаковый отсек; ПО – переходный отсек; ХО – хвостовой отсек; ОХ – основные характеристики; ПГ – полезный груз.

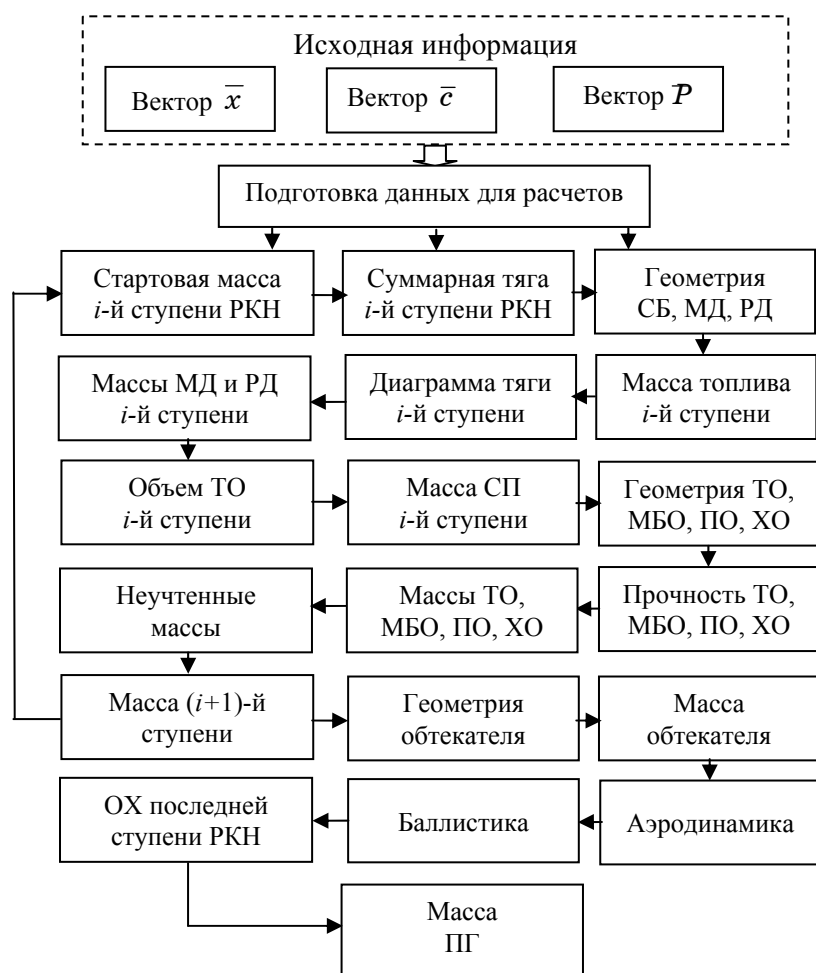


Рис. 1

**Метод решения.** Как уже указывалось ранее, оптимизируемые проектные параметры в комплексной задаче могут принимать как дискретные, так и непрерывные значения, поэтому основой для разработки метода решения комплексной задачи является декомпозиция последней на две частные задачи:

- выбор вектора  $\bar{c}$  структурных параметров (задача 1);
- оптимизация вектора основных проектных параметров  $P$  и программ управления движением для выбранного облика РКН (задача 2).

Решение комплексной задачи может быть получено на основе взаимоувязанного решения частных задач, когда результаты решения одной из задач являются исходными данными для решения другой задачи.

При таком подходе в том случае, когда рассматриваемое количество альтернативных вариантов РКН невелико, для решения первой частной задачи целесообразно использование метода полного перебора из ограниченного множества альтернативных вариантов.

Для решения второй частной задачи могут быть применены методы теории оптимального управления [10 – 13]. Однако следует отметить, что использование указанных методов наталкивается на значительные трудности, связанные с формулировкой условий применения, наличием ограничений, сложностью математической модели, а также с проблемой решения краевой задачи для каждого из рассматриваемых альтернативных вариантов. Перечисленные факторы существенно затрудняют внедрение этих методов в практику оптимального проектирования РКН. Для преодоления этих трудностей предлагается использовать подход, позволяющий свести задачу теории оптимального управления к задаче нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств, неравенств и дифференциальных связей [14 – 17]. В этом случае программы управления движением РКН задаются в заданном классе функций (в частности, в виде полиномов). При этом часть коэффициентов полиномов определяется с использованием ИД, текущих значений основных проектных параметров и фазовых координат, а остальные коэффициенты оптимизируются совместно с основными проектными параметрами РКН.

При таком подходе задача нелинейного математического программирования может быть успешно решена методами детерминированного или случайного поиска [20, 21 и др.]. При этом следует отметить, что в процессе оптимизации целесообразно в области, подозрительной на экстремум, использование параболической аппроксимации сечения функциональной поверхности в направлении поиска и определение оптимальных на данном шаге оптимизации значений основных проектных параметров из условия максимума (минимума) аппроксимирующей функции.

**Элементы математической модели.** Задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением (частная задача 2) рассматривается для выбранного облика РКН (одного из возможных альтернативных вариантов), когда заданы:

– состав и значения структурных параметров (вектор  $\bar{c}$ ), определяющих облик РКН, ее принципиальную и конструктивно-компоновочную схемы, а также множество элементов и подсистем, из которых сформирован альтернативный вариант РКН;

– перечень основных проектных параметров (вектор  $P$ ), позволяющих для текущего значения вектора  $P$  с использованием математической модели определять значение целевого функционала и основные характеристики РКН;

– исходные данные (вектор  $\bar{x}$ ), включающие характеристики используемых топлив, конструкционных, эрозионностойких, теплозащитных и других материалов, условия применения и т.п.

В процессе решения задачи необходимо для различных значений вектора  $P$  сформировать программы управления движением РКН, которые включают

программу изменения угла тангажа  $\varphi_{nP}(t)$  и программу изменения тяговых  $P(t)$  и расходных  $m_c(t)$  характеристик ДУ ступеней РКН во времени.

Далее приводятся элементы математической модели РКН, которые позволили свести задачу теории оптимального управления к задаче нелинейного математического программирования.

**Выбор программы управления углом тангажа.** Программа управления углом тангажа  $\varphi_{nP}(t)$  (одна из компонент вектора управления  $\bar{u}$ ) определяется с учетом следующих условий и ограничений.

Траектория движения (схема полета) РКН по виду программы управления  $\varphi_{nP}(t)$  разделена на несколько участков [15, 17]:

- участок вертикального движения РКН;
- участок разворота;
- участок интенсивного аэродинамического и теплового воздействия, на котором осуществляется движение РКН с нулевым углом атаки  $\alpha$ ;
- участок движения с фиксированным углом тангажа  $\varphi_\phi$ ;
- участок движения с линейным изменением во времени угла тангажа;
- пассивный участок движения по переходной орбите, если он предусмотрен схемой выведения космического аппарата (КА).

На участке вертикального движения  $\varphi_{nP}(t)$  имеет следующий вид

$$\varphi_{nP}(t) = \text{const} = \frac{\pi}{2}.$$

На участке разворота  $\varphi_{nP}(t)$  задается кубической параболой [15, 17]

$$\varphi_{nP}(t) = \sum_{i=0}^3 A_i \cdot t^i,$$

коэффициенты  $A_i$  которой определяются в результате решения системы линейных уравнений, полученной из следующих условий:

при  $t = t_e$

$$\varphi_{nP} = \frac{\pi}{2};$$

при  $t = t_p$

$$\begin{aligned} \varphi_{nP} &= \varphi_0; \\ \frac{D\varphi_{nP}}{Dt} &= -\frac{g(H) \cdot \cos(\theta)}{V}, \end{aligned}$$

где  $t_e$  и  $t_p$  – времена окончания вертикального участка движения и участка разворота;  $g(H)$  – ускорение свободного падения на высоте  $H$  в конце участка разворота РКН.

Система линейных (относительно коэффициентов  $A_i, i = \overline{1,3}$ ) уравнений при этом имеет следующий вид [17]:



$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_{\alpha}^i &= \frac{\pi}{2} - A_0; \\
\sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_P^i &= \varphi_0 - A_0; \\
\sum_{i=1}^3 i \cdot A_i \cdot t_P^{i-1} &= -\frac{g(H) \cdot \cos(\theta)}{V}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Коэффициент  $A_0$ , входящий в правые части системы уравнений (4), определяется из условия обеспечения нулевого угла атаки в конце участка разворота при скорости движения, близкой к скорости звука. Значение угла тангажа  $\varphi_0$  находится из условия обеспечения требуемой высоты круговой орбиты  $H_{кр}$  или высоты перигея  $H_{не}$  переходной орбиты, если она предусмотрена условиями выведения КА.

Значения параметров движения  $V$ ,  $H$  и  $\theta$  определяются в результате численного интегрирования уравнений (1) – (3).

После участка разворота, в зоне интенсивного аэродинамического и теплового воздействия, осуществляется движение РКН с нулевым углом атаки и  $\varphi_{nP}(t)$  имеет вид [17]

$$\varphi_{nP}(t) = \theta(t).$$

Предполагается, что зона интенсивного аэродинамического воздействия заканчивается, когда текущее значение скоростного напора

$$q = \frac{\rho(H) \cdot V^2}{2}$$

становится равным  $\approx 5\% - 10\%$  от значения максимального скоростного напора  $q_{\max}$ , действующего на РКН при движении по заданной траектории.

После участка интенсивного аэродинамического и теплового воздействия осуществляется движение с фиксированным углом тангажа  $\varphi_f$  до окончания работы ДУ первой ступени РКН

$$\varphi_{nP}(t) = \varphi_f = \text{const}.$$

Последующее движение РКН после отделения первой ступени осуществляется по следующей программе [15, 17]

$$\varphi_{np}(t) = \varphi_f + \dot{\varphi} \cdot t,$$

где параметр программы  $\dot{\varphi}$  (угловая скорость разворота РКН) и время выключения ДУ последней ступени подбираются, исходя из условия выведения РКН на круговую орбиту или, если предусмотрен пассивный участок выведения КА, на перигей переходной орбиты. В последнем варианте выведения КА в апогее переходной орбиты осуществляется повторное включение ДУ последней ступени, а ориентация и управление последней ступенью с КА осуществляется таким образом, чтобы радиальная составляющая ускорения КА равнялась нулю [16]

$$\varphi_{nP}(t) = \arcsin\left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{V_{\tau}}{r}\right) \cdot \frac{m_{st}^N}{P_{st}^N},$$

где  $\varphi_{nP}$  – угол между направлением вектора тяги ДУ последней ступени и трансверсальной составляющей вектора скорости  $V_{\tau}$ ;  $P_{st}^N$  – значение тяги ДУ последней ступени;  $r$  – радиус-вектор, соединяющий центр притяжения Земли с центром масс последней ступени РКН;  $\mu$  – гравитационная постоянная Земли;  $m_{st}^N$  – текущая масса последней ( $N$ -й) ступени РКН с КА.

**Выбор тяговых и расходных характеристик ДУ.** Программа изменения тяговых и расходных характеристик двигательных установок  $i$ -х ступеней РКН в пустоте (вторая компонента вектора управления  $\bar{u}$ ) разделена на несколько временных участков [18]:

– участок выхода маршевой ДУ на режим, который характеризуется временем выхода на режим  $t_{вых i}$  и начальным значением тяги маршевой ДУ на основном режиме работы  $P_{осн i}^H$ ;

– основной режим работы, характеризуемый продолжительностью работы маршевой ДУ на основном режиме  $t_{осн i}$ , начальным  $P_{осн i}^H$  и конечным  $P_{осн i}^K$  значениями тяги на основном режиме работы;

– участок спада тяги маршевой ДУ от значения  $P_{осн i}^K$  до нуля или до начального значения на дросселируемом режиме работы  $P_{\partial p i}^H$ , который характеризуется продолжительностью спада тяги  $t_{cC i}$ ;

– участок работы маршевой ДУ на дросселируемом режиме, характеризуемый продолжительностью работы  $t_{\partial p i}$ , начальным  $P_{\partial p i}^H$  и конечным  $P_{\partial p i}^K$  значениями тяги на дросселируемом режиме работы;

– участок спада тяги маршевой ДУ от значения  $P_{\partial p i}^K$  до нуля, который характеризуется продолжительностью спада тяги  $t_{cC i}^{\partial p}$ .

При необходимости обеспечения пассивного участка движения РКН продолжительностью  $t_{naac i}$  с выключенной маршевой ДУ в диаграмме тяги могут быть предусмотрены участок с нулевой тягой или участок полета с работающими РД, если их наличие предусмотрено в конструктивно-компоновочной схеме РКН.

При формировании программы изменения тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РКН некоторые из перечисленных выше участков диаграммы тяги могут отсутствовать.

Диаграмма изменения тяговых и расходных характеристик ДУ  $i$ -й ступени РКН во времени строится с учетом следующих условий и ограничений:

– на всех участках работы маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН переменная во времени тяга определяется полиномами вида

$$P_i(t) = \sum_{j=0}^n A_j \cdot t^j,$$

где  $n = 2$  в случае, когда рассматривается выход маршевой ДУ на режим или участок спада тяги;  $n = 1$  в случае, когда рассматривается работа маршевой ДУ на основном или дросселируемом режимах;

– удельная тяга маршевой ДУ при выходе на режим, на основном режиме работы и на участке спада тяги принята постоянной и равной удельной тяге на основном режиме работы  $P_{y\partial i}^{осн}$ ;

– суммарная тяга рулевых двигателей (РД), если их наличие предусмотрено в конструктивно-компоновочной схеме РКН, постоянна в течение всего активного участка полета  $i$ -й ступени;

Значения удельных тяг маршевой и рулевой двигательных установок в зависимости от коэффициента начальной тяговооруженности  $i$ -й ступени, величины тяги, давления в камере сгорания ДУ, физико-химических характеристик КРТ и конфигурации дозвуковой и сверхзвуковой частей сопла определяются с использованием алгоритмов, реализующих математическую модель ДУ [22 – 24]. Удельная тяга маршевой ДУ на дросселируемом режиме  $P_{y\partial i}^{\partial p}$  определяется аналогичным образом.

Данные, используемые для формирования диаграммы тяги двигательных установок  $i$ -й ступени РКН, разделены на три группы: исходные данные (компоненты вектора  $\bar{x}$ ), параметры, оптимизируемые совместно с вектором  $P$ , параметры диаграммы, определяемые в зависимости от значений ИД и компонент вектора  $P$ .

В качестве ИД, необходимых для формирования диаграммы тяги, используются: суммарное значение тяги рулевых двигателей  $P_{РД i}$ , удельная тяга рулевых двигателей  $P_{y\partial i}^{РД}$ , время выхода маршевой ДУ на основной режим работы  $t_{вых i}$ , удельные тяги маршевой ДУ на основном  $P_{y\partial i}^{осн}$  и дросселируемом  $P_{y\partial i}^{\partial p}$  режимах работы.

В качестве параметров диаграммы тяги, оптимизируемых совместно с вектором  $P$ , приняты: отношение начального значения тяги  $P_{осн i}^н$  к конечному  $P_{осн i}^к$  на основном режиме работы  $\eta_{осн i}$ , продолжительность участка спада тяги маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН  $t_{сС i}$  от значения  $P_{осн i}^к$  до нуля или до начального значения на дросселируемом режиме работы  $P_{\partial p i}^н$ , отношение начального значения тяги  $P_{\partial p i}^н$  к конечному значению  $P_{\partial p i}^к$  на дросселируемом режиме работы  $\eta_{\partial p i}$ , продолжительность участка спада тяги маршевой ДУ  $t_{сС i}^{\partial p}$  от значения  $P_{\partial p i}^к$  до нуля, продолжительность работы маршевой ДУ на дросселируемом режиме  $t_{\partial p i}$ , отношение начального значения тяги на основном режиме  $P_{осн i}^н$  к начальному значению  $P_{\partial p i}^н$  на дросселируемом режиме  $\eta_{осн i}^{\partial p}$ .

В качестве параметров диаграммы тяги, определяемых по ИД и в зависимости от значений компонент вектора  $P$ , приняты: начальное  $P_{осн i}^н$  и конеч-

ное  $P_{осн\ i}^k$  значения тяги маршевой ДУ на основном режиме работы, продолжительность работы ДУ на основном режиме  $t_{осн\ i}$ , начальное  $P_{\partial p\ i}^H$  и конечное  $P_{\partial p\ i}^k$  значения тяги на дросселируемом режиме работы.

Полное время работы ДУ  $i$ -й ступени РКН  $t_{\Sigma\ i}$  определяется соотношением

$$t_{\Sigma\ i} = t_{вых\ i} + t_{осн\ i} + t_{сС\ i} + t_{\partial p\ i} + t_{сС\ i}^{\partial p} + t_{сacc\ i}.$$

Время работы двигателя на основном режиме  $t_{осн\ i}$  определяется в зависимости от рабочего запаса топлива  $m_{mP\ i}$   $i$ -й ступени РКН

$$m_{mP\ i} = m_{0\ i} \cdot (1 - \mu_{k\ i}),$$

а относительная конечная масса  $i$ -й ступени  $\mu_{k\ i}$  (проектный параметр РКН) вычисляется по формуле [17]

$$\mu_{k\ i} = \frac{m_{k\ i}}{m_{0\ i}},$$

где  $m_{0\ i}$  и  $m_{k\ i}$  – стартовая и конечная массы  $i$ -й ступени РКН.

Количество топлива, расходуемого маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН при выходе на режим, определяется соотношением [18]

$$m_{m\ i}^{вых} = \int_0^{t_{вых\ i}} m_{s\ i}(t) \cdot Dt. \quad (5)$$

Изменение секундного расхода продуктов сгорания во времени  $m_{s\ i}(t)$  при выходе маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН на режим определяется полиномом вида [18]

$$m_{s\ i}(t) = \sum_{j=0}^2 B_j \cdot t^j, \quad (6)$$

где коэффициенты полинома  $B_j$  определяются из условий (при  $t = 0$   $m_{s\ i} = 0$ ,

при  $t = t_{вых\ i}$   $m_{s\ i} = \frac{P_{осн\ i}^H}{P_{y\partial\ i}^{осн}}$  и  $\frac{Dm_{s\ i}}{Dt} = 0$ ) и вычисляются по формулам:

$$B_0 = 0;$$

$$B_1 = \frac{2 \cdot P_{осн\ i}^H}{P_{y\partial\ i}^{осн} \cdot t_{вых\ i}};$$

$$B_2 = -\frac{P_{осн\ i}^H}{P_{y\partial\ i}^{осн} \cdot t_{вых\ i}^2}.$$

Значение тяги маршевой ДУ  $P_{осн\ i}^H$  в начале основного режима работы в зависимости от коэффициента начальной тяговооруженности  $i$ -й ступени РКН  $v_{n\ i}$  (проектный параметр РКН) определяется зависимостью [17]

$$P_{осн i}^H = \frac{g_0 \cdot m_{0 i}}{V_{n i}} - P_{PД i}.$$

Количество топлива  $m_{m i}^{сС}$ , расходуемого маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН на участке спада тяги, вычисляется по (5), в котором вместо времени  $t_{вых i}$  подставлено время  $t_{сн i}$ , а изменение секундного расхода продуктов сгорания во времени рассчитывается по (6), в котором коэффициенты полинома  $B_j$  определяются из условий: при  $t = 0$   $m_{s i} = \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i}}$ , при  $t = t_{сС i}$

$\frac{Dm_{s i}}{Dt} = 0$ ,  $m_{s i} = 0$  в случае, если тяга маршевой ДУ падает до нулевого значения (вариант1). В случае, если тяга маршевой ДУ падает до начального значения тяги на дроселируемом режиме  $P_{\partial p i}^H$ , то вместо нулевого значения  $m_{s i}$  задается соотношением (вариант 2)

$$m_{s i} = \frac{P_{\partial p i}^H}{P_{y\partial i}^{\partial p}}.$$

В первом варианте значения коэффициентов полинома  $B_j$  вычисляются по формулам:

$$B_0 = \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i}};$$

$$B_{10} = -\frac{2 \cdot P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i} \cdot t_{сС i}};$$

$$B_2 = \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i} \cdot t_{сС i}^2}.$$

Во втором варианте значения коэффициентов полинома  $B_j$  определяются соотношениями:

$$B_0 = \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i}};$$

$$B_1 = -\frac{2}{t_{сС i}} \cdot \left( \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i}} - \frac{P_{\partial p i}^H}{P_{y\partial i}^{\partial p}} \right);$$

$$B_2 = \frac{1}{t_{сС i}^2} \cdot \left( \frac{P_{осн i}^H}{P_{y\partial i}^{осн} \cdot \eta_{осн i}} - \frac{P_{\partial p i}^H}{P_{y\partial i}^{\partial p}} \right).$$

Значение тяги маршевой ДУ в начале работы на дроселируемом режиме  $P_{\partial p i}^H$  определяется зависимостью

$$P_{\partial p i}^H = \frac{P_{осн i}^H}{\eta_{осн i}^{\partial p}} .$$

В приведенных соотношениях продолжительность участка спада тяги  $t_{сС i}$  и параметр  $\eta_{осн i}^{\partial p}$  оптимизируются совместно с основными проектными параметрами РКН.

Количество топлива, расходуемого маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН на дросселируемом режиме, определяется соотношением

$$m_m^{\partial p i} = \frac{P_{\partial p i}^H}{P_{y\partial i}^{\partial p}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta_{\partial p i}} \right) \cdot \frac{t_{\partial p i}}{2} ,$$

где продолжительность времени работы маршевой ДУ на дросселируемом режиме  $t_{\partial p i}$  и параметр  $\eta_{\partial p i}$  оптимизируются совместно с основными проектными параметрами РКН.

Количество топлива, расходуемого маршевой ДУ  $i$ -й ступени РКН на участке спада тяги от значения  $P_{\partial p i}^k$  до нуля  $m_m^{сС \partial p i}$ , определяется по зависимостям, аналогичным (5), (6), в которых в соотношениях для определения коэффициентов полинома (6) вместо параметров диаграммы  $t_{сС i}$ ,  $P_{осн i}^H$ ,  $P_{y\partial i}^{осн}$ ,  $\eta_{осн i}$  подставлены соответственно параметры  $t_{сС i}^{\partial p}$ ,  $P_{\partial p i}^H$ ,  $P_{y\partial i}^{\partial p}$ ,  $\eta_{\partial p i}$ .

Количество топлива, расходуемого рулевыми двигателями  $m_{mC}^{PД \partial p i}$ , на переходных режимах и на режиме дросселирования тяги, вычисляется по соотношению

$$m_{mC}^{PД \partial p i} = \frac{P_{PД i}}{P_{y\partial i}^{PД}} \cdot (t_{\Sigma i} - t_{осн i}) .$$

После определения масс КРТ, расходуемых маршевой ДУ и рулевыми двигателями на участках выхода на основной режим, на участках спада и на дросселируемом режиме, может быть определена масса топлива  $m_m^{осн i}$ , расходуемого двигательными установками  $i$ -й ступени РКН на основном режиме работы

$$m_m^{осн i} = m_{mp i} - m_{mi}^{вых} - m_{mi}^{сС} - m_{mi}^{\partial p} - m_{m \partial p i}^{сС} - m_{mC \partial p i}^{PД} .$$

Продолжительность работы двигательных установок  $i$ -й ступени РКН на основном режиме работы определяется по зависимости

$$t_{осн i} = \frac{m_m^{осн i}}{\frac{P_{осн i}^H}{2 \cdot P_{y\partial i}^{осн}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta_{осн i}} \right) + \frac{P_{PД i}}{P_{y\partial i}^{PД}}} .$$

Таким образом, при оптимизации вектора основных проектных параметров РКН  $P$  по приведенным соотношениям могут быть полностью определены

ны параметры, определяющие программы управления полетом РКН  $\varphi_{nP}(t)$  и  $P_{nP_i}(t)$ .

**Иллюстративные примеры.** С использованием представленного методического обеспечения был решен ряд задач начального этапа проектирования объектов ракетно-космической техники, таких как: выбор программы управления движением космического аппарата при переходе с начальной круговой орбиты на заданную конечную круговую орбиту [16], оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса [17], оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта [18], исследование чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров ракеты-носителя [25].

**Выводы.** Сформулирована комплексная задача выбора облика и оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением РКН. Разработанная структура математической модели, сама модель, приведенные элементы математической модели, а также реализующее ее алгоритмическое и программное обеспечение могут быть использованы проектными организациями на начальном этапе проектирования объектов ракетно-космической техники.

1. Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы). Учебник для технических вузов / В. П. Мишин, В. К. Безвербый, Б. М. Панкратов и др. / Под ред. В. П. Мишина. – М. : Машиностроение, 1985. – 360 с.
2. Шеверов Д. Н. Проектирование беспилотных летательных аппаратов / Д. Н. Шеверов. – М. : Машиностроение, 1978. – 264 с.
3. Алпатов А. П. Методология системных исследований конкурентоспособности транспортных космических систем / А. П. Алпатов, В. К. Дорошкевич, В. И. Кузнецов // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск, Украина : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск : Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, 2008. – С. 64 – 67.
4. Алпатов А. П. Исследования конкурентоспособных обликов транспортных космических систем. / А. П. Алпатов, В. К. Дорошкевич, В. И. Кузнецов, И. Ф. Мостипан // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск, Украина : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск : Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, 2008. – С. 68 – 71.
5. Баллистическая ракета на твердом топливе / А. М. Синюков, Л. И. Волков, А. И. Львов, А. М. Шишкевич / – М. : Воениздат, 1972, – 511 с.
6. Проектирование и испытание баллистических ракет / Под ред. В. И. Варфоломеева и М. И. Копытова. – М. : Воениздат, 1970. – 392 с.
7. Эффективность сложных систем. Динамические модели / В. А. Виноградов, В. А. Груцанский, С. И. Довгодуш и др. – М. : Наука, 1989. – 285 с.
8. Ильичев А. В. Эффективность проектируемых элементов сложных систем / А. В. Ильичев, В. Д. Волков, В. А. Груцанский. – М. : Высшая школа, 1982. – 280 с.
9. Мишин В. П. Введение в машинное проектирование летательных аппаратов / В. П. Мишин, М. И. Осин. – М. : Машиностроение, 1978. – 128 с.
10. Кротов В. Ф. Методы и задачи оптимального управления / В. Ф. Кротов, В. И. Гурман. – М. : Наука, 1973. – 446 с.
11. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М. : Наука, 1969. – 385 с.
12. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-Ши. – М. : Мир, 1972. – 544 с.
13. Тарасов Е. В. Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата / Е. В. Тарасов. – М. : Машиностроение, 1970. – 364 с.
14. Аптазов Р. Ф. Баллистика управляемых ракет дальнего действия / Р. Ф. Аптазов, С. С. Лавров, В. П. Мишин. – М. : Наука, 1966. – 307 с.
15. Лебедев А. А. Баллистика ракет / А. А. Лебедев, Н. Ф. Герасюта. – М. : Машиностроение, 1970. – 244 с.
16. Сенькин В. С. Выбор программы управления движением космического аппарата при переходе с начальной круговой орбиты на заданную конечную круговую орбиту / В. С. Сенькин. // Техническая механика. – 2003. – № 2. – С. 79 – 87.

17. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса / *В. С. Сенькин.* // Техническая механика. – 2009. – № 1. – С. 80 – 88.
18. *Сенькин В. С.* Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта / *В.С. Сенькин.* // Техническая механика. – 2000. – № 1. – С. 46 – 50.
19. *Шкадов М. Л.* Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере / *М. Л. Шкадов, Р. С. Буханова, В. Ф. Илларионов, В. П. Плохих.* – М. : Машиностроение, 1972. – 240 с.
20. *Батищев Д. И.* Поискные методы оптимального проектирования / *Д. И. Батищев.* – М. : Сов. радио, 1975. – 216 с.
21. *Хеллман О.* Введение в теорию оптимального поиска / *О. Хеллман.* –М. : Наука, 1985. –248 с.
22. *Добровольский М. В.* Жидкостные ракетные двигатели / *М. В. Добровольский.* –М. : Машиностроение, 1968. –396 с.
23. *Мелькумов Т. М.* Ракетные двигатели / *Т. М. Мелькумов, Н. И. Мелик-Пашаев, П. Г. Чистяков, А. Г. Ширюков.* –М. : Машиностроение, 1976. –399 с.
24. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей : Учебник для студентов авиационных специальностей высших учебных заведений / *А. П. Васильев, В. М. Кудрявцев, В. А. Кузнецов* и др. – М. : Высшая школа, 1983. – 703 с.
25. *Сенькин В. С.* Исследование чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров ракеты-носителя / *В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2010. – 4. – С. 97 –108.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 15.06.2011,  
в окончательном варианте 12.10.2011