

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ С ДВУМЯ СОЛНЕЧНЫМИ ОТРАЖАТЕЛЯМИ

Предложено математическое описание углового движения космической электростанции с двумя солнечными отражателями. Получены алгоритмы определения положения отражателей при движении электростанции по орбите. Проведены исследования основных закономерностей движения рассмотренной станции.

Запропоновано математичний опис кутового руху космічної електростанції з двома сонячними відбивачами. Отримано алгоритми визначення положення відбивачів при русі електростанції по орбіті. Проведено дослідження основних закономірностей руху розглянутої станції.

The mathematical description of an angular motion of the space power station with the two solar reflectors is proposed. Algorithms for determination of the reflectors position during the orbital motion of the power station are obtained. Generalities of motion of the power station under consideration are studied.

Введение. Концепция получения электроэнергии из солнечного излучения в космосе и ее передача беспроводным путем для использования на Землю была впервые предложена доктором Питером Глейзером [1]. В течение 1976 – 1980 годов Министерством энергетики США при поддержке НАСА были проведены различные исследования этой концепции. Результаты исследований послужили основой при создании в 1979 году проекта базовой солнечной космической электростанции (КЭС). Основой предложенной концепции является огромная платформа размером 5×10 км, собранная на орбите. По результатам исследований этого проекта в 1981 году Национальный совет по научным исследованиям США пришел к заключению, что реализация солнечной КЭС технически осуществима, но экономически нецелесообразна. В заключении совета также говорилось о необходимости продолжить исследования в сопутствующих областях науки и техники и пересмотреть вывод о целесообразности через 10 лет.

В 1995 году НАСА начала выполнять программу «Свежий взгляд» (Fresh Look) [2]. Целью этой программы была оценка целесообразности создания КЭС с учетом существующего уровня развития технологий. В рамках программы «Свежий взгляд» были предложены проекты КЭС с названиями «Солнечная башня» [3] и «Солнечный диск». Несмотря на революционность этих проектов, практическая их реализация оставалась проблематичной из-за большой массы выводимого на орбиту груза. Однако, исследования в области космической энергетики продолжились в США не только под эгидой НАСА, но и других организаций, например Министерства обороны.

Кроме США работы по созданию КЭС ведутся в Европейском союзе, России, Китае, Японии и других государствах. Особенно активно в этом направлении работает Япония. Для организации работ, связанных с разработкой КЭС, в Японии создан специальный комитет, состоящий из 15 рабочих групп и более 200 специалистов. Японским космическим агентством с 1990 года был предложен ряд проектов КЭС, например SPS 2000 [4], SPS 2001, SPS 2002, SPS 2003. В 2009 году Япония объявила о том, что группа из 16 компаний работает над созданием первой коммерческой КЭС. При этом назывались ориентировочные сроки ввода ее в эксплуатацию – 2030 – 2040 годы, а также отмечалось, что объемы инвестиций превысят 21 миллиард долларов США [5].

На 62-м Международном астронавтическом конгрессе в 2011 году фирмой Mitsubishi Heavy Industries был презентован концептуальный проект новой КЭС мощностью 430 МВт [6]. Ключевыми элементами этого проекта являются комбинированная панель (КП), выполняющая функции преобразователя солнечного излучения в электрический сигнал СВЧ и передающей антенны, а также два солнечных отражателя (СО) (рис. 1). На одной стороне КП, ориентированной постоянно на Землю, установлены излучатели активной фазированной антенной решетки, а на противоположной стороне панели расположены фотоэлектрические преобразователи. Постоянная освещенность фотопреобразователей при движении КЭС по орбите обеспечивается определенным положением СО.

Особенностью этого проекта является значительное снижение массы системы и стоимости выведения КЭС. Авторы проекта считают, что к 2030 году для этого проекта реально достичь величины показателя, характеризующего отношение орбитальной массы системы к выходной электрической мощности, на уровне 1 г/Вт, что в 250 раз меньше по сравнению с текущей ситуацией. При этом предполагается снизить в два раза по сравнению с имеющимися проектами стоимость выведения КЭС на орбиту. Значительное снижение массы станции и стоимости ее выведения позволило снизить оценочную стоимость получения электроэнергии до 20 Иен/кВт, что сравнимо со стоимостью электричества, вырабатываемого на гидроэлектростанциях (15 Иен/кВт). Такие технико-экономические показатели предложенного концептуального проекта КЭС позволяют смотреть с оптимизмом на перспективы получения электроэнергии из космоса. В связи с этим представляется целесообразным проведение более глубоких исследований различных систем предложенного варианта электростанции.

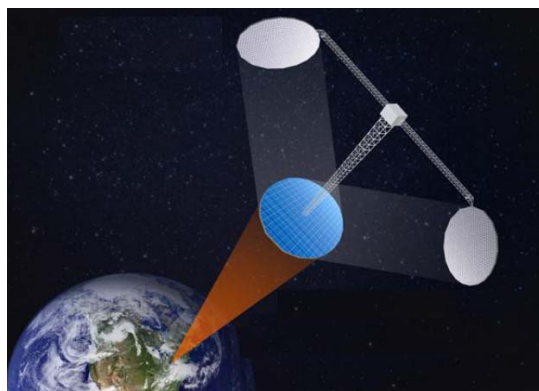


Рис. 1

Одной из важнейших систем является система ориентации КЭС, которая должна управлять положением в пространстве больших солнечных отражателей для непрерывного попадания солнечных лучей на фотоэлектрические преобразователи, а также обеспечить ориентацию микроволновых пучков энергии на приемные пункты на Земле. Для проведения таких исследований необходимо иметь математическую модель, адекватно описывающую угловое движение станции. В связи с этим, целью настоящей статьи является разработка математической модели и исследование закономерностей вращательного движения КЭС с двумя солнечными отражателями.

Постановка задачи. Будем рассматривать солнечную КЭС, расположенную на геостационарной орбите. КЭС состоит из модуля реактивных двигателей, к которому с использованием ферменных конструкций крепятся КП и два СО (рис 1). КП закреплена жестко на конце фермы. Наведение расположенной на одной стороне КП передающей антенны на Землю осуществляется путем определенной ориентации станции в орбитальной системе координат. СО крепятся к фермам с помощью шарнирных соединений. Направление отраженных лучей Солнца на фотопреобразователи при движении КЭС по орбите достигается соответствующей ориентацией отражателей относительно КП. Необходимо получить математическую модель такой КЭС, позволяющую проводить исследования углового движения рассматриваемой системы.

Физическая модель. Для математического описания движения КЭС удобно представить в виде системы связанных тел (рис. 2). Система состоит из центрального тела T_c – модуля реактивных двигателей. Центральное тело связано с телами T_i ($i = 1, 2, 3$), представляющими собой фермы. В свою очередь, тела T_i связаны с телами T_{i1} . Телами T_{11} и T_{21} будем моделировать СО, а телом T_{31} – КП. Элементы T_{11} , T_{21} , T_{31} целесообразно аппроксимировать плоскими пластинами, а тела T_c и T_i – призматическими стержнями. Конструкция КЭС может быть подвержена упругим и температурным деформациям, однако с учетом ограничений на размер статьи на начальном этапе исследований будем считать все элементы конструкции твердыми абсолютно жесткими телами.

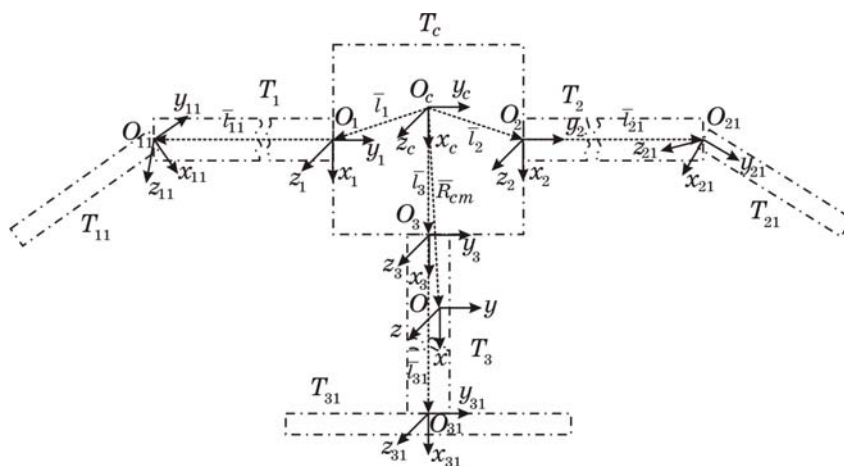


Рис. 2

Системы координат. Для описания движения вокруг центра масс КЭС будем использовать следующие правые ортогональные системы координат: $O_zx_Iy_Iz_I$ – геоцентрическая экваториальная система координат, используемая в качестве инерциальной системы координат (ИСК); начало системы координат O_z расположено в центре Земли, ось O_zx_I направлена в точку весеннего равноденствия, O_zz_I совпадает с осью вращения Земли и направлена на север;

$O_z x_s y_s z_s$ – солнечно-эклиптическая система координат (СЭСК); ось $O_z x_s$ направлена по линии Земля – Солнце, ось $O_z y_s$ – по касательной к эклиптике в сторону движения Солнца по эклиптике;

$O x_o y_o z_o$ – орбитальная система координат (ОСК); ось $O x_o$ направлена вдоль радиуса-вектора, соединяющего центр Земли с центром масс КА, ось $O y_o$ – в направлении движения КА по орбите;

$O_c x_c y_c z_c$, $O_i x_i y_i z_i$, $O_{i1} x_{i1} y_{i1} z_{i1}$ – связанные с телами T_c , T_i , T_{i1} системы координат, расположение которых показано на рис 2.;

$Oxyz$ – системная система координат (ССК), начало которой связано с текущим центром масс КЭС, оси ССК параллельны соответствующим осям системы координат $O_c x_c y_c z_c$, в ориентированном положении ось Ox совпадает с направлением оси Ox_o ОСК.

Ориентацию ОСК относительно ССК будем задавать углами Крылова φ , ψ , ϑ [7]. Матрица перехода от ОСК к ССК может быть представлена следующим образом

$$T_{co} = \begin{vmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi & \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 & 0 & 1 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

Переход от ИСК к СЭСК может быть описан с использованием переходной матрицы T_{si}

$$T_{si} = \begin{vmatrix} \cos \lambda_s & \sin \lambda_s & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \lambda_s & \cos \lambda_s & 0 & 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{vmatrix},$$

где λ_s – эклиптическая долгота Солнца; ε – наклонение плоскости эклиптики к плоскости экватора.

Матрица перехода от ИСК к ОСК имеет следующий вид:

$$T_{oi} = \begin{vmatrix} \cos u & \sin u & 0 & 1 & 0 & 0 & \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin u & \cos u & 0 & 0 & \cos j & \sin j & -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\sin j & \cos j & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где u – аргумент широты; j – наклонение орбиты к плоскости экватора; Ω – долгота восходящего узла.

Ориентация системы координат $O_i x_i y_i z_i$ относительно $O_c x_c y_c z_c$ определяется переходной матрицей C_i . Матрица C_i формируется следующим образом:

$$C_i = C_i^1 C_i^2 C_i^3, \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$\text{где } C_i^1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i^1 & 0 & \sin \alpha_i^1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_i^1 & 0 & \cos \alpha_i^1 \end{bmatrix}, C_i^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i^2 & -\sin \alpha_i^2 \\ 0 & \sin \alpha_i^2 & \cos \alpha_i^2 \end{bmatrix},$$

$$C_i^3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i^3 & -\sin \alpha_i^3 & 0 \\ \sin \alpha_i^3 & \cos \alpha_i^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогичным образом матрица C_{i1} задает ориентацию системы координат $O_{i1}x_{i1}y_{i1}z_{i1}$ относительно $O_ix_iz_i$.

Уравнения динамики. Уравнение движения относительно центра масс на основании теоремы о сохранении момента количества движения можно представить следующим образом [7]:

$$\Theta \dot{\bar{\omega}} + \dot{\Theta} \bar{\omega} + \bar{\omega} \times \Theta \bar{\omega} + \dot{\bar{K}} + \bar{\omega} \times \bar{K} = \bar{M},$$

где $\bar{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости КЭС; Θ – тензор инерции КЭС в полюсе O ; $\dot{\Theta}$ – тензор, компоненты которого равны производным по времени от соответствующих компонент Θ ; \bar{K} – главный момент относительных количеств движения относительно полюса O ; $\dot{\bar{K}}$ – вектор, проекции которого на оси, связанные с несущим телом, равны производным по времени от проекций на них вектора \bar{K} ; \bar{M} – главный момент относительно полюса O всех активных сил.

Тензор инерции КЭС может быть записан в следующем виде:

$$\Theta = -M \left[(\bar{r}_{cm} \cdot \bar{r}_{cm}) E - \bar{r}_{cm} \bar{r}_{cm}^T \right] + \int_{m_c} \left[(\bar{r}_c \cdot \bar{r}_c) E - \bar{r}_c \bar{r}_c^T \right] dm_c +$$

$$+ \sum_{i=1}^3 \left[\left[(\bar{l}_i \cdot \bar{l}_i) E - (\bar{l}_i \bar{l}_i)^T \right] m_i + \left[(\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) \cdot (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) E - (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1})^T \right] m_{i1} + \right.$$

$$+ \int_{m_i} \left[(\bar{r}_i \cdot \bar{r}_i) E - (C_i \bar{r}_i) (C_i \bar{r}_i)^T + 2 \bar{l}_i \cdot (C_i \bar{r}_i) E - \bar{l}_i (C_i \bar{r}_i)^T - (C_i \bar{r}_i) \bar{l}_i^T \right] dm_i +$$

$$+ \int_{m_{i1}} \left[(\bar{r}_{i1} \cdot \bar{r}_{i1}) E - (C_i C_{i1} \bar{r}_{i1}) (C_i C_{i1} \bar{r}_{i1})^T + 2 (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) \cdot (C_i C_{i1} \bar{r}_{i1}) E - \right.$$

$$\left. - (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) (C_i C_{i1} \bar{r}_{i1})^T - (C_i C_{i1} \bar{r}_{i1}) (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1})^T \right] dm_{i1},$$

где \bar{r}_{cm} – вектор, соединяющий начала систем координат $O_c x_c y_c z_c$ и $Oxyz$; \bar{l}_i – векторы, соединяющие начала систем координат $O_ix_iz_i$ и $O_{i1}x_{i1}y_{i1}z_{i1}$; \bar{l}_{i1} – вектор, соединяющий начала систем координат $O_c x_c y_c z_c$ и $O_ix_iz_i$; dm_c , dm_i , dm_{i1} – массы элементов тел T_c , T_i , T_{i1} соответственно; r_c , r_i , r_{i1} – радиус-векторы, задающие положение точек тел системы относительно начал систем координат $O_c x_c y_c z_c$, $O_ix_iz_i$, $O_{i1}x_{i1}y_{i1}z_{i1}$ соот-

ответственно; m_c , m_i , m_{i1} – массы тел T_c , T_i , T_{i1} соответственно; E – единичная матрица.

Вектор \bar{r}_{cm} может быть вычислен следующим образом:

$$\bar{r}_{cm} = \frac{1}{M} \left\{ \int_{m_c} \bar{r}_c dm_c + \sum_{i=1}^3 \left[\int_{m_i} (\bar{l}_i + C_i \bar{r}_i) dm_i + \int_{m_{i1}} (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1} + C_i C_{i1} \bar{r}_{i1}) dm_{i1} \right] \right\},$$

где M – масса всей системы.

Выражение для вычисления производной от тензора инерции по времени имеет такой вид:

$$\dot{\Theta} = -M \left[2\dot{\bar{r}}_{cm}^T \bar{r}_{cm} E - \dot{\bar{r}}_{cm} \bar{r}_{cm}^T - \bar{r}_{cm} \dot{\bar{r}}_{cm}^T \right] + \sum_{i=1}^3 \left[-C_i \dot{C}_{i1} P_{i1}^2 C_{i1}^T C_i^T - \right. \\ \left. - C_i C_{i1} P_{i1}^2 \dot{C}_{i1}^T C_i^T - \bar{l}_i \bar{P}_{i1} \dot{C}_{i1}^T C_i^T - C_i \bar{l}_i \bar{P}_{i1}^T \dot{C}_{i1}^T C_i^T - C_i \dot{C}_{i1} \bar{P}_{i1} \bar{l}_i^T - C_i \dot{C}_{i1} \bar{P}_{i1} \bar{l}_i^T C_i^T \right],$$

$$\text{где } \bar{P}_{i1} = \int_{m_{i1}} \bar{r}_{i1} dm_{i1}, \quad P_{i1}^2 = \int_{m_{i1}} \bar{r}_{i1} \bar{r}_{i1}^T dm_{i1}.$$

Векторы \bar{K} и $\dot{\bar{K}}$ могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\bar{K} = -M (\bar{r}_{cm} \times \dot{\bar{r}}_{cm}) + \sum_{i=1}^3 \left[\int_{m_{i1}} \left[(C_i C_{i1} \bar{r}_{i1}) \times (C_i \dot{C}_{i1} \bar{r}_{i1}) + (\bar{l}_i + C_i \bar{l}_{i1}) \times (C_i \dot{C}_{i1} \bar{r}_{i1}) \right] dm_{i1} \right],$$

$$\dot{\bar{K}} = -M (\dot{\bar{r}}_{cm} \times \ddot{\bar{r}}_{cm}) + \sum_{i=1}^3 \left[\int_{m_{i1}} \left[\bar{l}_i \times (C_i \ddot{C}_{i1} \bar{r}_{i1}) + \right. \right. \\ \left. \left. + C_i (\bar{l}_{i1} \times (\ddot{C}_{i1} \bar{r}_{i1})) + C_i ((C_{i1} \bar{r}_{i1}) \times (\ddot{C}_{i1} \bar{r}_{i1})) \right] dm_{i1} \right],$$

$$\text{где } \dot{\bar{r}}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 C_i \dot{C}_{i1} \bar{r}_{i1} dm_{i1}, \quad \ddot{\bar{r}}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^3 C_i \ddot{C}_{i1} \bar{r}_{i1} dm_{i1}.$$

Кинематические соотношения, связывающие производные углов ориентации с проекциями угловой скорости КЭС на оси ОСК, записываются таким образом [8]:

$$\begin{vmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{vmatrix} = \frac{1}{\cos \vartheta} \begin{vmatrix} \cos \psi & \mathbf{0} & \sin \psi \\ \cos \psi \sin \vartheta & \cos \vartheta & \sin \psi \sin \vartheta \\ -\sin \psi \cos \vartheta & \mathbf{0} & \cos \psi \cos \vartheta \end{vmatrix} \bar{\omega}_{co},$$

где $\bar{\omega}_{co}$ – вектор угловой скорости КЭС относительно ОСК.

Вектор $\bar{\omega}_{co}$ определяется выражением

$$\bar{\omega}_{co} = \bar{\omega} - T_{co} \bar{\omega}_{oi},$$

где T_{co} – матрица перехода от ОСК к ССК; $\bar{\omega}_{oi}$ – вектор угловой скорости ОСК относительно ИСК.

Возмущающие моменты. На угловое движение спутника, находящегося на геостационарной орбите, преобладающее влияние оказывают гравитационное поле Земли и солнечное давление. Кроме того, в случае КЭС следует рассматривать влияние электромагнитного излучения от передающей антенны.

Гравитационный момент, действующий на КЭС, может быть вычислен по формуле [8]

$$\bar{M}_g = \frac{3\mu}{R_0^3} \bar{\xi}_g \times \Theta \bar{\xi}_g,$$

где μ – гравитационная постоянная Земли; R_0 – расстояния от центра Земли до центра масс КЭС; $\bar{\xi}_g$ – единичный вектор, направленный по радиус-вектору, соединяющему центр Земли с центром масс КЭС.

Вектор $\bar{\xi}_g$ представляет собой первый вектор-столбец матрицы T_{co} перехода от ОСК к ССК.

Момент сил солнечного давления может быть вычислен с помощью соотношения [9]

$$\bar{M}_s = (1 - \varepsilon)M_s^+ + \varepsilon M_s^-,$$

где ε – коэффициент отражения; M_s^+ , M_s^- – моменты, возникающие при поглощении и отражении излучения соответственно.

Моменты M_s^+ и M_s^- определяются следующим образом:

$$M_s^+ = h_0 \bar{\tau} \times \int_{s^*} \bar{r}_s (\bar{\tau} \cdot \bar{n}) ds, \quad M_s^- = 2h_0 \int_{s^*} \bar{n} \times \bar{r}_s (\bar{\tau} \cdot \bar{n})^2 ds,$$

где h_0 – солнечная постоянная, равная $4,64 \times 10^{-6}$ Н/м²; $\bar{\tau}$ – единичный вектор, направленный на источник света; \bar{n} – орт внешней нормали отражающей площадки, \bar{r}_s – радиус-вектор текущей точки КЭС относительно центра масс, ds – элемент поверхности; s^* – освещенная поверхность.

Модуль реактивной силы F_a , создаваемой за счет электромагнитного излучения передающей антенны, можно оценить по формуле

$$F_a = \frac{P_a}{c},$$

где P_a – подводимая к антенне мощность; c – скорость света в вакууме.

Момент, создаваемый передающей антенной, определяется выражением

$$\bar{M}_a = \bar{r}_a \times (F_a \bar{\xi}_a),$$

где $\bar{\xi}_a$ – орт, задающий направление антенны на Землю; \bar{r}_a – радиус-вектор, определяющий плечо приложения силы относительно центра масс.

Положение отражателей. При движении КЭС по орбите СО должны изменять свое положение таким образом, чтобы обеспечить освещенность фотопреобразователей на КП. Положение СО определяется углами α_{i1}^1 , α_{i1}^3 ($i = 1, 2$). Эти углы могут быть определены с использованием закона зеркального отражения.

Косинус угла между падающим солнечным лучом и вектором нормали к поверхности отражателя \bar{n}_{i1} может быть определен с использованием правила скалярного умножения векторов следующим образом:

$$\cos \gamma_{pi} = \frac{\overline{L_{i1}O_s} \cdot \bar{n}_{i1}}{|\overline{L_{i1}O_s}| |\bar{n}_{i1}|}, \quad i = 1, 2,$$

где $\overline{L_{i1}O_s}$ – вектора, соединяющие центры отражателей и Солнца; \bar{n}_{i1} – орт нормали СО.

Выражение для вычисления вектора $\overline{L_{i1}O_s}$, соединяющего центр отражателя и Солнца, может быть представлено в следующем виде (рис. 3):

$$\overline{L_{i1}O_s} = \overline{O_cO_z} + \overline{O_zO_s} + \overline{L_{i1}O_c}, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

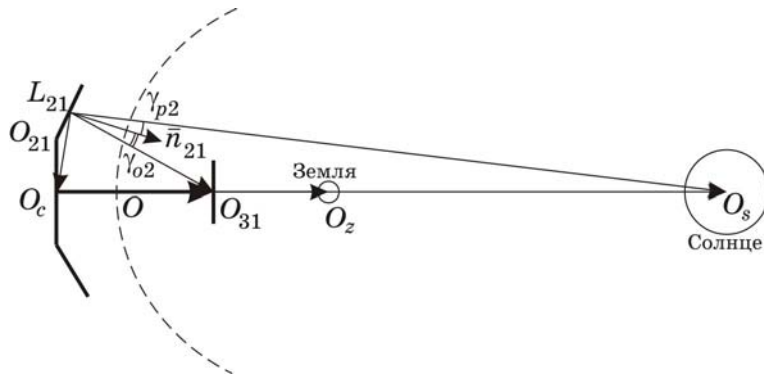


Рис. 3

Вектор $\overline{O_cO_z}$, входящий в выражение (1), имеет следующий вид:

$$\overline{O_cO_z} = (R_z + h_o + r_{cm}^x) \bar{\xi}_{zg},$$

где R_z – средний радиус Земли ($6,371 \cdot 10^6$ м), h_o – высота орбиты, r_{cm}^x – проекция вектора \bar{r}_{cm} на ось Ox .

Вектор $\overline{O_zO_s}$ может быть представлен таким образом:

$$\overline{O_zO_s} = (R_z + R_s + h_s) \bar{\xi}_{zs},$$

где h_s – среднее расстояние от Земли до Солнца ($149,6 \cdot 10^9$ м), R_s – средний радиус Солнца ($0,664 \cdot 10^9$ м), $\bar{\xi}_{zs}$ – единичный вектор, задающий направление Земля – Солнце.

Выражение для нахождения вектора $\overline{C_{i1}O_c}$ имеет вид

$$\overline{L_{i1}O_c} = C_i \overline{O_{i1}O_c}^{(i)} + C_i C_{1i} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) \overline{L_{i1}O_{i1}}^{(i1)}, \quad i = 1, 2.$$

Здесь верхние индексы (i) и $(i1)$ означают, что векторы заданы проекциями на оси систем координат $O_i x_i y_i z_i$ и $O_{i1} x_{i1} y_{i1} z_{i1}$ соответственно.

Орт нормали СО $\overline{n_{i1}}$ определяется следующим образом:

$$\overline{n_{i1}} = C_i C_{1i} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) [1, 0, 0]^T, \quad i = 1, 2.$$

Косинус угла между отраженным солнечным лучом и вектором нормали к поверхности отражателя $\overline{n_{i1}}$ может быть представлен с помощью выражения

$$\cos \gamma_{oi} = \frac{\overline{L_{i1}O_{31}} \cdot \overline{n_{i1}}}{|\overline{L_{i1}O_{31}}| |\overline{n_{i1}}|}, \quad i = 1, 2,$$

где $\overline{L_{i1}O_{31}} = \overline{L_{i1}O_c} + \overline{O_c O_{31}}$.

Принимая во внимание то, что при зеркальном отражении света угол падения равен углу отражения, первое уравнение системы для нахождения углов α_{i1}^1 и α_{i1}^3 может быть представлено в виде

$$\cos \gamma_{pi} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) - \cos \gamma_{oi} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Второе уравнение получим с использованием свойства компланарности векторов $\overline{L_{i1}O_s}$, $\overline{n_{i1}}$, $\overline{L_{i1}O_{31}}$ при отражении света. Это условие можно записать так:

$$\overline{L_{i1}O_s} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) (\overline{n_{i1}} \times \overline{L_{i1}O_{31}} (\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3)) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Для нахождения углов ориентации отражателей α_{i1}^1 , α_{i1}^3 необходимо решать систему нелинейных уравнений (2) – (3).

Исходные данные. Массо-габаритные характеристики тел системы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тело	Длина, км	Ширина, км	Высота, км	Масса, т
T_c	0,2	0,2	0,2	55
T_1	1	0,1	0,1	13
T_2	1	0,1	0,1	13
T_3	3	0,14	0,14	45
T_{11}	1	1	0,01	12,5
T_{21}	1	1	0,01	12,5
T_{31}	1,3	1,3	0,05	200

Исследование движения КЭС. На рис. 4, 5 изображены зависимости углов ориентации отражателей α_{i1}^1 , α_{i1}^3 от времени. Зависимости углов α_{i1}^1 совпадают для первого и второго отражателя. На рис. 5 линией 1 изображен график изменения угла α_{i1}^3 для первого отражателя, линией 2 – для второго. Эти зависимости определены путем численного решения следующей задачи нелинейного программирования:

$$F = \min(\cos \gamma_{pi}(\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) - \cos \gamma_{oi}(\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3)), \quad (4)$$

$$\overline{L_{i1}O_s}(\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) \overline{n_{i1}} \times \overline{L_{i1}O_{31}}(\alpha_{i1}^1, \alpha_{i1}^3) = 0,$$

$$-\pi < \alpha_{11}^1 < \pi, \quad -\pi < \alpha_{21}^1 < \pi, \quad 0 < \alpha_{11}^3 < \pi, \quad \pi < \alpha_{21}^3 < 2\pi.$$

На рис. 6 линией 1 изображена зависимость функционала (4) от времени для отражателя 1, а линией 2 – для отражателя 2. По этому рисунку видно, что отрезки времени, когда не обеспечивается попадание отраженных солнечных лучей на фотопреобразователи ($F \neq 0$), не пересекаются для отражателя 1 и 2. Таким образом, предложенная программа движения отражателей позволяет обеспечить непрерывное попадание солнечного света на фотопреобразователи. Изменения проекций на оси ССК орта $\overline{\xi_s}$ показаны на рис. 7. При проведении расчетов использовалось начальное значение эклиптической долготы Солнца $\lambda_s = \pi/4$.

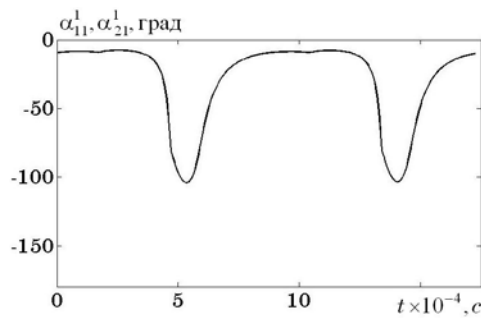


Рис. 4

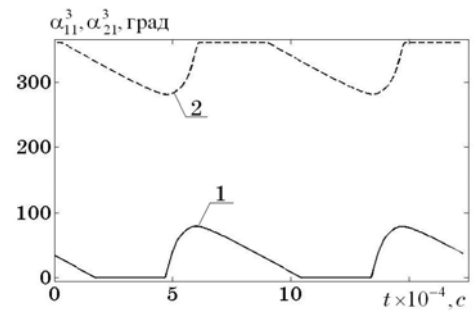


Рис. 5

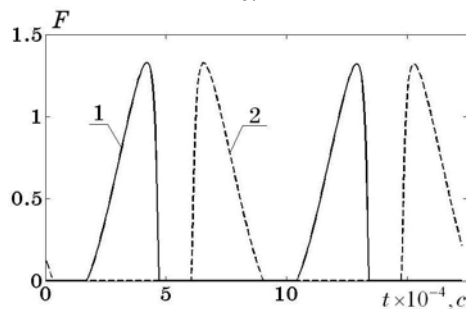


Рис. 6

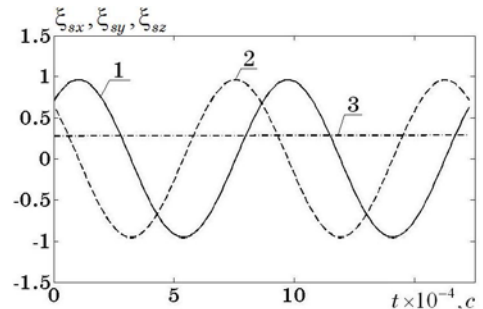


Рис. 7

На рис. 8 – 12 показаны зависимости углов ориентации станции от времени. На этих рисунках линиями 1, 2, 3 отображены графики для углов φ , ψ , ϑ соответственно. Расчетные случаи движения КЭС с учетом только гравитационных воздействий.

тационного момента показаны на рис. 8, 9. На рис. 8 показано движение станции при неподвижных отражателях ($\alpha_{11}^1 = \alpha_{21}^1 = 0$, $\alpha_{11}^3 = \alpha_{21}^3 = \pi/4$), а на рис. 9 – угловое движение станции с учетом вращения рефлекторов при отслеживании Солнца. По рис. 9 видно, что вращение СО оказывает существенное влияние на свободное движение КЭС, вызывая его неустойчивость. Графики на рис. 10, 11 отличаются от предыдущих двух рисунков включением в состав момента активных сил возмущений, вызванных солнечным давлением. Анализ этих рисунков показывает весомость влияния этого фактора на угловое движение станции. В связи с этим при дальнейших исследованиях целесообразен более точный учет возмущающего момента сил солнечного давления.

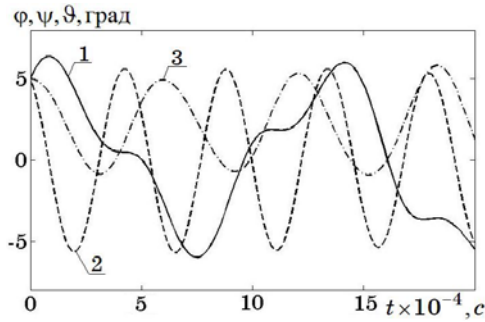


Рис. 8

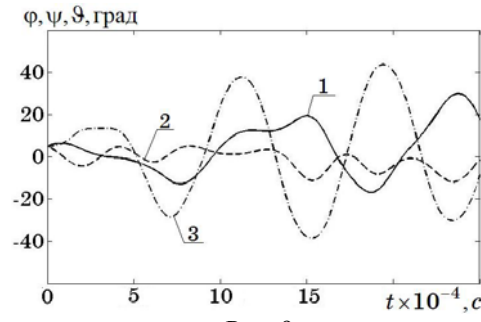


Рис. 9

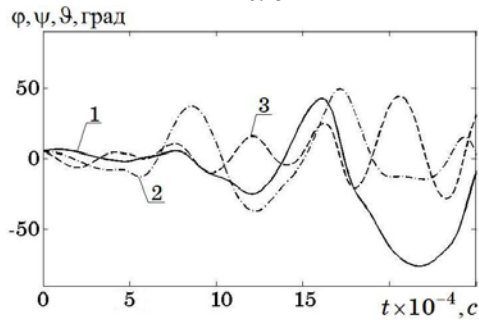


Рис. 10

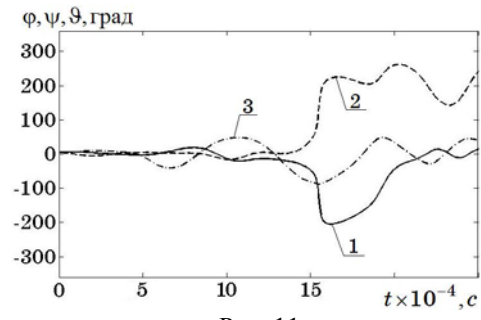


Рис. 11

Рассмотрим случай активного управления ориентацией КЭС. Управляющие воздействия формируются следующим образом:

$$M_u^x = -\theta_{11}(k_p \varphi + k_d \dot{\varphi}), \quad M_u^y = -\theta_{22}(k_p \psi + k_d \dot{\psi}), \quad M_u^z = -\theta_{33}(k_p \vartheta + k_d \dot{\vartheta}),$$

$$k_p = \Omega_r^2, \quad k_d = 2\Omega_r,$$

где θ_{11} , θ_{22} , θ_{33} – диагональные элементы тензора инерции станции Θ ; Ω_r – верхняя граница полосы пропускания регулятора.

На рис. 12 изображены зависимости углов ориентации КЭС при учете возмущающих и управляющих воздействий. По рисунку видно, что при выбранной полосе пропускания ($\Omega_r = 6 \cdot 10^{-4}$ рад/с) регулятор обеспечивает ориентацию станции с погрешностью не более одного градуса. При этом затраты на поддержание ориентации рассмотренной КЭС значительно ниже, чем электростанций, ориентированных в СЭСК, например, проекта „Abacus”

[10] с аналогичными массо-инерционными характеристиками. Это объясняется тем, что для рассмотренной КЭС при отклонении ССК относительно ОСК действие моментов гравитационных сил и излучения передающей антенны направлено таким образом, чтобы компенсировать это отклонение. Тем не менее, следует отметить, что такой простой пропорционально-дифференциальный регулятор на практике может не обеспечить требуемой точности с учетом неопределенности задания характеристик станции и значительной деформируемости ее конструкции. В связи с этим, в дальнейшем целесообразно при исследовании управляемого движения КЭС рассмотреть использование более сложных законов регулирования, например предложенных в работе [11].

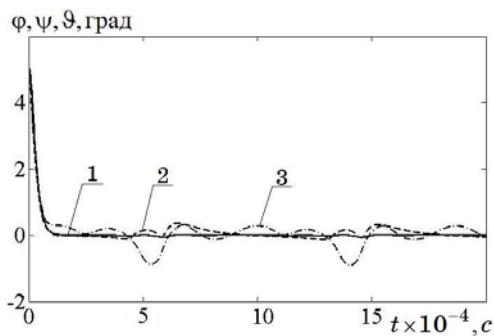


Рис. 12

Заключение. В статье получена математическая модель перспективной космической электростанции с двумя солнечными отражателями. Для математического описания динамики станции предложена модель, состоящая из связанных твердых абсолютно жестких тел. Такой подход позволяет распространить полученные в статье результаты на электростанции различных конфигураций. Рассмотрены особенности вращения солнечных отражателей, и получены алгоритмы определения их положения при движении электростанции по орбите. Используя разработанную математическую модель и алгоритмы определения положения отражателей, изучены основные закономерности свободного и управляемого движения станции.

Исследования, изложенные в настоящей статье, целесообразно продолжить в направлении учета упругих и температурных деформаций элементов конструкции, а также синтеза более совершенных алгоритмов управления.

1. *Glaser P. E.* Power from the Sun : Its Future / *P. E. Glaser* // Science. – 1968. – No. 22(162). – P. 857 – 861.
2. *Mankins J. C.* Space Solar Power : A Fresh Look / *J. C. Mankins* // Proceeding of the AIM Space Programs and Technologies Conference, Huntsville, Alabama. – 1995. – P. 370 – 375.
3. *Mankins J. C.* A technical overview of the "suntower" solar power satellite concept / *J. C. Mankins* // Acta Astronautica. – 2002. – Vol. 50. – P. 369 – 377.
4. *Sasaki S.* Engineering Research for Solar Power Satellite SPS2000 / *S. Sasaki, Y. Naruo, M. Nagatomo* // Proceedings, SPS 97 Conference, Montréal, Canada. – 1997. – P. 73 – 77.
5. *Xinbin H.* Analysis and comparison of various SPS concepts / *H. Xinbin, W. Li, G. Li* // Proceeding of the 62nd International Astronautical Congress [Электронный ресурс]. – 4700 МВ. – Кейптаун, Южная Африка, 2011. – 1 электронный оптический диск (DVD-ROM). – Название с контейнера.
6. *Fukuda N.* Concept study on space solar power system / *N. Fukuda, A. Anma, K. Nimura* // Proceeding of the 62nd International Astronautical Congress [Электронный ресурс]. – 4700 МВ. – Кейптаун, Южная Африка, 2011. – 1 электронный оптический диск (DVD-ROM). – Название с контейнера.
7. *Лурье А. И.* Аналитическая механика / *А. И. Лурье*. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.

8. *Раушенбах Б. В.* Управление ориентацией космических аппаратов / *Б. В. Раушенбах, Е. Н Токарь.* – М. : Наука, 1974. – 600 с.
9. *Белецкий В. В.* Оптимизация управления ориентацией солнечной космической электростанции / *В. В. Белецкий, Е. Д. Ковалева.* – М, 1987. – 21 с. (Препринт Ин-та прикладной математики АН СССР).
10. *Wie. В.* Attitude and Orbit Control of a Very Large Geostationary Solar Power Satellite / *В. Wie, С. Roithmayr* // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics.* – 2005. – Vol. 28, No. 3. – P. 439 – 451.
11. *Хорошилов С. В.* Управление ориентацией солнечной электростанции космического базирования с использованием наблюдателя для расширенного вектора состояния / *С. В. Хорошилов* // *Техническая механика.* – 2011. – Вып. 3. – С. 117 – 125.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 06.07.12,
в окончательном варианте 20.07.12