

## ВЛИЯНИЕ НАПОРНОГО ТРУБОПРОВОДА КАВИТИРУЮЩЕГО НАСОСА НА СОВМЕСТНЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОНСТРУКЦИИ ПИТАЮЩЕГО ТРУБОПРОВОДА И ЖИДКОСТИ

Рассмотрен экспериментально обнаруженный случай расхождения зависимостей частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос при существенном изменении длины напорного трубопровода. Разработана математическая модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости для двух различных напорных трубопроводов. На основе математического моделирования показано, что причиной наблюдаемого расхождения зависимости частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос является взаимодействие пульсаций жидкости в трубопроводе и вибраций конструкции трубопровода, которое в рассматриваемом случае было чувствительным к изменению длины (импеданса) напорного трубопровода.

Розглянуто експериментально виявлений випадок розбіжності залежностей частот кавітаційних коливань від тиску на вході в насос при істотній зміні довжини напірного трубопроводу. Розроблено математичну модель спільних поздовжніх коливань конструкції трубопроводу й рідини для двох різних напірних трубопроводів. На основі математичного моделювання показано, що причиною спостережуваної розбіжності залежності частоти кавітаційних коливань від тиску на вході в насос є взаємодія пульсацій рідини в трубопроводі й вібрацій конструкції трубопроводу, що у розглянутому випадку була чутливою до зміни довжини (імпедансу) напірного трубопроводу.

The experimentally discovered case of divergence of cavitation oscillation frequency dependencies on the pump inlet pressure under significant variations in the pipeline length is examined. The mathematical model of coupling longitudinal oscillations of the pipeline design and the fluid is developed for two pressure pipelines. On the basis of a mathematical simulation it is shown that the cause of an observed divergence of cavitation oscillation frequency dependencies on the pump inlet pressure lies in interactions between the fluid pulsations in the pipeline and pipeline design vibrations, which were sensitive to the pressure pipeline length (impedance) variations in the case under consideration.

**Введение.** Задача учета взаимодействия пульсаций рабочей среды и вибраций конструкций остается актуальной в авиационной, ракетной, судостроительной технике, в гидравлических системах станков для наземных транспортных и энергетических установок, в трубопроводных системах химической, нефтяной и газовой промышленности, в отопительных и вентиляционных системах [1, 2].

Взаимодействие продольных колебаний конструкции питающего трубопровода кавитирующего насоса жидкостной ракетной двигательной установки (ЖРДУ) и жидкости может проявиться при значительной податливости конструкции питающего трубопровода в продольном направлении. Эта податливость может быть обусловлена недостаточно жестким креплением питающего трубопровода, пространственной его конфигурацией, наличием в питающем трубопроводе “мягкого” сильфона. В работе [3] показано, что взаимодействие продольных колебаний конструкции питающего трубопровода ЖРДУ с сильфоном и жидкости может влиять на коэффициент формы продольных колебаний конструкции трубопровода. Для стендовой линии питания кавитирующего насоса установлено [4, 5], что такое взаимодействие может приводить к появлению границы области устойчивости по отношению к кавитационным колебаниям сложной формы, состоящей из двух замкнутых подобластей. Это взаимодействие также приводит к существенному смещению частот колебаний связанной системы по отношению к частотам колебаний парциальных систем конструкции трубопровода и жидкости.

В работе [6] представлены результаты экспериментальных исследований по определению зависимостей собственных частот колебаний в гидравлической системе с кавитирующим насосом от давления на входе в насос при двух

существенно отличающихся напорных трубопроводах. Собственные частоты колебаний определялись по переходным процессам в гидравлической системе, которые были вызваны единичными возмущениями.

Особенностью результатов испытаний является то, что в диапазоне давлений на входе в насос от срывного до  $\sim 2$  кгс/см<sup>2</sup> зависимости собственных частот колебаний от давления на входе, полученные при различных нагрузках насоса, близки. В диапазоне давлений от  $\sim 2$  кгс/см<sup>2</sup> и до 7 кгс/см<sup>2</sup> эти зависимости резко расходятся, причем в случае установки длинного напорного трубопровода эта зависимость близка к горизонтальной прямой.

Теория кавитационных колебаний в гидравлических системах с кавитирующими насосами [7, 8] не позволяет объяснить это расхождение зависимостей частот колебаний от давления на входе в насос для различных напорных трубопроводов.

Целью данной работы является теоретическое объяснение представленных в работе [6] экспериментальных данных на основе математического моделирования взаимодействия продольных колебаний конструкции питающего трубопровода и жидкости.

**Математическая модель.** Расчетная схема исследуемой гидравлической системы с кавитирующим насосом представлена на рис. 1. На этой схеме помещены основные элементы системы: питающий бак – 1, шнекоцентробежный насос – 2, дроссель на выходе из насоса – 3 и сильфон – 4.

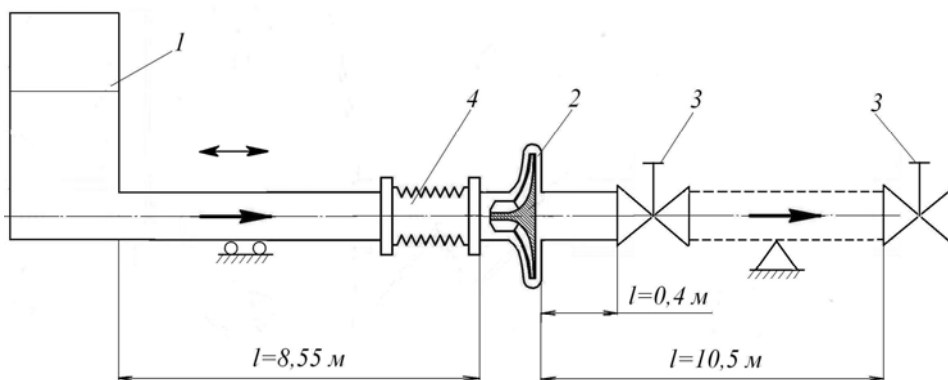


Рис. 1

Согласно работе [6], в одном варианте испытаний занасосная часть гидравлического стенда состояла из короткого трубопровода (длиной 0,4 м) и дросселя, в другом – из длинного трубопровода (длиной 10,5 м) и дросселя. Для определения импедансов напорных трубопроводов (с дросселем)  $Z_2$  как систем с распределенными параметрами, был использован импедансный метод [7]. Результаты расчетов  $Z_2$  представлены на рис. 2 (1 – при  $l = 0,4$  м, 2 – при  $l = 10,5$  м). Далее полученные импедансы были аппроксимированы в соответствии с [9] конечными гидродинамическими элементами. В частотном диапазоне до 50 Гц импедансы напорных трубопроводов могут быть описаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, включающей два уравнения движения жидкости и одно уравнение баланса расходов

$$\begin{cases} \delta p_2 = \delta p_3 + R_2 \delta G_2 + J_2 \frac{d\delta G_2}{dt}, \\ C_2 \frac{d\delta p_3}{dt} = \delta G_2 - \delta G_3, \\ \delta p_3 = R_3 \delta G_3 + J_3 \frac{d\delta G_3}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\delta$  – символ, указывающий на малые отклонения параметра от установившегося значения;  $p_2, p_3$  – давления на выходе из насоса и в месте расположения сосредоточенной емкости  $C_2$ ;  $t$  – время;  $R_2, J_2, R_3, J_3$  – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивлений на соответствующих участках напорного трубопровода;  $G_2, G_3$  – расходы жидкости на соответствующих участках напорного трубопровода.

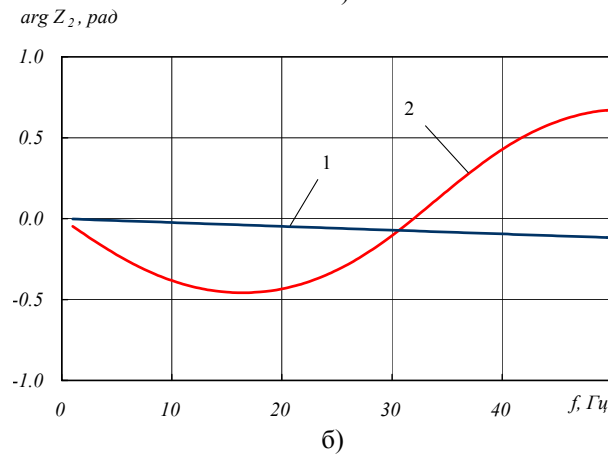
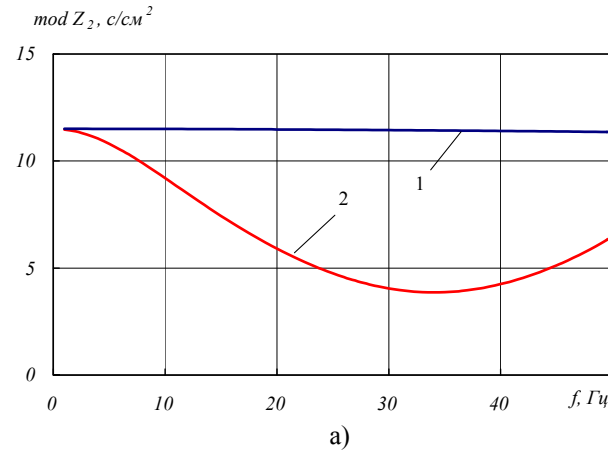


Рис. 2

Следует дать пояснения относительно вида импедансов напорных трубопроводов, представленных на рис. 2. Особенно это касается импеданса  $Z_2$  короткого напорного трубопровода. Как правило [7, 8], распределенность параметров для коротких трубопроводов не учитывается и их импеданс представляется в виде

$$Z_2 = R_2 + s J_2,$$

где  $s$  – переменная Лапласа.

Модуль такого импеданса увеличивается при увеличении частоты колебаний, а фаза будет положительной, что совершенно не согласуется с данными рис. 2. Пользуясь импедансным методом [7], можно определить условия, при которых фаза импеданса  $Z_2$  будет отрицательной.

Для простейшего случая (в трубопроводе нет потерь давления по длине) таким условием является неравенство

$$R_{ДР} > Z_B, \quad (2)$$

где  $R_{ДР}$  – коэффициент линеаризованного гидравлического сопротивления дросселя;  $Z_B$  – волновое сопротивление

$$Z_B = \frac{c}{g A},$$

где  $c$  – скорость звука в трубопроводе;  $g$  – ускорение свободного падения;  $A$  – площадь поперечного сечения напорного трубопровода.

Для рассматриваемых трубопроводов условие (2) выполняется. Поэтому на низких частотах колебаний при росте частоты колебаний  $\text{mod } Z_2$  уменьшается, а фаза  $Z_2$  является отрицательной. Следует также отметить, что неравенство (2) применимо для трубопроводов любой протяженности, поскольку и  $R_{DP}$ , и  $Z_B$  не зависят от длины трубопровода.

Математическая модель совместных продольных колебаний конструкции прямолинейного трубопровода с сифоном и жидкости была заимствована из работы [4]. Её можно условно разбить на два блока уравнений. Один блок уравнений описывает кавитационные колебания жидкости в линии питания кавитирующего насоса, другой – продольные колебания конструкции трубопровода. В этой модели учет влияния колебаний жидкости на колебания конструкции трубопровода производится за счет изменения давления жидкости, которое приводит к появлению в стенке трубопровода окружных напряжений и, в соответствии с эффектом Пуассона – осевых напряжений. Влияние колебаний конструкции на колебания жидкости осуществляется за счет осевого сокращения или удлинения конструкции трубопровода.

Математическое описание низкочастотной динамики шнекоцентробежного насоса будем производить согласно гидродинамической модели кавитирующих насосов [7, 8] с коэффициентами, полученными экспериментально-расчетными способами [10]. Для модели динамики кавитирующих насосов примем дополнительное допущение: при давлении на входе в насос  $p_1$ , которое равно или больше давления начала кавитации  $p_0$ , коэффициенты модели постоянны и соответствуют давлению  $p_1 = p_0$ .

Система линейных дифференциальных уравнений для описания совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости будет иметь вид (напорный трубопровод описывается системой (1))

$$\left\{ \begin{array}{l} (J_1 + J_{OT}) \frac{d\delta G_1}{dt} + \delta p_1 + R_1 \delta G_1 - R_{1,m} \delta \dot{u}_{z2} = 0, \\ \frac{d\delta p_1}{dt} + \frac{B_1}{\gamma_{жс}} (\delta G_1 - \delta G_2) - R_{K1} \frac{d\delta G_1}{dt} - \\ R_{K2} \frac{d\delta G_2}{dt} + d_{жс} \delta \dot{u}_{z2} = 0, \\ \delta p_2 = (1 + m) \delta p_1 + s_2 \delta G_2, \\ C_m \frac{d\delta F_{z1}}{dt} - \delta \dot{u}_{z2} - \mu_z \frac{d\delta \dot{u}_{z2}}{dt} - d_m \frac{d\delta p_1}{dt} = 0, \\ m_m \frac{d\delta \dot{u}_{z2}}{dt} + \delta F_{z1} = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $G_1$  – расход жидкости на входе в насос;  $R_1$ ,  $J_1$  – коэффициенты линеаризованного гидравлического и инерционного сопротивления питающего трубопровода;  $J_{OT}$  – коэффициент инерционного сопротивления, обусловленный наличием обратных течений на входе в насос;  $m$  – тангенс угла наклона

касательной к кавитационной характеристике насоса;  $s_2$  – тангенс угла наклона касательной к напорной характеристике насоса;  $F_{Z1}, \dot{u}_{Z2}$  – продольная сила и скорость перемещения трубопровода;  $m_M$  – масса трубопровода;  $C_M$  – податливость конструкции трубопровода;  $\mu_Z$  – коэффициент демпфирования конструкции трубопровода;  $B_1, B_2, T_K$  – упругость, сопротивление и постоянная времени кавитационных камер;  $\gamma_{ж}$  – удельный вес жидкости;  $A_{ж}$  – площадь поперечного сечения трубопровода, занятого жидкостью;  $A_{эф}$  – эффективная площадь сильфона;

$$R_{1M} = R_1 A_{ж} \gamma_{ж}; \quad R_{K1} = B_2 - \frac{B_1 T_K}{\gamma_{ж}}; \quad R_{K2} = \frac{B_1 T_K}{\gamma_{ж}};$$

$$d_{жс} = -B_1 A_{жс}; \quad d_M = C_M A_{эф}.$$

**2. Результаты математического моделирования.** На рис. 3 и 4 представлены результаты определения экспериментальных собственных частот колебаний жидкости в гидравлической системе методом единичного возмущения, заимствованные из работы [6]. Цифрой 1 обозначены частоты колебаний, определенные при коротком напорном трубопроводе ( $l = 0,4$  м), цифрой 2 – при длинном ( $l = 10,5$  м). Видно, что в диапазоне давлений на входе в насос от срывного до  $\sim 2$  кгс/см<sup>2</sup> частоты колебаний, полученные при различных нагрузках насоса, близки. В диапазоне давлений от  $\sim 2$  кгс/см<sup>2</sup> и до 7 кгс/см<sup>2</sup> зависимости частот колебаний от давления на входе в насос резко расходятся.

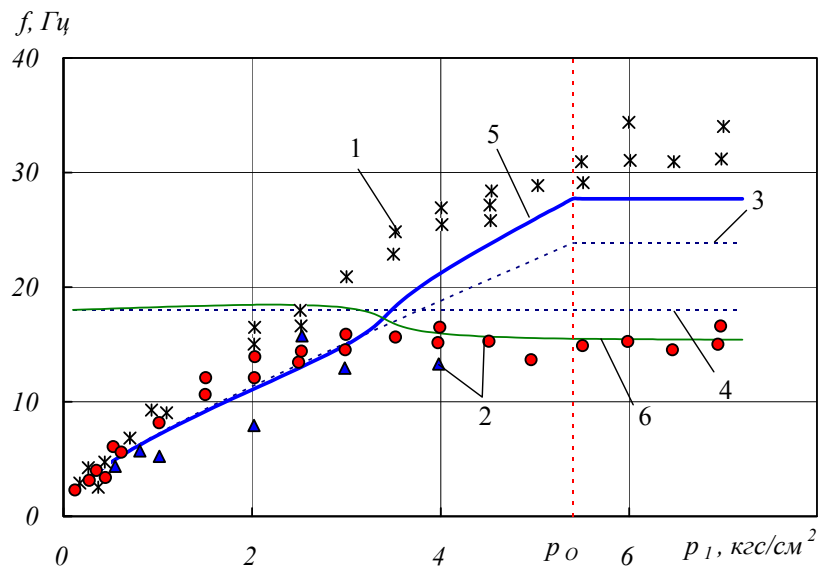


Рис. 3

Используя математическую модель совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости, которая представлена выше (см. системы уравнений (1) и (3)), были определены теоретические частоты колебаний рассматриваемой системы. Для этого находились корни характеристического уравнения системы (1) и (3), по которым и определялись теоретические частоты колебаний, представленные на рис. 3 и 4. На рис. 3 помещены ре-

зультаты моделирования для случая короткого напорного трубопровода, на рис. 4 – для длинного.

Цифрами 3 и 4 на рис. 3 и 4 отмечены теоретические частоты колебаний двух низших тонов колебаний при отсутствии взаимодействия между конструкцией трубопровода и жидкостью, цифрами 5 и 6 – частоты колебаний при учете взаимодействия. Частотам колебаний, обозначенным цифрой 5, соответствуют доминирующие корни характеристического уравнения (это корни с наименьшей по модулю действительной частью). Предположим, что переходной процесс, вызванный единичным возмущением, затухает с частотой колебаний, соответствующей доминирующим корням характеристического уравнения.

Из рис. 3 видно, что учет взаимодействия конструкции трубопровода и жидкости позволил улучшить согласование экспериментальных и теоретических частот колебаний (кривые 3 и 5 в сравнении с 1).

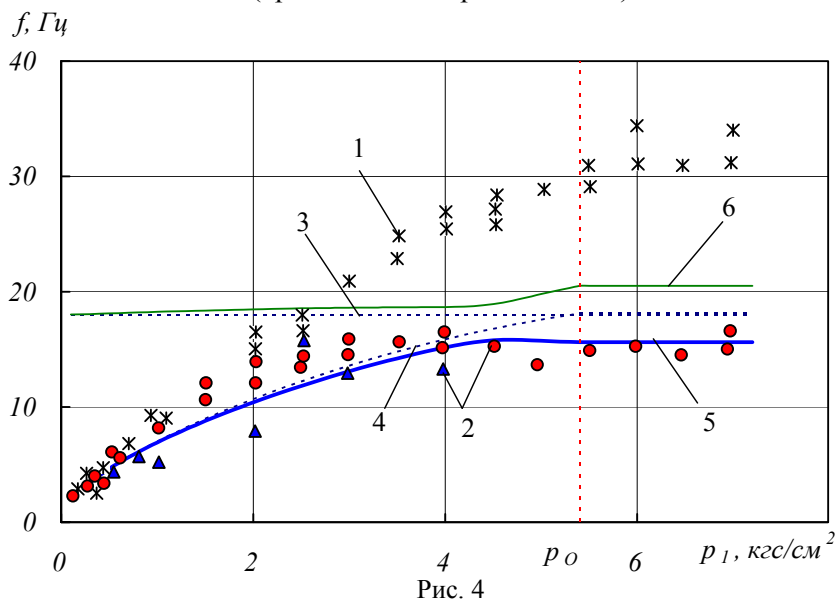


Рис. 4

Из рис. 3 (короткий напорный трубопровод) следует, что в диапазоне давлений от 0,2 до 3,4 кгс/см<sup>2</sup> доминирует корень, соответствующий I тону колебаний. При определенном значении давления на входе в насос ( $p_1=3,4$  кгс/см<sup>2</sup>) происходит “перескок” доминирующих корней: в диапазоне от 3,4 кгс/см<sup>2</sup> до  $p_0$  доминирует корень, соответствующий II тону колебаний. Из рис. 4 (длинный напорный трубопровод) следует, что “перескока” доминирующих корней характеристического уравнения не происходит.

Таким образом, с учетом взаимодействия пульсаций жидкости и продольных вибраций конструкции питающего трубопровода изменение импеданса напорного трубопровода, обычно слабо влияющее на частоты кавитационных колебаний [7, 8], может качественно изменить зависимости частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос.

**Заключение.** Рассмотрен экспериментально обнаруженный и описанный ранее [6] случай расхождения зависимостей частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос при существенном изменении длины напорного трубопровода. Теория кавитационных колебаний в гидравлических системах с кавитирующими насосами не позволяет объяснить это расхождение. Разработана математическая модель совместных продольных колебаний конструк-

ции трубопровода и жидкости для двух различных напорных трубопроводов. На основе математического моделирования показано, что причиной наблюдаемого расхождения зависимости частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос является взаимодействие пульсаций жидкости в трубопроводе и вибраций конструкции трубопровода, которое в рассматриваемом случае было чувствительным к изменению длины (импеданса) напорного трубопровода. Это взаимодействие привело к качественно различным результатам при определении частот колебаний. В случае короткого напорного трубопровода наблюдался “перескок” доминирующих корней (корней, имеющих наименьшую по модулю действительную часть) характеристического уравнения. В случае длинного напорного трубопровода “перескок” доминирующих корней отсутствует и наблюдается горизонтальный участок зависимости частоты колебаний от давления на входе в насос, отражающий отсутствие зависимости динамических параметров конструкции напорного трубопровода от давления на входе в насос.

Перспективным в данном направлении исследований является определение условий “перескока” доминирующих корней характеристического уравнения от различных параметров математической модели совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости.

1. Самарин А. А. Вибрации трубопроводов энергетических установок и методы их устранения / А. А. Самарин. – М. : Энергия, 1979. – 288 с.
2. Шорин В. П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах / В. П. Шорин. – М. : Машиностроение, 1980. – 156 с.
3. Долгополов С. И. Изменение коэффициента формы колебаний прямолинейного питающего трубопровода ЖРД при продольных колебаниях жидкостных ракет / С. И. Долгополов // Техническая механика. – 2010. – № 2. – С. 3 – 9.
4. Жулай Ю. А. Математическое моделирование совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости при кавитационных колебаниях в линиях питания ЖРД / Ю. А. Жулай, С. И. Долгополов, Т. А. Грабовская // Авиационно-космическая техника и технология. – 2009. – № 5(62). – С. 58 – 63.
5. Пилипенко О. В. Математическое моделирование совместных продольных колебаний конструкции трубопровода и жидкости в гидравлической системе при установке байпасного демпфирующего трубопровода / О. В. Пилипенко, Ю. А. Жулай, С. И. Долгополов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 1(78). – С. 21 – 25.
6. Ершов Н. С. К вопросу определения податливости кавитационных зон в насосе / Н. С. Ершов, В. С. Селифонов, В. В. Черваков // Изв. ВУЗов. Авиационная техника. – 1981. – № 3. – С. 48 – 53.
7. Пилипенко В. В. Кавитационные колебания и динамика гидросистем / В. В. Пилипенко, В. А. Задонцев, М. С. Натанзон. – М. : Машиностроение, 1977. – 352 с.
8. Пилипенко В. В. Кавитационные автоколебания / В. В. Пилипенко. – К. : Наук. думка, 1989. – 316 с.
9. Долгополов С. И. Математическое моделирование динамики жидкости в протяженных трубопроводах с помощью гидродинамических элементов / С. И. Долгополов // Техническая механика. – 2006. – № 2. – С. 114 – 119.
10. Пилипенко В. В. Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров / В. В. Пилипенко, С. И. Долгополов // Техническая механика. – 1998. – Вып. 8. – С. 50 – 56.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 23.01.12,  
в окончательном варианте 25.01.12