

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИН З ПІДКРІПЛЕНИМИ ПРЯМОКУТНИМИ ОТВОРАМИ РІЗНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ ВІДНОСНО НАПРЯМКУ ДІЇ ЗУСИЛЛЯ РОЗТЯГУ

¹Інститут технічної механіки

Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: hudramovich@i.ua

²Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна; e-mail: hart@ua.fm

Створено комп'ютерні моделі для розрахунку пружних прямокутних пластин з підкріпленими прямокутними видовженими отворами, які перебувають під дією одноосіх зусиль розтягу, при різній орієнтації отворів щодо напрямку дії цих зусиль. Матеріали пластини і смугових підкріплюючих елементів відрізняються. Комп'ютерне моделювання проведено з використанням методу скінченних елементів в складі стандартного пакету прикладних програм. Досліджено вплив механічних і геометричних параметрів пластин і підкріплень, орієнтації отворів (кута повороту відносно напрямку дії зусиль) на напружено-деформований стан пластини. Встановлено залежність коефіцієнта концентрації напружень в пластині від орієнтації отвору, співвідношення модулів пружності матеріалів пластини і підкріплень (модуль пружності матеріалу підкріплення в 3 рази більше (або менше), ніж модуль пружності матеріалу пластини). Моделюються пластини з отворами, розташованими під кутами 60°, 45° і 30° відносно напрямку дії навантаження. Матеріали пластини і підкріплення деформуються в пружній області. Показано, що вдалий вибір геометричних та жорсткісних характеристик параметрів підкріплень, пластини і орієнтації отворів може істотно знизити концентрацію напружень в пластині. Побудовано картини розподілу інтенсивності напружень у перерізах пластини, що проходять уздовж однієї зі сторін отвору, та концентрації напружень в околі кутових точок отворів. Отримані в роботі результати можуть бути використані для розв'язання задач оптимізації тонкостінних прямокутних пластин з видовженими отворами, що мають смугові підкріплення по краях, при мінімальних витратах матеріалу для включень.

Созданы компьютерные модели для расчета упругих прямоугольных пластин с подкрепленными прямоугольными протяженными отверстиями, находящихся под действием одноосных растягивающих усилий при различной ориентации отверстий относительно направления действия этих усилий. Материалы пластины и полосовых подкрепляющих элементов отличаются. Компьютерное моделирование проведено с использованием метода конечных элементов в составе стандартного пакета прикладных программ. Исследовано влияние механических и геометрических параметров пластин и подкреплений, ориентации отверстий (угла поворота относительно направления действия усилий) на напряженно-деформированное состояние пластины. Установлена зависимость коэффициента концентрации напряжений в пластине от ориентации отверстия, соотношения модулей упругости материалов пластины и подкреплений (модуль упругости материала подкрепления в 3 раза больше (или меньше), чем модуль упругости материала пластины). Моделируются пластины с отверстиями, расположенными под углами 60°, 45° и 30° относительно направления действия нагрузки. Материалы пластины и подкрепления деформируются в упругой области. Показано, что удачный выбор геометрических и жесткостных параметров подкреплений, пластины и ориентации отверстий может существенно снизить концентрацию напряжений в пластине. Построены картины распределения интенсивности напряжений в сечениях пластины, проходящих вдоль одной из сторон отверстия, и концентрации напряжений в окрестности угловых точек отверстий. Полученные в работе результаты могут быть использованы для решения задач оптимизации тонкостенных прямоугольных пластин с протяженными отверстиями, имеющими полосовые подкрепления по краям, при малых затратах материала для включений.

Computer models were developed for analyzing elastic rectangular plates with reinforced rectangular elongated openings acted upon by uniaxial tensile forces in the case of different orientations of the openings relative to the direction of the forces. The plate material and the reinforcing strip material are distinct from each other. Computer simulation was conducted using the finite-element method as part of a standard application package. The stress and strain field of a plate was studied as a function of the mechanical and geometric parameters of the plate and the reinforcements and the orientation of the openings (the angle the opening makes with the force direction). The stress concentration factor was studied as a function of the opening orientation and the ratio of the modulus of elasticity of the plate material to that of the reinforcement material (1/3 and 3). The simulation involved plates with openings making angles of 60°, 45°, and 30° with the load direction. The deformations of the plate and reinforcement materials laid in the elastic domain. It was shown that an appropriate choice of the geometric and stiffness parameters of a plate and reinforcements and of the opening orientation may significantly reduce the stress concentration in the plate. Patterns of the stress intensity distributions at plate sections passing along one of the opening sides and patterns of the stress concentration in the vicinity of the opening corner points are presented. The results obtained may be used in the solution of problems of optimization of thin-walled rectangular plates with elongated openings reinforced with strips at their ends at a low consumption of the reinforcing strip material.

© В. С. Гудрамович, Е. Л. Гарт, С. В. Панченко, 2018

Ключові слова: підкріплення, пластина, отвір, напруження, деформації, коефіцієнт концентрації напружень, метод скінченних елементів.

Вступ. Задачі деформування механічних систем з різними неоднорідностями – конструктивними, технологічними або експлуатаційними (отвори, порожнини, тріщини, включення тощо) – є складовими широкого класу задач механіки тонкостінних конструкцій. Наявність порушень суцільності, геометричних недосконалостей (пори, тріщини) і різноманітних включень має суттєвий вплив на процеси деформування і руйнування твердих тіл [1 – 6].

Вивчення впливу отворів на напружено-деформований стан започаткували С. П. Тимошенко та Дж. Лессельс [3], які звели задачу визначення напружень біля отвору до задачі знаходження напружень у кривому брусі, який навантажений по зовнішньому контуру. Також значні досягнення в цьому напрямку пов'язані з дослідженнями вітчизняних вчених [6, 8, 9, 11].

Для задач дослідження включень канонічної форми можливе використання аналітичних методів. Але у випадку тіл складної форми, наявності включень різної конфігурації та орієнтації використання аналітичних методів найчастіше є неможливим. Тому доцільно застосовувати числові методи [7, 10].

Питання про можливість зниження концентрації напружень в околі кутових точок прямокутного отвору пластини внаслідок його підкріплення трикутними накладками досліджено у [2]. При цьому проведено комп'ютерне моделювання деформування пластини в залежності від орієнтації отвору, механічних властивостей матеріалу та розміру накладок. Підбір оптимальних параметрів підкріплень може зменшити концентрацію напружень.

У даній роботі проводиться комп'ютерне моделювання процесу деформування прямокутних пластин з підкріпленими отворами різної орієнтації відносно напрямку розтягуючого зусилля на основі методу скінченних елементів. Метою дослідження є виявлення впливу орієнтації отворів на зменшення інтенсивності напружень та деформацій у пластині.

Постановка задачі. Розглянемо пружну квадратну пластинку розміром $a \times a$, з підкріпленим видовженим прямокутним отвором $b \times c$ ($c = 3b$) різної орієнтації відносно напрямку дії одновісного розтягуючого зусилля q , прикладеного до двох протилежних сторін пластини (рис. 1). Масовими силами нехтуємо.

Проводиться дослідження напружено-деформованого стану пластини з урахуванням впливу підкріплень та орієнтації отворів. Підкріплення моделюються включеннями, що розташовані у площині пластини, і на межах яких з матрицею задані умови жорсткого зчеплення. У [4] було виявлено, що прийнятною шириною підкріплень з точки зору зменшення напружень є $b/2$. Моделюються пластини з отворами, які розташовані під кутами 60° (рис. 1, а)), 45° (рис. 1, б)) та 30° (рис. 1, в)) відносно напрямку дії навантаження. Інтенсивність навантаження підібрано таким чином, щоб напруження не перетинали межу пружності.

Аналіз отриманих результатів. Наведемо результати розрахунків. На рис. 2 подано розподіл відносної інтенсивності напружень $\sigma_{ksi} = \sigma_i/q$ у пластині з прямокутним отвором, повернутим на 30° відносно напрямку дії зусилля розтягу (рис. 1, в)).

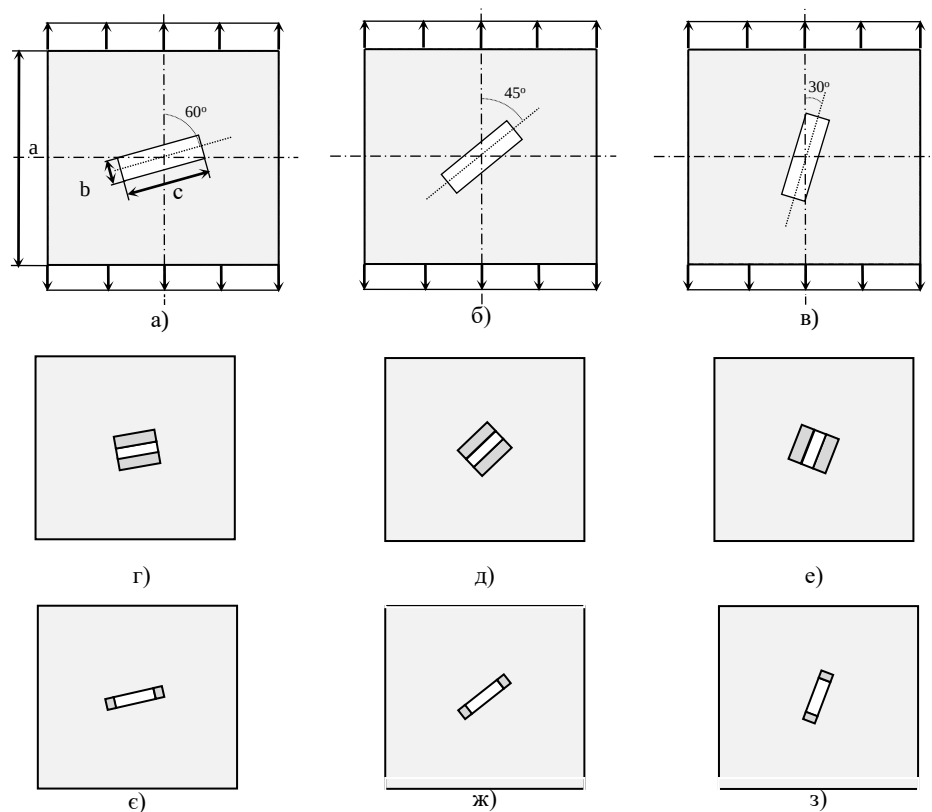


Рис. 1 – Схема навантаження пластини (а–в) та варіанти підкріплень (г–з)

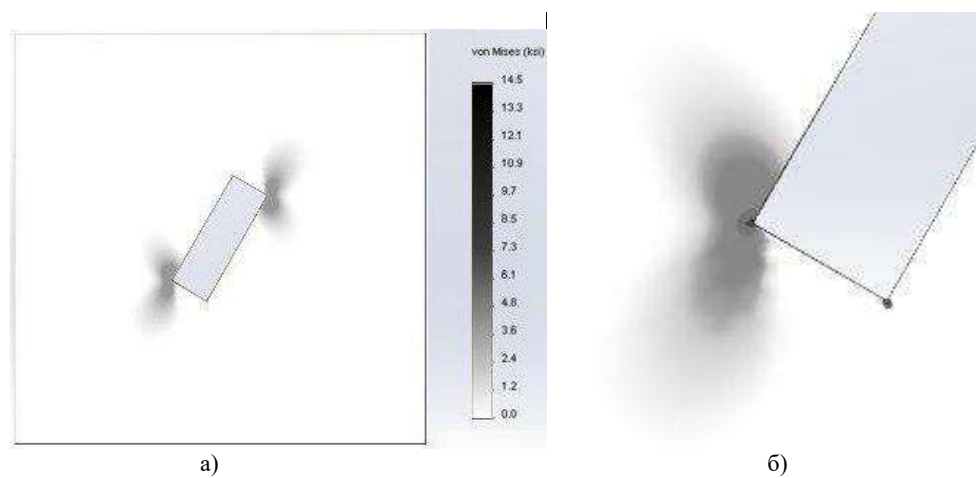
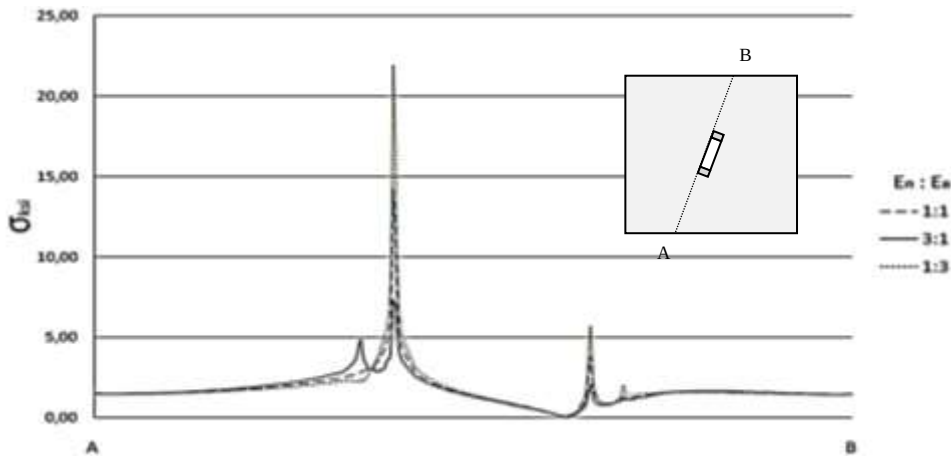


Рис. 2 – Розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} для випадку, зображеному на рис. 1, в): а) розподіл відносної інтенсивності напружень; б) збільшене зображення області концентрації напружень

З метою більш наглядного зображення результатів наводиться частина пластини у збільшеному вигляді (рис. 2, б)). За такого розташування отвору коефіцієнт концентрації напружень (ККН) дорівнює 14,5.



Е_п – модуль пружності пластини, Е_в – модуль пружності включення

Рис. 3 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

З метою зниження концентрації напружень у пластині отвір було підкріплено включеннями з іншого матеріалу. Зміна матеріалу пластини характеризується зміною модуля пружності у деякому перехідному шарі [2].

На рис. 3 представлено розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В для пластини, зображеної на рис. 1, з).

Здійснено порівняльний аналіз результатів розрахунку для різних співвідношень модуля пружності пластини та підкріплень.

Наявність менш жорстких, ніж основний матеріал, включень (при співвідношенні їх модулів пружності $E_p:E_v = 3:1$) у розглянутому випадку призвела до зменшення ККН на $\sim 49\%$.

Розглянемо модель пластини з отвором, що розташований під кутом 45° відносно напрямку дії навантаження (рис. 1, б)). На рис. 4 наведено розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у пластині з отвором без використання підкріплень.

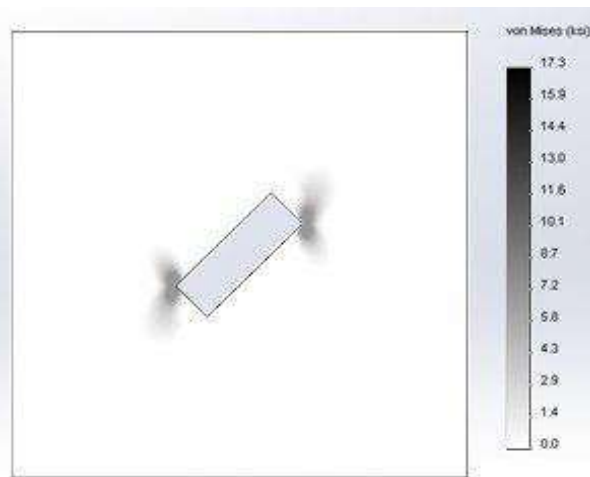


Рис. 4 – Розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} для випадку, зображеного на рис. 1, б)

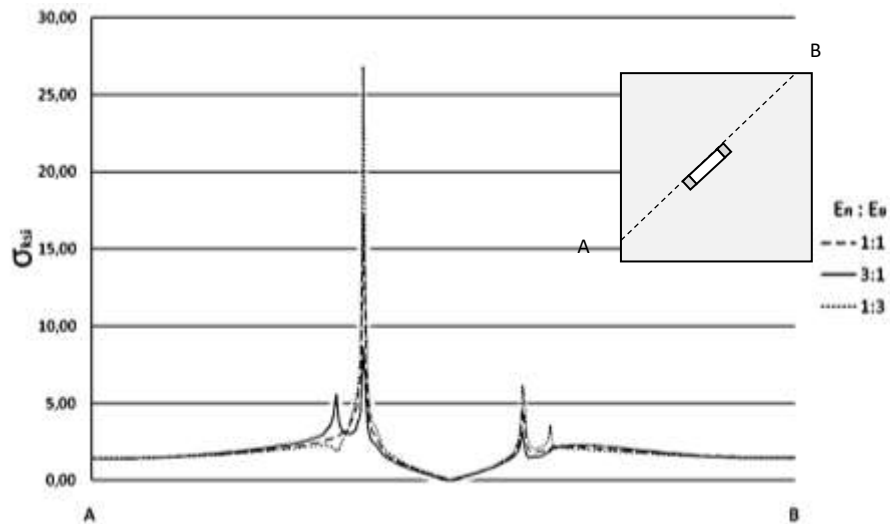
Такий кут повороту отвору збільшив ККН до 17,2 у порівнянні з результатами, зображеними на рис. 2.

Проведемо порівняльний аналіз результатів розрахунку для пластини, зображеної на рис. 1, ж).

На рис. 5 подано розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В.

Наявність менш жорстких, ніж основний матеріал, включень у розглянутому випадку призвела до зменшення ККН на $\sim 52\%$. Але при такому розташуванні отвору ККН збільшився на $\sim 20\%$ у порівнянні з результатами, зображеними на рис. 3.

На рис. 6 подано розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у пластині з прямокутним отвором без підкріплень (рис. 1, а)). При такому розташуванні ККН дорівнює 17,2.



E_p – модуль пружності пластини, E_v – модуль пружності включення

Рис. 5 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

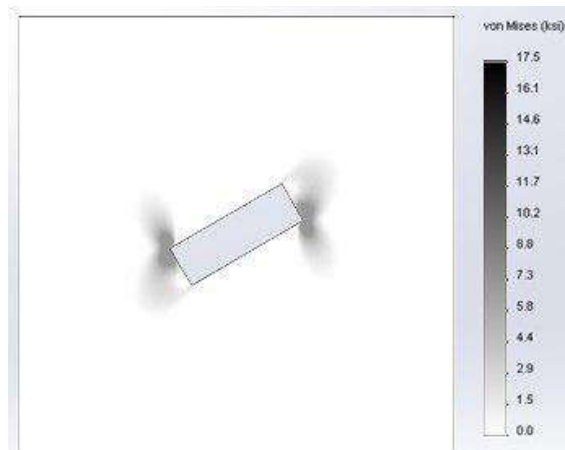
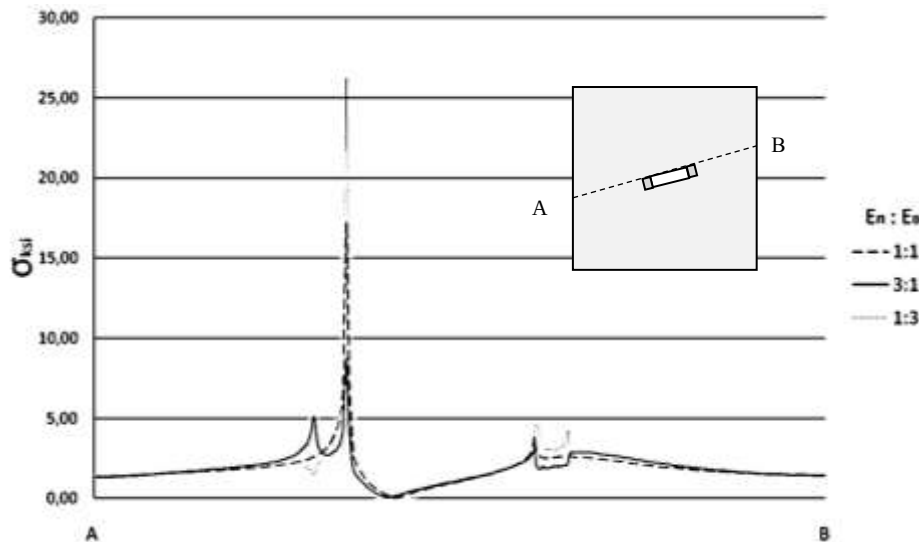


Рис. 6 – Розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} для випадку, зображеному на рис. 1, а)

Значення максимальних напружень майже не змінилися у порівнянні з результатом, зображеним на рис. 4.

Порівняємо результати розрахунку для пластини з підкріпленим отвором при варіюванні співвідношення модулів пружності пластини та підкріплень. Модель пластини зображена на рис. 1, є).

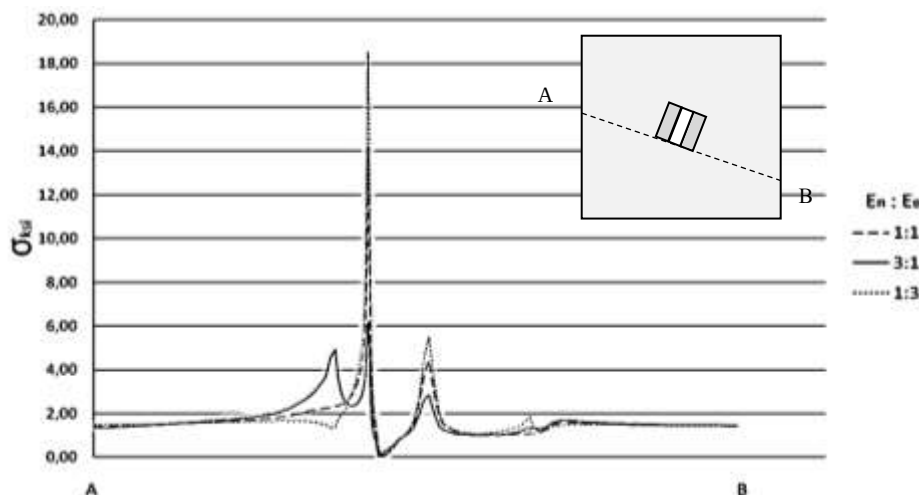
На рис. 7 представлено розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В. Тут ККН майже не змінився у порівнянні з випадком, результати розрахунку якого зображені на рис. 5. Напруження поблизу кутових точок підкріплень зменшились, але значення максимальних напружень не змінилися. Найменші напруження у місцях концентрації виникають при орієнтації підкріпленого отвору (зображено на рис. 1, з)).



Еп – модуль пружності пластини, Ев – модуль пружності включення

Рис. 7 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

Розглянемо розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В для моделі пластини, зображеної на рис. 1, є).

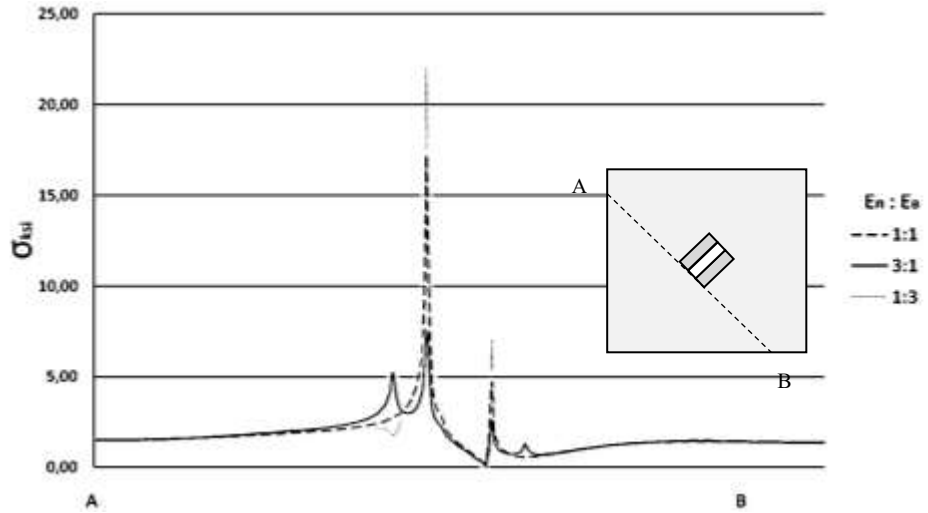


Еп – модуль пружності пластини, Ев – модуль пружності включення

Рис. 8 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

З рис. 8 видно, що за такої орієнтації отвору та параметрах підкріплень, ККН менший на ~20 % ніж у випадку, результати якого подано на рис. 3. Наявність підкріплень з іншого матеріалу знизилася ККН на ~57 %.

Порівняємо результати розрахунку для пластини, зображеної на рис. 1, д). На рис. 9 надано розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В.

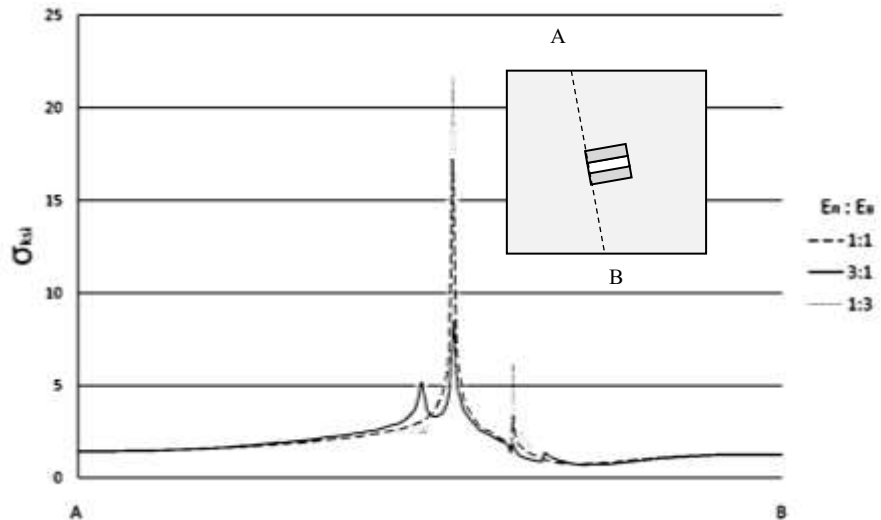


E_n – модуль пружності пластини, E_v – модуль пружності включення

Рис. 9 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

Порівнявши результати, зображені на рис. 9, з результатами на рис. 8, можна відмітити, що максимальні напруження зросли. Це може бути зумовлено тим, що довжина отвору у напрямку, перпендикулярному напрямку дії навантаження, більша, ніж у випадку, зображеному на рис. 8.

Розглянемо результати розрахунку для пластини, зображеної на рис. 1, г). На рис. 10 подано розподіл відносної інтенсивності напружень σ_{ksi} у перерізі А – В.



E_n – модуль пружності пластини, E_v – модуль пружності включення

Рис. 10 – Розподіл σ_{ksi} у перерізі А – В:

Можна зробити висновок, що найкращий варіант орієнтації отвору та параметрів підкріплень з точки зору зменшення концентрації напружень відповідає схемі, яку подано на рис. 1, е).

Висновки. Проведено аналіз впливу орієнтації підкріпленого отвору відносно напрямку дії навантаження у прямокутній пластині. Внаслідок порівняння отриманих результатів для всіх розглянутих випадків було виявлено:

1. найкращим з трьох варіантів орієнтації отвору відносно напрямку дії навантаження (рис. 1, а) – рис. 1, в)), з точки зору зменшення напружень, можна відмітити варіант, зображений на рис. 1, в));
2. варіанти розташування підкріплень, які зображено на рис. 1, г) – рис. 1, е), дали кращий результат, ніж варіанти, зображені на рис. 1, є) – рис. 1, з);
3. з точки зору зменшення напружень найкращим з розглянутих варіантів виявився варіант, зображений на рис. 1, е). Внаслідок використання підкріплень з менш «жорсткого» матеріалу ККН зменшився на ~57 %;
4. варіанти орієнтації отвору, які зображено на рис. 1, а) та на рис. 1, б), дають майже однакові результати.

Отже, завдяки варіюванню орієнтації отвору відносно напрямку дії навантаження, а також при використанні включень з іншого матеріалу можна значно зменшити напруження у пластині в місцях їх концентрації. При зменшенні кута повороту отвору відносно напрямку дії навантаження максимальні напруження зменшуються.

1. Вайнберг Д. В. Концентрация напряжений в пластинах около отверстий и выкружек. К.: Техника, 1969. 220 с.
2. Гарт Э. Л., Панченко С. В. Численный анализ напряженно-деформированного состояния пластины с прямоугольным отверстием, подкрепленным треугольными накладками. Вісник Дніпропетровського ун-ту. Сер.: Механіка. 2015. Т. 2. Вип. 24. С. 39–47.
3. Гудрамович В. С. Влияние отверстий на предельные состояния элементов тонкостенных металлических оболочечно-пластинчатых конструкций. Вісник Дніпропетровського ун-ту. Сер.: Механіка. 2014. Т. 22. Вип. 18. С. 47–60.
4. Гудрамович В. С., Гарт Е. Л., Панченко С. В. Вплив смугових накладок на напружено-деформівний стан пластини з видовженим прямокутним отвором. Техніческая механика. 2018. № 1. С. 13–19.
5. Гудрамович В. С., Гарт Э. Л., Струнин К. А. Моделирование процесса деформирования пластины с упругими протяжёнными включениями на основе метода конечных элементов. Техніческая механика. 2014. № 2. С. 12–23.
6. Гузь А. Н. Методы расчета оболочек. В 5 т. Т. 1. Теория оболочек, ослабленных отверстиями. К.: Наук. думка, 1980. 636 с.
7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
8. Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1994. 384 с.
9. Моссаковский В. И., Кваша О. М. Конструкція та розрахунок люків, які не викликають концентрації напружень у сферичних оболонках. Прикладна механіка. 1959. Т. 5, № 4. С. 371–378.
10. Оден Дж. Т., Цурпал. И. А. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. М.: Мир, 1976. 464 с.
11. Преображенский И. Н. Вырезы в несущих конструкциях. М.: Машиностроение, 1984. 112 с.

Получено 30.11.2018,
в окончательном варианте 14.12.2018