

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ БАКЕ ПРИ ПРОДОЛЬНЫХ ВИБРАЦИЯХ ЕГО КОНСТРУКЦИИ

С использованием современных компьютерных средств конечно-элементного анализа проведено математическое моделирование пространственных колебаний жидкости в цилиндрическом баке. На основе результатов моделирования установлено влияние демпфирования колебаний жидкости в баке и частоты вынужденных продольных вибраций конструкции бака на амплитуды колебаний давления жидкости в баке, определены зависимости амплитуд колебаний давления жидкости на днище бака от параметров продольных вибраций конструкции бака. С помощью этих расчетных зависимостей могут быть уточнены математические модели продольных колебаний жидкостных ракет-носителей.

З використанням сучасних комп'ютерних засобів скінчено-елементного аналізу проведено математичне моделювання просторових коливань рідини в циліндричному баці. На основі результатів моделювання встановлено вплив демпфування коливань рідини в баці та частоти вимушених поздовжніх вібрацій конструкції бака на амплітуди коливань тиску рідини в баці, визначені залежності амплітуд коливань тиску рідини на дно бака від параметрів поздовжніх вібрацій конструкції бака. За допомогою цих розрахункових залежностей можуть бути уточнені математичні моделі поздовжніх коливань рідинних ракет-носіїв.

The three-dimensional liquid oscillations in a cylindrical tank are mathematically modeled using modern software for the finite-element analysis. Based on the modeling results, the influence of damping the liquid oscillations in the tank and the frequency of longitudinal forced vibrations of the tank structure on the oscillations amplitude of the liquid pressure in the tank is demonstrated, and the dependencies of the oscillations amplitude of the liquid pressure at the tank bottom on the parameters of longitudinal vibrations of the tank structure are derived. Mathematical models of longitudinal vibrations of the liquid launch vehicles can be refined using these design dependencies.

Введение. При решении задач динамики полета ракет-носителей (РН), содержащих частично заполненные топливом баки, чрезвычайно важным является определение параметров пространственных колебаний жидкого топлива. Это обусловлено тем, что колебательные движения жидкого топлива в баках РН в полете усложняют реализацию устойчивых режимов движения РН, что может критическим образом повлиять на надежность выполнения программы полета РН [1, 2].

В работах по динамической устойчивости РН зависимости амплитуд колебаний давления жидкости в баке в месте установки заборных устройств от продольного виброускорения конструкции цилиндрического бака традиционно представляются в упрощенном виде [2, 3]. При этом предполагается, что величина динамической составляющей давления жидкого топлива на днище бака пропорциональна силам инерции, возникающим при колебательном движении масс учитываемых тонов жидкости. В то же время, пренебрежение такими факторами, как демпфирование колебаний жидкости и особенности конфигурации бака может понизить точность теоретического прогноза амплитуд продольных колебаний РН на активном участке ее полета [4].

Целью настоящей статьи является количественная оценка влияния демпфирования колебаний жидкости на амплитуды колебаний давления жидкости в различных сечениях бака цилиндрической конфигурации, широко используемой в жидкостных РН. Для этого необходимо выполнить математическое моделирование колебаний жидкости в баке при продольных вибрациях его конструкции в диапазоне частот, близких к одной из собственных частот динамической системы «конструкция бака – жидкость».

Постановка задачи определения характеристик пространственных колебаний жидкости в баке цилиндрической конфигурации. Проблеме математического моделирования пространственных колебаний жидкости в баках РН посвящено значительное количество работ (см., например [5 – 9]). В инженерной практике наибольшее распространение получил вариационный метод решения краевых задач о колебаниях жидкости в тонкостенных топливных баках, представляющих собой сферические или цилиндрические оболочки [9]. Использование метода конечных элементов позволяет в большинстве случаев учесть конструктивные особенности технических объектов при моделировании происходящих в них динамических процессов [10]. Анализ современного состояния проблемы математического моделирования пространственных колебаний жидкости в баках показал, что использование средств компьютерного проектирования и инженерного анализа (CAD/CAE систем – Computer-aided design/Computer Aided Engineering System) в рамках исследований динамики движущихся объектов, частично заполненных жидкостью, существенно сокращает объем работ при выполнении таких исследований, позволяет провести моделирование пространственных движений жидкости при сложных конфигурациях объектов. Применение CAD/CAE систем приводит к тому, что геометрические модели объектов, созданные средствами проектирования CAD, могут в дальнейшем использоваться при определении запасов прочности, нагруженности, устойчивости и других качеств объекта. Эти задачи решаются с помощью метода конечных элементов средствами CAE системы. Исходя из изложенного, теоретическое определение характеристик пространственных колебаний в топливном баке будем проводить с учетом возможностей указанных систем.

Расчеты параметров колебаний выполнены применительно к автономному вертикально расположенному цилиндрическому баку, частично заполненному водой, который имел следующие параметры (рис. 1): длина цилиндрической части оболочки бака $L = 9$ м; радиус цилиндрической оболочки $R = 1,5$ м; радиус сферического сегмента $R_l = 4,5$ м; толщина стенок оболочки $\delta_{об} = 0,0025$ м; толщина стенок днища бака $\delta_{дна} = 0,005$ м, высота заливки жидкости $H_б = 6,75$ м. Ускорение поля массовых сил $g = 9,81$ м/с². Суммарная масса бака с жидкостью (водой) равна 48127 кг, а масса алюминиевой оболочки – 669 кг.

Полагалось, что на активном участке полета РН колебания жидкости происходят с амплитудами, не превышающими 15 % от радиуса свободной поверхности жидкости [11], поэтому задача определения характеристик пространственных колебаний жидкости в топливных баках решалась в линейной постановке. При этом использовалось допущение, что жидкость однородная, идеальная и несжимаемая, т.к. эффекты сжимаемости проявляются при скоростях движения жидкости одного порядка со скоростью звука, а исследуемые колебательные процессы происходят при скоростях движения компонентов топлива, как минимум, на порядок меньших скорости звука в жидкой среде.

Силы поверхностного натяжения жидкостей не учитывались, так как их влияние на колебания жидкости и конструкции на активном участке полета РН пренебрежимо мало. Вязкость жидкости учитывалась введением в модель колебаний жидкости в баке соответствующих диссипативных членов.

Для расчета характеристик колебаний исследуемой динамической системы «конструкция бака – жидкость» использован

подход, основанный на методе конечных элементов и использующий современные возможности средств компьютерного моделирования – CAD/CAE систем. При математическом моделировании пространственных колебаний исследуемого бака последний рассматривался как оболочка, частично заполненная несжимаемой жидкостью. При моделировании учитывалось наличие верхнего и нижнего шпангоутов цилиндрической обечайки бака, которые придавали его конструкции жесткость в поперечном направлении.

Средствами CAD системы построена геометрическая трехмерная модель системы «конструкция бака – жидкость», и с учетом рекомендаций [12] выполнена конечно-элементная дискретизация конструкции и жидкого заполнения топливного бака в CAE системе с помощью конечных элементов «трехмерная жидкость» и «оболочка». Задание параметров, определяемых физическими свойствами жидкости и материалами конструкции, при описании конечных элементов позволяет рассчитать матрицы масс, жесткости и коэффициентов демпфирования системы.

Параметры вынужденных пространственных колебаний жидкости в баке цилиндрической конфигурации определялись с помощью сформированной средствами компьютерного моделирования системы уравнений, описывающей вынужденные гармонические колебания динамической системы «конструкция бака – жидкость» с учетом сил сопротивления колебательному движению:

$$M \frac{d^2}{dt^2}(X) + C \frac{dX}{dt} + KX = F, \quad (1)$$

где X – вектор перемещений порядка n ; n – количество узлов в модели динамической системы «конструкция бака – жидкость»; K – матрица жесткости порядка $n \times n$; M – матрица масс порядка $n \times n$; t – текущее время; C – матрица коэффициентов демпфирования порядка $n \times n$; F – вектор сил, прикладываемых к конструкции бака, порядка n .

В расчетном случае силы $F_{i5}^{z_i} = A \cos \omega t$ для гармонического возбуждения конструкции бака с частотой ω и амплитудой A в продольном направлении z_i приложены к узлам шпангоута $i5$ (см. рис. 2). При этом $F = [F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_n]$ – вектор сил, прикладываемых к конструкции бака,

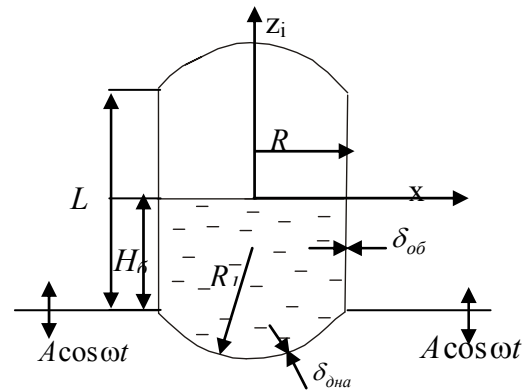


Рис. 1

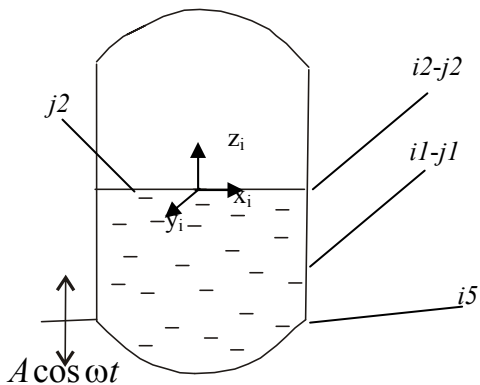


Рис. 2

порядка n , $F_i = [F_i^{x_i}, F_i^{y_i}, F_i^{z_i}]$, x_i, y_i, z_i – оси глобальной системы координат узлов (см. рис. 2).

В результате перехода в частотную область система (1) с помощью средств САЕ системы преобразовывалась к системе алгебраических уравнений порядка n . Решение системы алгебраических уравнений проводилось с использованием средств САЕ системы методом Гаусса.

Поскольку система (1) линейная и стационарная, полученные параметры колебаний соответствуют предельным значениям расчетных амплитуд колебаний при заданных амплитудах внешнего гармонического воздействия F .

Взаимодействие упругой конструкции бака с соответствующей жидкой средой на смоченной поверхности его оболочки, а также движение свободной поверхности жидкости в баке учтено посредством соответствующих граничных условий. В частности, определено, что перемещения узлов, принадлежащих свободной поверхности жидкости, осуществляются по нормали к поверхности жидкости, находящейся в невозмущенном состоянии (в данном случае горизонтальной).

Ниже приведены граничные условия, использованные при моделировании пространственных колебаний жидкости в исследуемом баке (расчетная схема представлена на рис. 2):

а) условия для узлов, расположенных на границе раздела сред «оболочка ($i1$) – жидкость ($j1$)»:

$$X_{i1}^{x_i} = X_{j1}^{x_i}, X_{i1}^{y_i} = X_{j1}^{y_i}, X_{i1}^{z_i} = X_{j1}^{z_i};$$

б) условия для узлов, расположенных на свободной поверхности жидкости ($j2$):

$$P_{j2}^{над} = Const;$$

в) условия для узлов, расположенных на свободной поверхности и на границе раздела сред «оболочка ($i2$) – жидкость ($j2$)»:

$$X_{i2}^{x_i} = X_{j2}^{x_i}, X_{i2}^{y_i} = X_{j2}^{y_i},$$

где $X = [X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n]$ – вектор перемещений порядка n , $X_i = [X_i^{x_i}, X_i^{y_i}, X_i^{z_i}]$, x_i, y_i, z_i – оси глобальной системы координат узлов.

На основе решения сформированной средствами компьютерного моделирования системы уравнений (1) могут быть определены зависимости амплитуд колебания давления δP в расчетных точках жидкости от амплитуд колебаний их перемещений:

$$\delta P = D B \delta X, \quad (2)$$

где B – матрица перехода, связывающая деформации с узловыми перемещениями ($\varepsilon = BX$), порядка $n1 \times n1$; $n1$ – количество узлов в элементах «трехмерная жидкость», использованных при моделировании; D – матрица объемной упругости жидкости порядка $n1 \times n1$; δX – вектор амплитуд колебаний перемещений узлов в элементах жидкости порядка $n1$.

Расчет характеристик собственных колебаний системы «конструкция бака – жидкость» был проведен на основании математической модели системы (1) без учета демпфирования. Определены следующие характеристики собственных продольных колебаний жидкости в баке для трех уровней заливки жидкости: частоты колебаний и обобщенные массы M_{zj} в направлении продольной оси Z . Полученные характеристики согласуются с результатами экспериментального исследования колебаний баков цилиндрической конфигурации [9] с необходимой для инженерных расчетов точностью.

Ниже в таблице приведены результаты расчета этих характеристик для двух низших тонов собственных колебаний системы.

Таблица. Расчетные характеристики собственных продольных колебаний системы «конструкция бака – жидкость»

Уровень заполнения H_0/R	Номер тона J	Частота колебаний f_j , Гц	Обобщенная масса M_{zj} , кг
4,5	1	7,57	34173
	2	22,08	3077
2,3	1	9,76	25809
	2	28,18	1477
1,0	1	21,66	9820
	2	34,16	20

Анализ параметров колебаний давления жидкости при продольных вибрациях конструкции исследуемого цилиндрического бака выполнен для условия гармонического возбуждения нижнего силового шпангоута бака с амплитудой $A = 0,001$ м. Для упрощения анализа давление наддува в баке влияние колебательного движения жидкости в питающей магистрали ЖРДУ на динамику системы «конструкция бака – жидкость» не учитывались. Анализ параметров колебаний давления жидкости проведен при продольных вибрациях конструкции исследуемого цилиндрического бака для частотного диапазона от 5 до 20 Гц, в который попадает частота первого тона собственных продольных колебаний динамической системы «конструкция бака – жидкость».

На рис. 3 представлены результаты расчета модуля частотной характеристики $\frac{\delta u_{i \text{ цб}}}{\delta u_Z}(j\omega)$ – отношения

комплексных амплитуд продольных колебаний перемещения полюса днища бака к амплитуде колебаний силового шпангоута в диапазоне частот от 5 Гц до 20 Гц при относительном коэффициенте демпфирования колебаний жидкости, равном 0,5 % от критического. Как показано на рисунке, максимум этой характеристики соответствует частоте колебаний, близкой к частоте I тона собственных продольных колебаний системы «конструкция бака – жидкость» (частоте колебаний 7,57 Гц в представленной выше таблице).

На рис. 4 представлена зависимость от частоты вынужденных гармонических колебаний конструкции бака отношения максимальной величины модуля давления $|P_{i \text{ цб}}(j\omega)|$ на днище бака (в конечных элементах «трех-

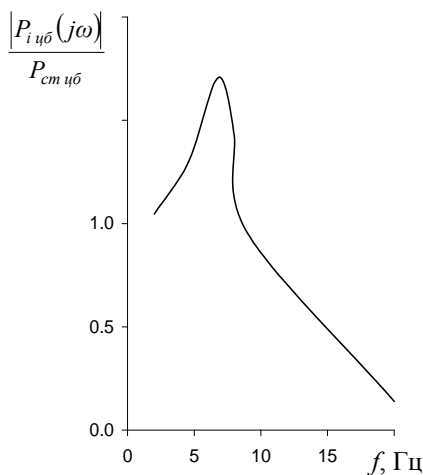


Рис. 4

мерная жидкость», описывающих движение жидкости в зоне нижнего полюса днища), определяемого как сумма его статической и динамической составляющих, к статической составляющей давления $P_{ст \text{ цб}} = \rho g H_0$ (ρ – плотность жидкости). Для этой зависимости, как и для зависимости, представленной на рис. 3, наблюдается ее резонансное возрастание на частоте колебаний, близкой к частоте I тона собственных продольных колебаний системы «конструкция бака – жидкость».

О распределении максимальной величины модуля давления по продольному сечению бака при вынужденных гармонических колебаниях его конструкции можно судить по диаграммам, приведенным на рис. 5 (расчет без учета демпфирования при возбуждении колебаний с частотой 7,5 Гц) и на рис. 6 (расчет с демпфированием колебаний жидкости 0,5 % от критического при возбуждении колебаний с частотой 7 Гц).

Из анализа этих диаграмм следует, что рассеяние энергии колебаний в значительной степени понижает (в данном расчетном случае – более чем в 47 раз) амплитуды колебаний давления жидкости вблизи нижнего полюса днища бака – типичного места установки заборного устройства.

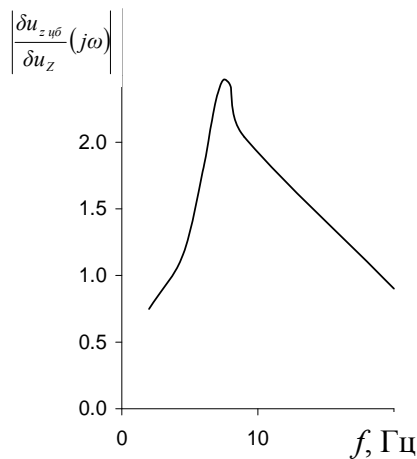


Рис. 3

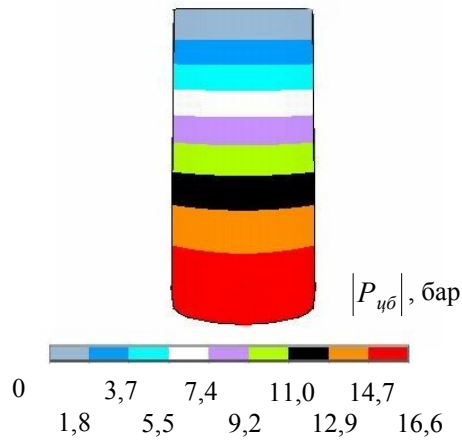


Рис. 5

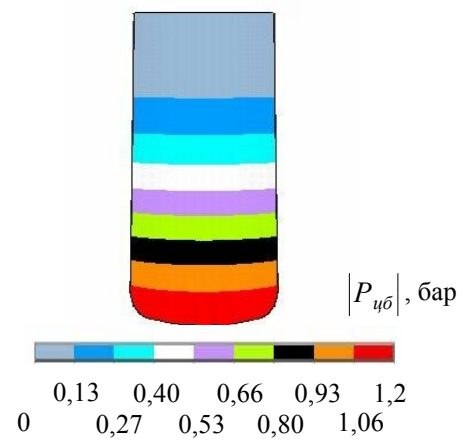


Рис. 6

Естественно, влияние этого фактора наиболее существенно при возбуждении колебаний в системе с частотой, близкой к одной из ее собственных частот. В этой связи необходимо отметить, что при учете демпфирования резонансный максимум давления жидкости на днище бака сместился к частоте 7 Гц (без демпфирования он был близок к собственной частоте колебаний системы – 7,57 Гц).

На рис. 7 кривой 1 обозначена зависимость максимальной величины модуля давления жидкости на днище бака от уровня его заполнения при вынужденных продольных колебаниях его конструкции, рассчитанная по выражению, традиционно используемому при анализе продольной устойчивости РН:

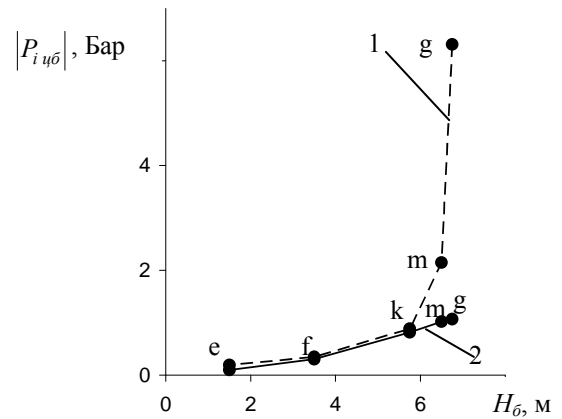


Рис. 7

используемому при анализе продольной устойчивости РН:

$$\delta P_{\delta} + P_{cm} = \rho H_{\delta} \frac{d^2 \delta Z_{d\delta}}{dt^2} + \rho g H_{\delta} = \rho \omega^2 H_{\delta} \left| \frac{\delta Z_{d\delta}}{\delta Z_{dv}} (j\omega) \right| \delta Z_{dv} + \rho g H_{\delta}, \quad (3)$$

где δZ_{dv} – амплитуда продольных колебаний нижнего шпангоута бака, $\delta Z_{d\delta}$ – амплитуда продольных колебаний днища бака.

Кривая 2 изображает зависимость максимальной величины модуля давления жидкости на днище бака от уровня его заполнения при вынужденных продольных колебаниях его конструкции с частотой 7,5 Гц, полученную с помощью САЕ-системы при учете демпфирования колебаний жидкости – 0,05 % от критического. Здесь точками e, f, k, m, g обозначены данные, полу-

ченные для уровней заполнения соответственно 1,5 м, 3,5 м, 5,75 м, 6,5 м, 6,75 м.

Для уровня заливки, соответствующего точке *g*, частота 1 тона собственных продольных колебаний системы «конструкция бака – жидкость» равна 7,57 Гц и близка к частоте гармонического возбуждения конструкции бака 7,5 Гц. Для других уровней заполнения (*e* и *f*) частоты собственных продольных колебаний системы (см. табл.) существенно отличаются от этой частоты возбуждения системы. Поэтому для уровня заполнения, соответствующего точке *g*, характерно возрастание величины модуля давления жидкости на днище бака, определенного с учетом демпфирования с помощью САЕ-системы (кривая 2) и без учета демпфирования с помощью зависимости (3) (кривая 1). Однако для этого уровня заполнения величина модуля давления жидкости на днище бака, полученная без учета демпфирования (кривая 1), существенно (более чем в 9 раз) превышает расчетную величину модуля давления жидкости на днище бака, полученную с учетом демпфирования (кривая 2).

Таким образом, расчетные значения максимальной величины модуля давления жидкости вблизи от днища и соответственно амплитуд колебаний давления на днище вертикально расположенного цилиндрического бака, определенные без учета демпфирования колебаний жидкости с помощью «традиционной» зависимости (3), могут значительно превышать реальные значения этих величин.

Выводы. С использованием метода конечных элементов проведено математическое моделирование пространственных колебаний жидкости в вертикально расположенном цилиндрическом баке при продольных вибрациях его конструкции. Установлено существенное влияние демпфирования колебаний жидкости на амплитуды колебаний давления жидкости на днище бака с частотами, близкими к частоте собственных продольных колебаний динамической системы «конструкция бака – жидкость».

Построены распределения максимальной величины давления жидкости по продольному сечению исследуемого бака при вынужденных гармонических колебаниях его конструкции с частотой, близкой к собственной частоте первого тона системы «конструкция бака – жидкость».

Применительно к исследуемой конструкции топливного бака РН рассчитаны зависимости амплитуд колебаний давления жидкости в полюсе днища бака (в месте установки заборного устройства) от высоты заполнения бака жидкостью при постоянной амплитуде и частоте продольных вибраций его конструкции. Показано, что оценки, полученные на основании «традиционного» выражения для амплитуд колебания давления на днище бака, приводят к завышенным значениям амплитуд колебаний, что может существенно понизить точность теоретического прогнозирования продольных виброперегрузок элементов конструкции РН на активном участке ее полета.

Полученные результаты позволят уточнить описание функциональной связи между продольными вибрациями конструкции цилиндрических баков нижних ступеней и колебаниями давления жидкости в них при выполнении анализа динамической устойчивости жидкостных РН по отношению к продольным колебаниям.

1. Ракета как объект управления / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Д. АРТ-Пресс, 2004. – 544 с.

2. Натанзон М. С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты / М. С. Натанзон. – М. : Машиностроение, 1977. — 208 с.
3. Колесников К. С. Динамика ракет / К. С. Колесников. – М. : Машиностроение, 1980. – 564 с.
4. Пилипенко В. В. Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей / В. В. Пилипенко, Н. И. Довгоцько, С. И. Долгополов, А. Д. Николаев, В. А. Серенко, Н. В. Хоряк // Космічна наука і технологія. – 1999. – Т. 5, № 1. – С. 90–96.
5. Abramson H. N. Dynamic behavior of liquid in moving containers / H. N. Abramson // Appl. Mech. Reviews. – 1963. – Vol. 16, N 7. – P. 501–506.
6. Propellant Slosh Loads : report : SP 8009 / NASA, A. L. Braslow, P. G. Bhuta, R. E. Hutton, H. N. Abramson, D. G. Stephens. – Washington, 1968. – 25 p.
7. Мусеев Н. Н. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость / Н. Н. Мусеев, В. В. Румянцев. – М. : Наука, 1965. – 440 с.
8. Луковский И. А. Приближенные методы решения задач динамики ограниченного объема жидкости / И. А. Луковский, М. Я. Барняк, А. Н. Комаренко. – К. : Наук. думка, 1984. – 228 с.
9. Микишев Г. Н. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость / Г. Н. Микишев, Б. И. Рабинович. – М. : Машиностроение, 1971. – 564 с.
10. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / К. Ли. – Санкт Петербург : Питер, 2004. – 560 с.
11. Нариманов Г. С. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью / Г. С. Нариманов, Л. В. Докучаев, И. А. Луковский. – М. : Машиностроение, 1977. – 208 с.
12. Численное моделирование свободных пространственных колебаний жидкости в емкостях сложной конфигурации / И. Д. Блоха, Г. И. Богомаз, А. Д. Николаев, С. А. Супота // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2006. – №6. – С. 75–80.
13. Kohnke P. Ansys, Inc. Theory Manual 001369, Twelfth Edition / P. Kohnke. – Canonsburg : SAS IP, 2001. – 1266 p.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 06.04.12,
в окончательном варианте 18.05.12