

**ТОРМОЖЕНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА В КАНАЛЕ ПРИ
РАСПРЕДЕЛЕННОМ ПОДВОДЕ МАССЫ¹**

В рамках модели вязкого слоя численно исследовано влияние распределенного подвода массы через стенки канала и изменения входных параметров на процесс торможения сверхзвукового потока. Показано влияние выбора модели турбулентности на газодинамические характеристики течения в канале.

В межах моделі в'язкого шару чисельно досліджено вплив розподіленого підводу маси крізь стінки каналу та зміни вхідних параметрів на процес гальмування надзвукового потоку. Досліджено вплив вибору моделі турбулентності на газодинамічні характеристики течії в каналі.

In the context of the model of a viscous layer the effects of a distributed mass feed through channel walls and variations in input parameters on breakdown of a supersonic flow are numerically studied. Influence of a choice of the turbulence model on gas dynamical characteristics of the channel flow is shown.

Турбулентное торможение сверхзвуковой струи в канале является важным элементом течения газа во многих технических устройствах. Например, при реализации эффективного торможения в воздухозаборниках с целью обеспечения минимизации потерь полного давления или в камерах сгорания прямоточных реактивных двигателей в системе псевдоскачков [1] для хорошего перемешивания горючего с окислителем, стабилизации зоны горения и повышения полноты сгорания.

К одному из способов торможения сверхзвукового потока в канале относится распределенный подвод массы через его стенки, позволяющий сократить протяженность зоны торможения и тем самым уменьшить линейные размеры устройств.

Характерной особенностью рассматриваемого течения является наличие узких зон с большими градиентами параметров (ударных волн, пограничных слоев, областей смешения), а при наличии горения и большого количества компонент смеси (до нескольких десятков в зависимости от вида горючего). Это выдвигает определенные требования к алгоритмам решения задач. Сложности постановочного и вычислительного характера связаны также с неопределенностями в выборе основных химических реакций, количество которых достаточно велико, в кинетике химических процессов и в выборе моделей турбулентности при наличии горения. Использование полной системы уравнений Навье–Стокса для расчетов таких течений не всегда представляется оправданным. Поэтому на стадии предварительного изучения процессов, а в некоторых случаях и для проведения параметрических расчетов, целесообразно использовать различные упрощенные подходы.

При исследовании торможения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке в канале эффективной оказалась математическая модель, основанная на упрощенных уравнениях Навье–Стокса, в которых опущены вторые производные по продольной координате при сохранении слагаемых, учитывающих изменение давления в поперечных сечениях струи. Решение таких уравнений при наличии локальных дозвуковых зон может быть получено маршевыми конечно-разностными методами, например [2, 3], при использо-

¹ Работа выполнена в рамках проекта №06-01-12(У)/12-01-90416 (Р) НАН Украины - РФФИ 2012

вании регуляризации решения с целью подавления «противопотоковых» возмущений.

Наиболее простой моделью, учитывающей изменение давления в поперечном к основному течению направлении, является модель вязкого слоя [4]. В рамках этой модели течение описывается уравнениями пограничного слоя, дополненными уравнением сохранения поперечного импульса из системы уравнений Эйлера.

Целью статьи является исследование влияния распределенного подвода массы, начальных условий и выбора модели турбулентности на торможение сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке в канале.

Постановка задачи. Рассматривается задача о взаимодействии истекающей из плоского сопла сверхзвуковой недорасширенной струи со спутным дозвуковым потоком в плоском канале постоянной высоты при наличии распределенного равномерного вдува газа через его стенки. Струя и спутный поток на входе в канал полагаются равномерными. Задача решается в рамках модели стационарных уравнений вязкого слоя [5 – 7].

В качестве расчетной области выбран начальный участок канала от входного сечения с полувысотой h и длиной L . Значения полувысоты и длины расчетной области, отнесенные к полувысоте сопла на входе в канал h_a , равны $\bar{h} = 1,3$ и $\bar{L} = 10$ соответственно. В силу симметрии течения рассматривается только часть расчетной области, расположенная выше плоскости симметрии канала. В начальном сечении относительная толщина пограничного слоя равна $\bar{\delta} = \delta/h_a = 0,1$. На входе в канал для струи и спутного потока задаются следующие значения определяющих параметров: число Маха $M_a = 2$, $M_e = 0,5$; статическое давление $p_a = 2$ бар, $p_e = 1$ бар; статическая температура $T_a = T_e = 300$ К.

Для решения задачи формулируется задача Коши. Расчет проводится численно маршевым методом [5] вдоль основного направления течения в канале. Для регуляризации полученного решения используется подход работы [2].

Равномерный вдув газа через стенки канала задается значениями модуля V_w и угла наклона α вектора скорости, статической температуры T_w вдуваемого газа. Значение температуры T_w полагается равным значению в спутном дозвуковом потоке на входе, т.е. $T_w = T_e$.

Рассматривается турбулентный режим течения. Профили скорости и температуры во входном сечении задаются приближенно и соответствуют распределениям на плоской пластине в отсутствие градиента давления [8]

$$\frac{u}{u_e} = \eta^{1/7}, \quad \frac{T}{T_e} = 1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \left[1 - \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \right] + \frac{T_w - T_r}{T_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right),$$

где $r = \sqrt[3]{\text{Pr}_t}$, $\text{Pr}_t = 0,8$ – турбулентное число Прандтля, $T_r = T_e \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \right)$ – равновесная температура, $\eta = (\bar{h} - \bar{y})/\bar{\delta}$ – нормированная координата в пограничном слое.

Расчеты проводились при значении характерного числа Рейнольдса $Re = \rho_a u_a h_a / \mu_a = 10^4$ на базовой сетке, содержащей $N_y = 401$ узлов в поперечном направлении со сгущением к стенке, задаваемым зависимостью вида

$$z = \frac{\ln \left[1 + (a-1) \frac{\bar{y}}{h} \right]}{\ln a},$$

где a – параметр сгущения; при значении $a > 1$ сгущение осуществляется к нижней границе расчетной области, при значении $a < 1$ – к верхней границе.

Параметр a практически равен отношению шага в окрестности верхней границы расчетной области к шагу в окрестности ее нижней границы.

При расчете ламинарного течения значение параметра a выбирается из условия разрешения дозвуковой области в сверхзвуковом пограничном слое, а в случае турбулентного – дополнительно из условия попадания нескольких точек в ламинарный подслой. В соответствии с рекомендациями работы [9] минимальное значение шага в окрестности стенки определяется из условия

$$\Delta y_{\min} = \frac{y^+ \nu}{u_\tau}, \quad y^+ = 2 \div 50,$$

где ν – кинематическая вязкость, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$ – динамическая скорость, τ_w – поверхностное трение на стенке, ρ_w – плотность газа на стенке.

При расчете турбулентных режимов течения использовались три дифференциальные модели турбулентности: однопараметрические модели ($\nu_t - 90$) [10], SALSА [13] и двухпараметрическая модель ($q - \nu$) Савельева [11, 12].

Влияние выбора модели турбулентности. Первоначально были выполнены исследования, позволяющие оценить влияние модели турбулентности на точность расчета характеристик течения в канале. Результаты исследований иллюстрируют графики, представленные на рис. 1 – 3. Для тестируемых моделей турбулентности расчеты проведены при значении модуля относительной скорости вдуваемого газа $\bar{V}_w = V_w / V_a = 0,0216$, соответствующей значению $V_w = 15$ м/с.

На рис. 1 показаны распределения статического давления (a) и плотности (b) вдоль плоскости симметрии (сплошные линии) и стенки (штриховые линии) канала. Позициями 1 – 3 отмечены кривые, полученные в результате расчетов с использованием моделей ($\nu_t - 90$), SALSА и Савельева соответственно.

На рис. 2 приведены распределения статического давления (a) и числа Маха (b) в характерных сечениях. Позициями 1 – 3, как и прежде, отмечены кривые, соответствующие расчетам по тестируемым моделям турбулентности: ($\nu_t - 90$), SALSА и Савельева. Сплошными кривыми показаны распределения в сечении $\bar{x} = 2$, штриховыми – в сечении $\bar{x} = 5$, пунктирными – в сечении $\bar{x} = 10$.

Изолинии поля статического давления при значении $\bar{V}_w = 0,0216$, рассчитанные с использованием тестируемых моделей турбулентности, представлены на рис. 3. На рис. 3,а показаны изобары, рассчитанные с использованием модели $(v_t - 90)$; на рис. 3,б результаты расчета по модели SALSA; на рис. 3,в – по модели Савельева.

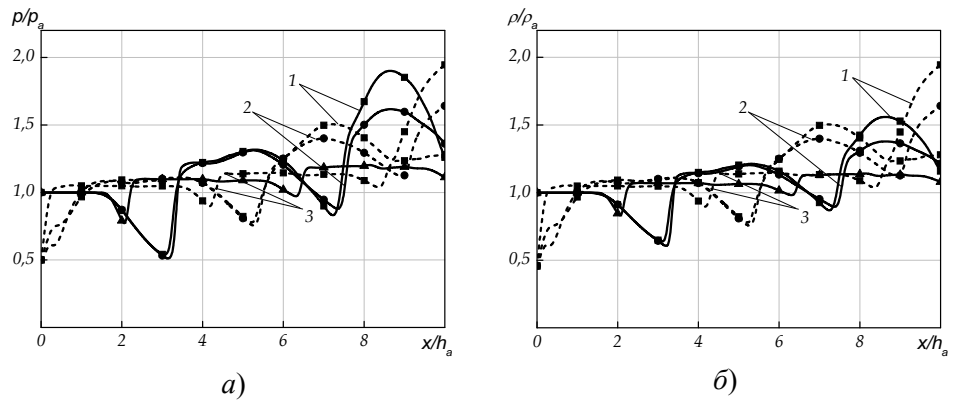


Рис. 1

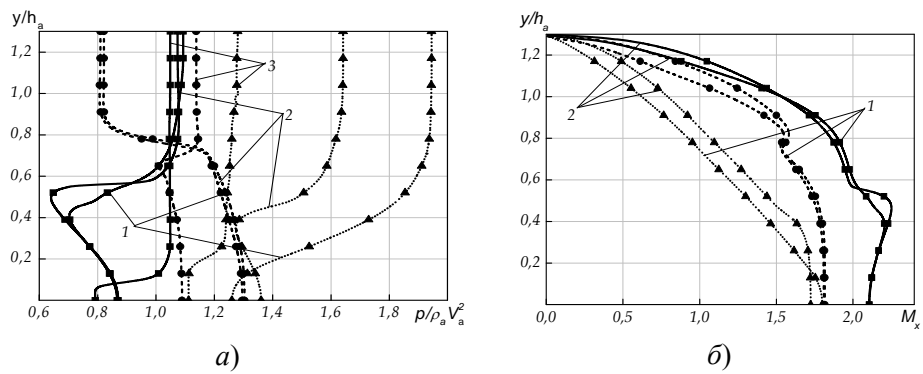


Рис. 2

Из представленных на рис. 1 – 3 графиков видно, что отличие в результатах, полученных с использованием моделей турбулентности $(v_t - 90)$ и SALSA, незначительное, в то время как результаты расчетов по модели Савельева заметно отличаются от результатов, выполненных по моделям $(v_t - 90)$ и SALSA. Следует отметить, что для расчетов турбулентных течений в диффузорах в [9] рекомендована модель SALSA, при этом модель $(v_t - 90)$ не тестировалась в [9]. В дальнейшем все нижеприведенные результаты расчетов получены с использованием модели $(v_t - 90)$, как наиболее простой при реализации в расчетной практике.

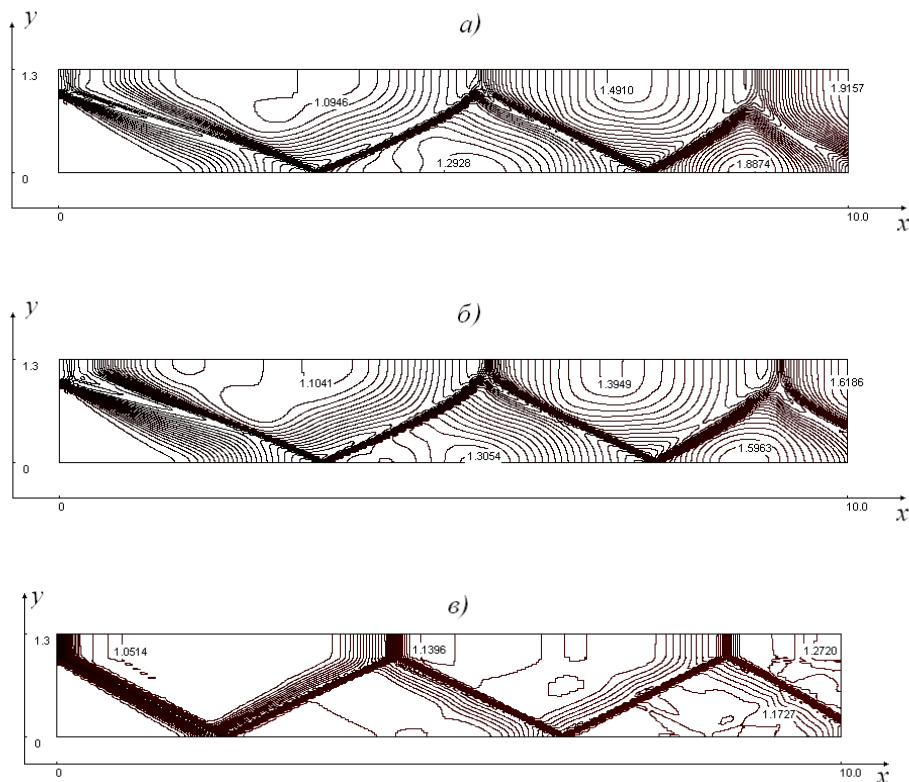


Рис. 3

Влияние равномерного косо́го подвода массы газа через стенки канала. В рамках предложенной модели проведены параметрические расчеты течения в канале, позволяющие оценить влияние интенсивности подвода массы газа через его стенки на характеристики течения. Значение модуля вектора скорости вдуваемого газа V_w варьировалось в диапазоне от 0 до 19 м/с, что соответствует изменению модуля относительной скорости вдуваемого газа $\bar{V}_w = V_w/V_a$ от 0 до 0,0274.

Графические результаты, иллюстрирующие влияние подвода массы, представлены на рис. 4 – 7.

На рис. 4 показаны изолинии статического давления $\bar{p} = p/\rho_a V_a^2$ (а, б), числа Маха $M_x = V_x/a$ (в, г), рассчитанного по продольной компоненте скорости, и плотности $\bar{\rho} = \rho/\rho_a$ (д, е) в расчетной области при двух значениях модуля относительной скорости вдуваемого газа $\bar{V}_w = 0,0072$ (а, в, д) и 0,0274 (б, г, е).

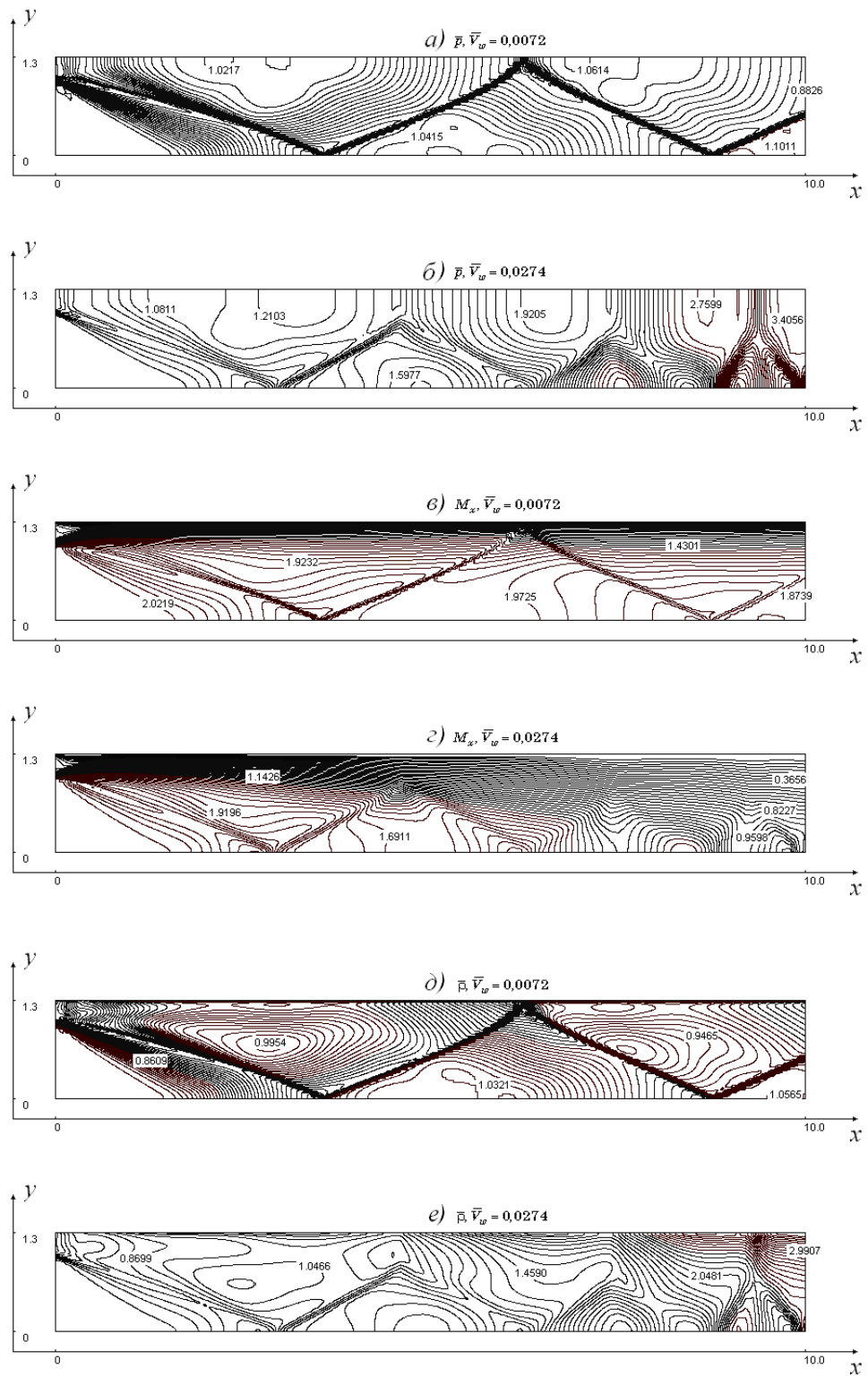


Рис. 4

Влияние модуля относительной скорости вдуваемого газа \bar{V}_w на распределения статического давления (*a*, *б*), плотности (*в*) и числа Маха M_x (*г*) вдоль плоскости симметрии (*a*, *в*, *г*) и стенки (*б*, *в*) канала показано на рис. 5. Позициями 1 – 5 отмечены кривые, соответствующие значениям модуля относительной скорости вдуваемого газа $\bar{V}_w = 0; 0,0072; 0,0144; 0,0216; 0,0274$. Сплошными линиями со значками нанесены распределения параметров вдоль плоскости симметрии течения, штриховыми со значками – вдоль стенки.

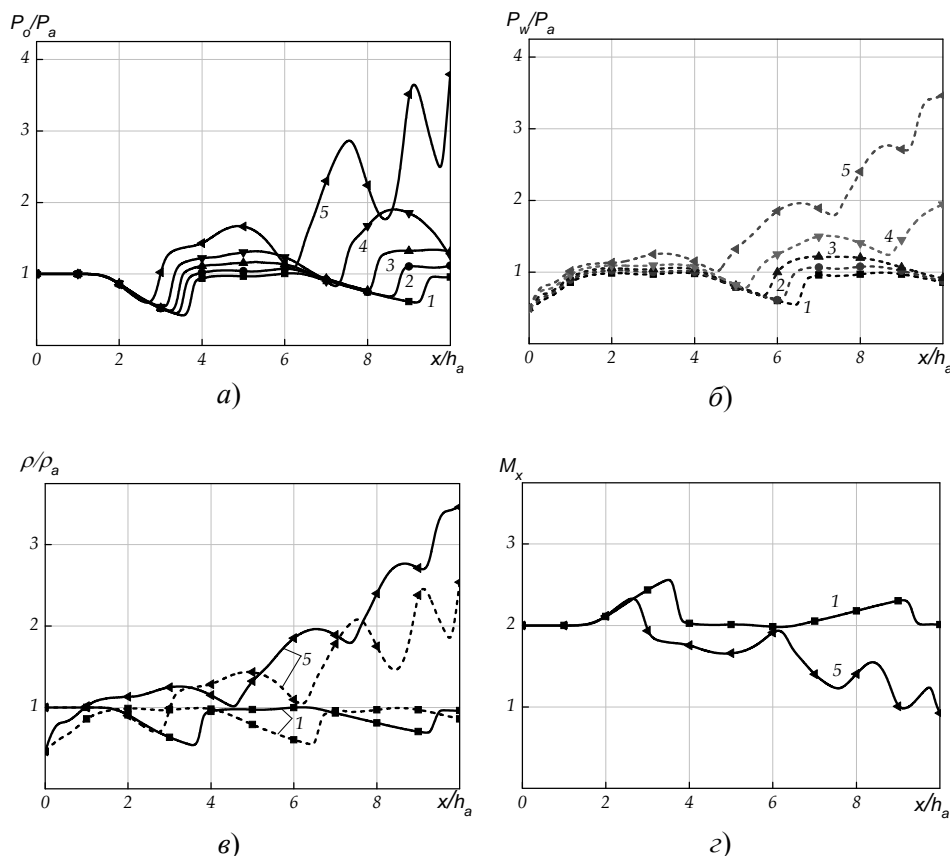


Рис. 5

На рис. 6 (*a* – *г*) показано влияние модуля относительной скорости вдуваемого газа \bar{V}_w на распределение относительного статического давления $\bar{P} = P/\rho_a V_a^2$ в характерных поперечных сечениях канала $\bar{x} = 2; 5; 7; 10$ соответственно.

Влияние модуля относительной скорости вдуваемого газа на распределение относительной плотности (*a*) и числа Маха M_x (*б*) в поперечном сечении канала $\bar{x} = 10$ иллюстрирует рис. 7

На рис. 6, 7 кривые, соответствующие значениям модуля относительной скорости вдуваемого газа $\bar{V}_w = 0; 0,0072; 0,0144; 0,0216; 0,0274$, отмечены позициями 1 – 5.

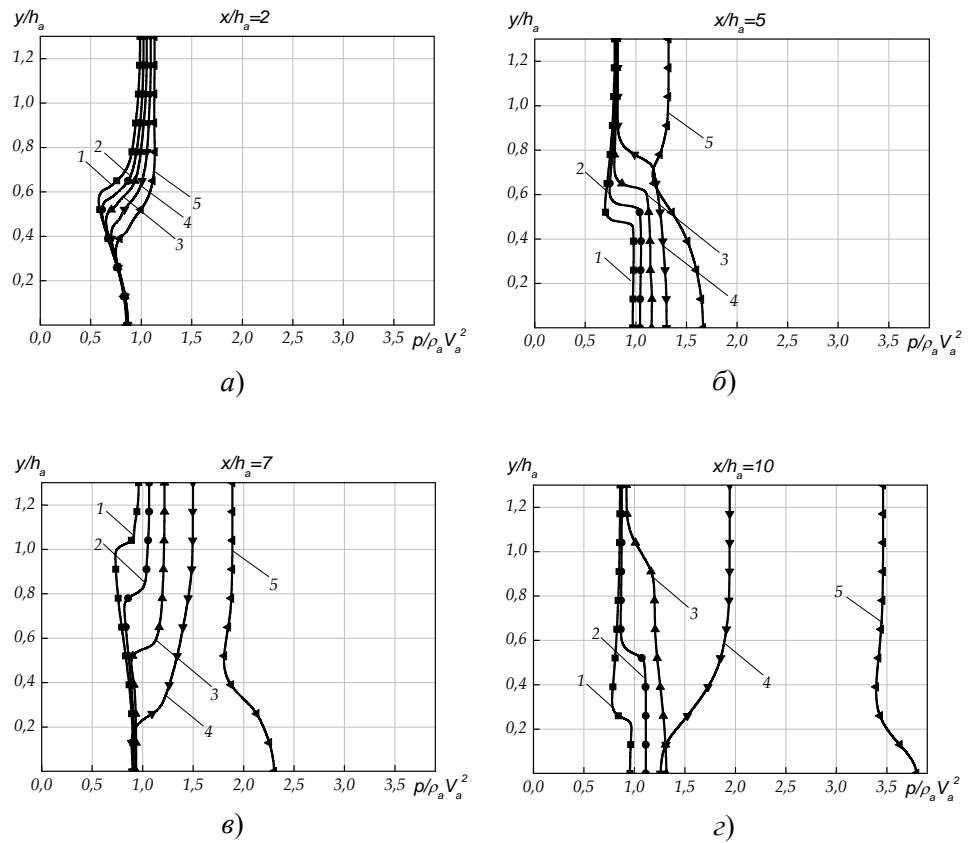


Рис. 6

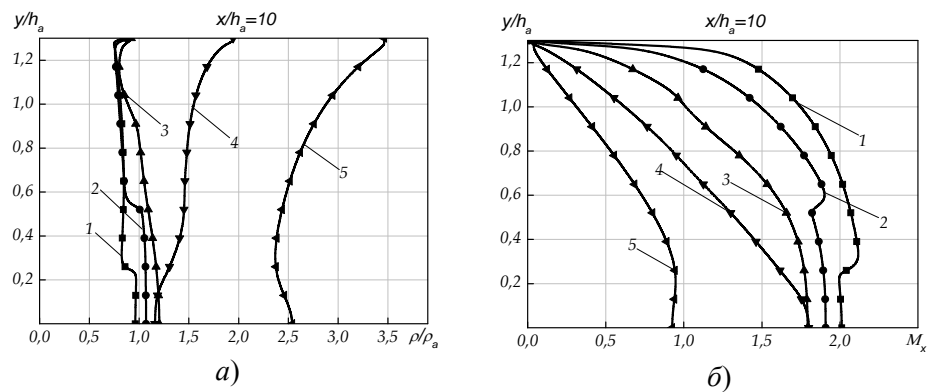


Рис. 7

В результате анализа графического материала, представленного на рис. 4 – 7, можно сделать следующие выводы. Равномерный распределенный подвод массы сквозь стенки канала является эффективным способом торможения сверхзвукового потока. Увеличение модуля скорости вдуваемого газа приводит к повышению уровня статического давления, уменьшению поперечного градиента давления и скорости течения в канале. Все это способствует снижению неравномерности давления на выходе.

Влияние условий на входе в канал на процесс торможения. В качестве варьируемых параметров во входном сечении канала выбраны: число Маха ($M_a = 1,5; 2; 2,5; 3$) и статическая температура ($T_a, K = 300; 500; 700$) струи; число Маха спутного потока ($M_e = 0,25; 0,5; 0,75$); относительная начальная турбулентность ($\bar{v}_0 = v_0/v_a = 10; 100; 1000$). Опорные значения варьируемых параметров следующие: $M_a = 2$; $T_a = 300K$; $\bar{v}_0 = 100$; $M_e = 0,5$; $\bar{v}_w = 0,0216$.

Влияние уровня начальной турбулентности на характеристики течения иллюстрируют рис. 8, 9. При значениях относительной начальной турбулентности $\bar{v}_0 = 10$ и $\bar{v}_0 = 1000$ на рис. 8,а и 8,б показаны изолинии продольной составляющей вектора скорости, а на рис. 8,в и 8,г – изолинии статического давления.

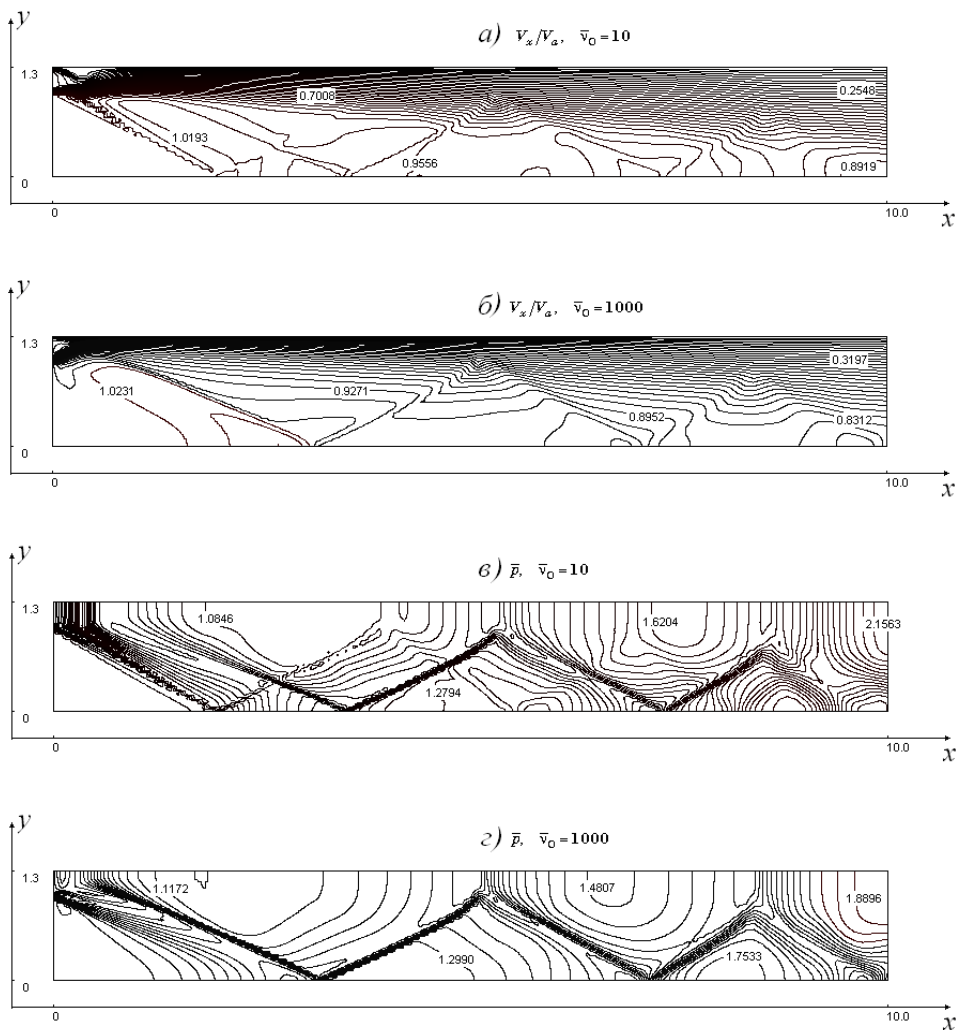


Рис. 8

На рис. 9 показано влияние уровня начальной турбулентности на распределение числа Маха вдоль плоскости симметрии канала. Позициями 1 – 3 по-

мечены кривые, соответствующие значениям начальной турбулентности $\bar{v}_0 = 10; 100; 1000$.

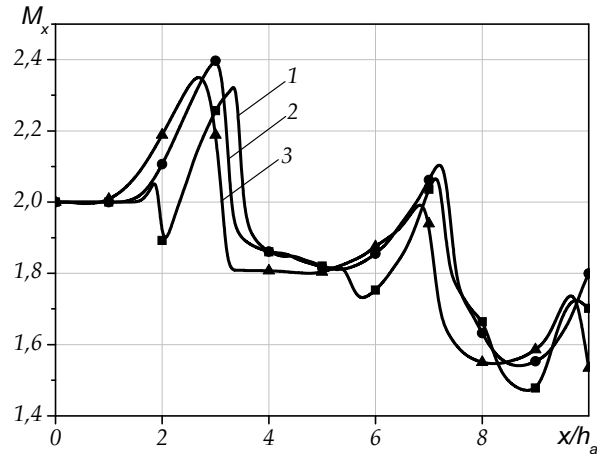


Рис. 9

Из представленных на рис. 8, 9 результатов расчетов видно, что в выбранном диапазоне изменения уровня начальной турбулентности (от 10 до 1000) ее увеличение слабо влияет на качественное поведение газодинамических характеристик течения и незначительно способствует повышению эффективности процесса торможения сверхзвуковой струи в канале.

Влияние статической температуры сверхзвуковой струи на характеристики течения при прежних значениях определяющих параметров показано на рис. 10. Кривые, отмеченные позициями 1 – 3, соответствуют расчетам при значениях $T_a, K = 300; 500; 700$. На рис. 10,а показано влияние начальной температуры струи на распределение числа Маха вдоль плоскости симметрии течения. На рис. 10,б приведены распределения статического давления вдоль плоскости симметрии канала и его стенки.

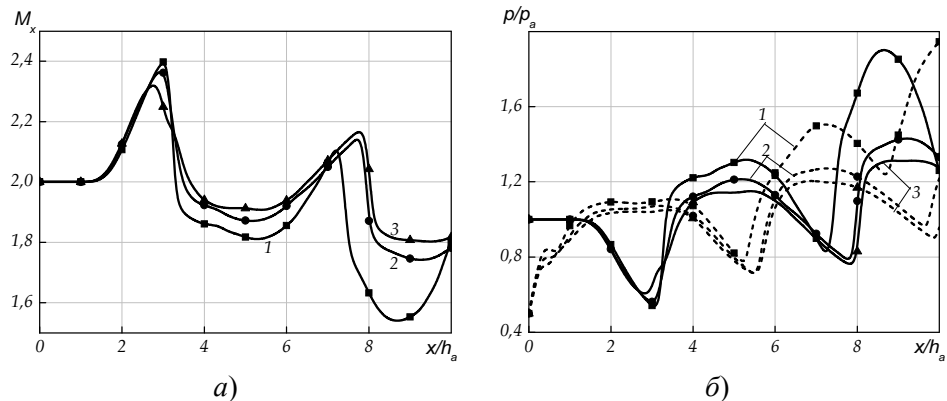


Рис. 10

Представленные на рис. 10 графические результаты расчетов показывают, что при заданной интенсивности подвода массы сквозь стенки канала эффективность торможения холодной сверхзвуковой струи выше по сравнению с горячей сверхзвуковой струей.

Влияние числа Маха (начальной скорости) спутного потока на характеристики течения при отсутствии подвода массы сквозь стенку канала ($\bar{V}_w = 0$) показано на рис. 11. Позициями 1 – 3 на рис. 11 отмечены расчетные кривые, соответствующие значениям $M_e = 0,25; 0,5; 0,75$. При этом расход в спутном потоке, отнесенный к расходу во вдуваемой струе, равен $\bar{G}_e = G_e/G_a = 0,02483; 0,04264; 0,06021$ соответственно.

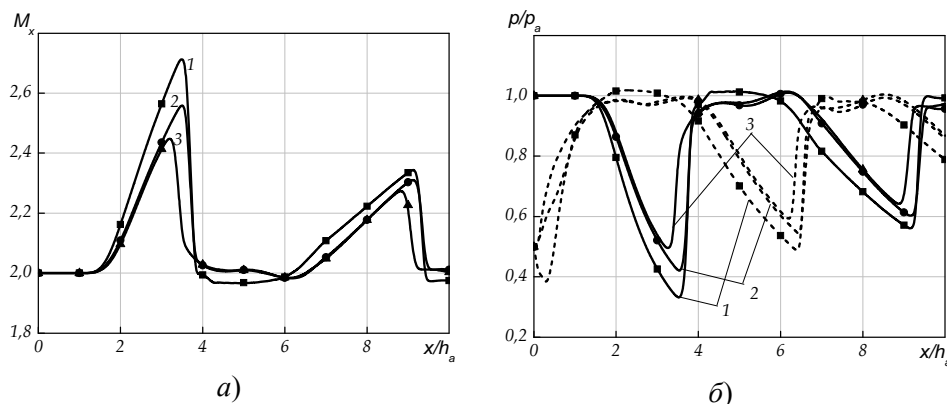


Рис. 11

Из представленных графиков можно заключить, что увеличение скорости дозвукового спутного потока в рассмотренном диапазоне понижает эффективность процесса торможения сверхзвуковой струи в канале.

Выводы. На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- однопараметрическая дифференциальная модель турбулентности ($v_t - 90$) позволяет описать турбулентное течение при торможении сверхзвукового потока в канале. Результаты расчетов по этой модели хорошо согласуются с соответствующими результатами, полученными с использованием модели турбулентности SALSА, которая рекомендована для расчета течений в диффузорах;

- эффективным способом торможения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке в канале является равномерный распределенный подвод массы сквозь его стенки. Увеличение модуля скорости вдуваемого газа приводит к повышению уровня статического давления, уменьшению поперечного градиента давления и скорости течения в канале. Все это способствует снижению неравномерности давления на выходе;

- установлено, что интенсификации процесса торможения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке в канале способствуют увеличение уровня начальной турбулентности, уменьшение начальной скорости и статической температуры сверхзвукового потока и начальной скорости дозвукового спутного потока.

Следует отметить, что полученные результаты справедливы лишь для течений, которые хорошо описываются в рамках приближенной модели вязкого слоя, а применимость маршевого алгоритма расчета ограничена наличием сверхзвукового ядра в течении и отсутствием возвратно-циркуляционных зон. Для верификации результатов расчетов, в частности обоснованного выбора модели турбулентности, и подтверждения возможности использования

расчетной модели в дальнейшем планируется сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными, полученными в ЦАГИ.

1. Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах / *О. В. Гуськов, В. И. Копченов, И. И. Липатов, В. Н. Острась, В. П. Старухин*. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 168 с.
2. *Родионов А. В.* Новый маршевый метод расчета струй продуктов сгорания / *А. В. Родионов* // Журн. выч. мат. и матем. физики. – 2002. – Т. 42, №9. – С. 1413 – 1424.
3. *Макашева А. П.* Численные расчеты сверхзвуковых недорасширенных струй в спутном потоке с использованием параболизированных уравнений Навье–Стокса / *А. П. Макашева, А. Ж. Найманов* // ПМТФ. – 2008. – Т. 49, № 3. – С. 54 – 63.
4. *Сриваставе Б. Н.* Решение уравнений вязкого ударного слоя для гиперзвукового течения около сферически затупленных конусов / *Б. Н. Сриваставе, М. Дж. Варле, Р. Т. Девис* // Ракетная техника и космонавтика. – 1978. – 16, №2. – С. 55 – 65.
5. *Тимошенко В. И.* Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец* // Вісник Дніпропетровського університету. – 2008. – Вып. 1, Т. 1, Механика. – С.15 – 23.
6. *Белоцерковец И. С.* Расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком методом глобальных итераций / *И. С. Белоцерковец* // Техническая механика. – 2009. – №2. – С. 78 – 86.
7. *Тимошенко В. И.* Влияние геометрии канала на процесс торможения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке / *В. И. Тимошенко, И. С. Белоцерковец, Н. В. Гурьева* // Техническая механика. – 2009. – №4. – С. 43 – 49.
8. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя / *Г. Шлихтинг*. – М. : Наука, 1974. – 712 с.
9. *Мингазов Б. Г.* Выбор моделей турбулентности и параметров сетки для расчета течений в диффузорных каналах / *Б. Г. Мингазов, И. С. Давлетишин* // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2011. – № 4. – С. 24 – 28.
10. *Гуляев А. Н.* К созданию универсальной однопараметрической модели турбулентной вязкости / *А. Н. Гуляев, В. Е. Козлов, А. Н. Секундов* // МЖГ. – 1993. – №4. – С. 69 – 81.
11. *Савельев А. Д.* Расчеты течений вязкого газа на основе $(q - \nu)$ – модели турбулентности / *А. Д. Савельев* // ЖВМиМФ. – 2003. – Т.43, №4. – С. 589 – 600.
12. *Савельев А. Д.* Численное моделирование в окрестности хвостовой части осесимметричного тела с истекающей струей / *А. Д. Савельев* // ЖВМиМФ. – 2007. – Т.47, №2. – С. 310 – 320.
13. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation / *T. Rung, U. Bunge, M. Schatz, F. Thiele* // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 41, N 7. – P. 1396 – 1399.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 31.08.2012,
в окончательном варианте 06.09.2012.

ЦАГИ, г. Жуковский Московской обл.