

ОДНОРОДНЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

*Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: itm12@ukr.net*

Сформульовано маршовий алгоритм числового розв'язання рівнянь «в'язкого шару» (спрощених рівнянь Нав'є–Стокса, в яких опущені другі похідні з поздовжньою координатою, а в рівнянні для радіальної компоненти швидкості відкинуті дисипативні складові)) для розрахунку турбулентної течії в багатокомпонентному надзвуковому струмені ракетного двигуна, що витікає в затоплений простір або супутний дозвуковий потік повітря. В рамках цього алгоритму система рівнянь розбивається на дві групи. До першої групи відносяться рівняння для поздовжньої складової імпульсу, енергії, перенесення компонент газової суміші і характеристик турбулентності. Ці рівняння параболічного типу і допускають числове розв'язання маршовим методом з використанням неявної абсолютно стійкої схеми із застосуванням скалярної прогонки. До другої групи включаються рівняння для радіальної складової імпульсу з опущеними дисипативними членами і рівняння нерозривності. При використанні рівняння стану ці рівняння розглядаються як рівняння відносно тиску і поперечної складової вектора швидкості. Сформульовано алгоритм для розв'язання цієї групи рівнянь, в рамках якого при розв'язанні рівнянь другої групи для сіткових значень тиску формується система рівнянь з трьохдіагональною матрицею. Для цієї системи формулюється крайова задача: на осі струменя похідна тиску за радіальною координатою дорівнює нулю, на межі струменя задано тиск, що дорівнює тиску в затопленому просторі або в супутному дозвуковому потоці повітря. Рішення цієї задачі використовується для визначення тиску в надзвуковій частині струменя. У зовнішній частині струменя з дозвуковою течією тиск вважається рівним тиску в просторі витікання. Для визначення поперечної компоненти швидкості в над- і дозвуковій частинах струменя використовується співвідношення, яке витікає з скінчено різницевої апроксимації рівняння нерозривності.

Використання запропонованого маршового алгоритму при розрахунку витікання струменя ракетного двигуна в затоплений простір дозволяє здійснити безперервний перехід від розрахунку неізобаричної повністю надзвукової течії на виході з сопла ракетного двигуна до дозвукової течії в струмені аж до його повного перемішування з повітрям.

Для верифікації алгоритму дано порівняння результатів розрахунку за запропонованим алгоритмом з експериментальними даними.

Сформулирован маршевый алгоритм численного решения уравнений «вязкого слоя» (упрощенных уравнений Навье–Стокса, в которых опущены вторые производные по продольной координате, а в уравнении для радиальной компоненты скорости отброшены диссипативные слагаемые) для расчета турбулентного течения в многокомпонентной сверхзвуковой струе ракетного двигателя, истекающей в затопленное пространство или спутный дозвуковой поток воздуха. В рамках этого алгоритма система уравнений разбивается на две группы. К первой группе относятся уравнения для продольной составляющей импульса, энергии, переноса компонент газовой смеси и характеристик турбулентности. Это уравнения параболического типа и допускают решение маршевым методом по неявной абсолютно устойчивой итерационной схеме с применением скалярной прогонки. Во вторую группу включаются уравнение для радиальной составляющей импульса с опущенными диссипативными членами и уравнение неразрывности. При использовании уравнения состояния эти уравнения рассматриваются как уравнения относительно давления и поперечной составляющей вектора скорости. В статье сформулирован алгоритм для решения этой группы уравнений. В рамках этого алгоритма при решении уравнений второй группы для сеточных значений давления формируется система уравнений с трехдиагональной матрицей. Для этой системы формулируется краевая задача: на оси струи производная давления по радиальной координате равна нулю, на границе струи задано давление, равное давлению в затопленном пространстве или в спутном дозвуковом потоке. Решение этой задачи используется для определения давления в области сверхзвукового течения. Во внешней части струи с дозвуковым течением давление считается равным давлению в пространстве истечения. Для определения поперечной компоненты скорости в сверх- и дозвуковой части струи используется соотношение, которое получается при конечно-разностной аппроксимации уравнения неразрывности.

Использование предложенного маршевого алгоритма при расчете истечения струи ракетного двигателя в затопленное пространство позволяет осуществить непрерывный переход от расчета неизобарического полностью сверхзвукового течения на выходе из сопла к дозвуковому течению в струе вплоть до ее полного перемешивания с воздухом в пространстве истечения.

Для верификации алгоритма дано сравнение результатов расчета по предложенному алгоритму с экспериментальными данными.

This paper presents a marching algorithm for the numerical solution of “viscous layer” equations (simplified Navier–Stokes equations in which the second derivatives with respect to the longitudinal coordinate are

© В. И. Тимошенко, 2019

dropped and dissipative terms in the equation for the radial velocity component are discarded) to calculate the turbulent flow in a multicomponent supersonic jet of a rocket engine outflowing into a submerged space or a subsonic cocurrent air flow. In this algorithm, the equations are divided into two groups. The first group includes the equations for the longitudinal momentum component, energy, gas mixture component transfer, and turbulence characteristics. These equations are of the parabolic type, and they can be solved with a marching method by an implicit absolutely stable iterative scheme using scalar marching. The second group includes the equation for the radial momentum component and the continuity equation. In combination with the state equation, these equations are considered as equations in the pressure and the transverse velocity component. An algorithm for solving this group of equations is formulated. In this algorithm, a tridiagonal matrix system of equations for the grid values of the pressure is formed in solving the equations of the second group. A boundary-value problem is formulated for this system: the radial coordinate derivative of the pressure on the jet axis is zero, and the pressure on the jet boundary is set equal to that in the submerged space or in the concurrent subsonic flow. The solution of this problem is used in the determination of the pressure in the supersonic flow region. In the outer subsonic part of the jet, the pressure is put to be equal to that in the outflow space. The transverse velocity component in the super- and the subsonic part of the jet is determined using a relation that results from the difference approximation of the continuity equation.

The use of the proposed marching algorithm in the calculation of a rocket engine jet outflowing into a submerged space allows a continuous transition from a nonisobaric fully supersonic flow at the nozzle outlet to a subsonic flow in the jet to the point of its complete mixing with the air in the outflow space.

To verify the proposed algorithm, the results calculated thereby are compared with experimental data.

Ключевые слова: *приближение вязкого слоя, алгоритм маршевого расчета, сверхзвуковая струя ракетного двигателя, спутный дозвуковой поток, затопленное пространство.*

Введение. При истечении струи ракетного двигателя происходит уменьшение ее скорости от сверхзвуковой на срезе сопла до малой дозвуковой скорости при смешении струи со спутным дозвуковым потоком. Практическая важность определения параметров такой струи и расстояния полного смешения продуктов сгорания с воздухом приводит к повышению требований к точности расчета характеристик таких устройств, ставит задачу создания эффективных методов расчета реализуемых течений. Для определения параметров сверхзвуковых струй широко используется математическая модель, основанная на упрощенных уравнениях Навье–Стокса, в которых отброшены вторые производные по продольной координате. Для решения этих уравнений разработаны различные алгоритмы маршевого расчета с применением приемов регуляризации в локальных дозвуковых областях, прилегающих к границе струи [1, 2, 3]. Дальнейшее упрощение связано с использованием уравнений вязкого слоя, в которых оставлены отражающие влияние вязкости члены, которые входят в систему уравнений пограничного слоя. При этом уравнение количества движения в поперечном направлении записывается в приближении невязкого газа. Для решения этих уравнений в работе [4] предложен маршевый алгоритм, в рамках которого уравнения разбивается на две подсистемы. К первой подсистеме относятся параболические уравнения для продольной составляющей скорости, полной энтальпии, концентраций компонент смеси продуктов сгорания и характеристик турбулентности. Во вторую подсистему включены уравнение неразрывности и уравнение для поперечной составляющей импульса. Эти уравнения при использовании уравнения состояния рассматриваются как уравнения относительно поперечной составляющей вектора скорости и давления. После исключения давления решение уравнений второй подсистемы сводится к решению системы алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей относительно поперечной составляющей вектора скорости. При решении задач о внутренних течениях в каналах или при расчете сверхзвукового обтекания тел с выделением ударной волны для этих уравнений ставится краевая задача для поперечной ком-

поненты вектора скорости и для их решения используется метод трехточечной прогонки. Однако при истечении струй в спутный дозвуковой поток или в затопленное пространство для поперечной компоненты скорости имеется граничное условие только на оси струи. На внешней границе струи необходимо строить итерационные алгоритмы сращивания течения в струе с течением в спутном дозвуковом потоке [2]. Однако при смешении сверхзвуковой струи со спутным дозвуковым потоком течение в слое смешения является в основном дозвуковым. При удалении от кромки сопла область дозвукового течения расширяется и на некотором расстоянии область дозвукового течения достигает оси струи и имеет место переход от сверхзвуковой струи к полностью дозвуковой. Поэтому для расчета таких течений применение алгоритмов, предложенных в [1 – 4], является проблематичным.

В настоящей статье предложен метод расчета сверхзвуковых неизобарических затопленных струй на базе стыковки упрощенных уравнений Навье–Стокса, используемых в сверхзвуковой зоне струи, и уравнений пограничного слоя в дозвуковой изобарической части слоя смешения. В рамках этого метода при решении уравнений второй группы (уравнение неразрывности и сохранения поперечной компоненты импульса) система уравнений с трехдиагональной матрицей формулируется не для поперечной компоненты вектора скорости, а для сеточных значений давления. Для этих уравнений формулируется краевая задача: на оси струи производная давления по радиальной координате равна нулю, на границе струи задано давление, равное давлению в затопленном пространстве или в спутном дозвуковом потоке. Эти уравнения используются для определения давления в области сверхзвукового течения. Во внешней части струи с дозвуковым течением давление считается равным давлению в пространстве истечения. Для определения поперечной компоненты скорости при этом используется соотношение, которое получается при разностной аппроксимации уравнения неразрывности. Таким образом, предложенный алгоритм позволяет определить изменение параметров сверхзвуковой струи при ее торможении с непрерывным переходом к полностью дозвуковому течению.

1. Формулировка задачи. Для моделирования развитого турбулентного течения вязкого совершенного газа в струе используется упрощенная система уравнений Навье–Стокса – система уравнений вязкого слоя [4], включающая: уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + v \frac{\rho v}{y} = 0, \quad (1)$$

уравнение количества движения в проекции на ось x

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^v \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (2)$$

уравнение количества движения в проекции на ось y

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

уравнение энергии

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^v \mu_t \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{Pr_t} - 1 \right) y^v \mu_t \frac{\partial h}{\partial y} \right], \quad (4)$$

уравнения переноса концентраций компонент смеси

$$\rho u \frac{\partial X_k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial X_k}{\partial y} = \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^v \left(\frac{\mu}{Sm} \right)_{ef} \frac{\partial X_k}{\partial y} \right) + \dot{\omega}_k, \quad k = \overline{1, N_k - 1}, \quad (5)$$

где u, v – проекции вектора скорости вдоль осей x, y (ось x направлена вдоль оси канала или струи, а ось y – перпендикулярно к ней), ρ – плотность, p – статическое давление, X_k – массовая концентрация k -той компоненты смеси, $H = h + 0,5(u^2 + v^2)$ – полная энтальпия, h – статическая энтальпия, μ_t – динамический коэффициент турбулентной вязкости, Pr_t, Sm – турбулентное число Прандтля, число Шмидта, $\dot{\omega}_k$ – скорость изменения в химических реакциях массовой концентрации k -той компоненты смеси, $v = 0$ для плоского течения; $v = 1$ для осесимметричного течения.

Для замыкания системы уравнений (1) – (5) используется уравнение состояния $p = R_0 \sum \frac{X_k}{m_k} \rho T$, где R_0 , T , m_k – универсальная газовая постоянная, температура смеси и молярная масса k -той компоненты.

Для расчета характеристик турбулентности используется однопараметрическая модель турбулентности А. Н. Секундова для турбулентной кинематической вязкости ν_t [5] в модификации [6]

$$\rho u \frac{\partial \nu_t}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \nu_t}{\partial y} = \beta_o f_M(M) \mu_t \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| + \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y^v \mu_t}{Kr_{\nu_t}} \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \right), \quad (6)$$

где $\mu_t = \rho \nu_t$, $\beta_o, \xi_o, Kr_{\nu_t}$ – эмпирические константы, $\beta_o = 0,2$; $Kr_{\nu_t} = 0,5$;

функция $f_M(M) = \begin{cases} 1 & \text{if } M < 1, \\ 1/M & \text{if } M \geq 1 \end{cases}$ учитывает влияние числа Маха на интенсивность смешения.

2. Маршевый алгоритм расчета. Для регуляризации решения задачи в дозвуковых областях течения система уравнения (1) – (5) разбивается на две группы. К первой относятся уравнения для продольной составляющей импульса (2), энергии (4) и характеристик турбулентности (6). Для течений многокомпонентного газа к этой группе относятся также уравнения переноса компонент (5). Во вторую группу включаются уравнение неразрывности (1) и уравнение для поперечной составляющей импульса (3). При решении первой подсистемы полагается, что давление P и поперечная компонента скорости V известны или заданы. Тогда эта группа уравнений, служащая для определения продольной компоненты скорости u , полной энтальпии H и турбулентной кинематической вязкости ν_t , имеет параболический тип и допускает решение маршевым методом, например по неявной абсолютно устойчивой

итерационной схеме типа Кранка–Николсона [7] с применением скалярной прогонки.

Уравнения второй подсистемы рассматриваются как уравнения относительно функций ρ и v , при этом считается, что u , H , X_k и v_t известны, а плотность ρ определяется из уравнения состояния. Особенностью уравнений второй подсистемы является то, что это система уравнений первого порядка, которая должна удовлетворять краевым условиям для функции ρ на оси струи и в спутном потоке. При сделанных предположениях вторая подсистема уравнений имеет гиперболический тип и может быть решена маршевыми методами.

Ниже приведен алгоритм расчета второй подсистемы уравнений.

Используя уравнение состояния и вводя нормированную переменную

$$\eta = \frac{y}{S(x)} \quad (y = S(x) - \text{уравнение условной границы струи}), \quad \text{перепишем}$$

уравнения второй группы в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial(y^v S p / f \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(y^v \rho v)}{\partial \eta} &= \frac{\partial(y^v \eta S'_x \rho u)}{\partial \eta}, \\ S \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v_n \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial p}{\partial \eta} &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{где } v_n = v - S'_x \eta u, \quad S'_x = \frac{dS}{dx}, \quad f = R_0 \sum_{k=1}^K \frac{X_k}{m_k} T.$$

Заменяя производные конечно-разностными соотношениями, приходим к следующей системе уравнений относительно значений функций в узлах разностной сетки [4]

$$\begin{aligned} a_{1j} v_{j+1} + b_{1j} v_j + c_{1j} p_{j+1} + d_{1j} p_j &= e_{1j}, \\ a_{2j} v_{j+1} + b_{2j} v_j + c_{2j} p_{j+1} + d_{2j} p_j &= e_{2j}, \end{aligned} \quad j = \overline{1, NJ-1} \quad (8)$$

где:

$$\begin{aligned} a_{1j} &= 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (y^v \rho)_{i,j+1}, \quad b_{1j} = -2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (y^v \rho)_{i,j}, \quad c_{1j} = (y^v u / F)_{i,j+1}, \quad d_{1j} = (y^v u / F)_{i,j}, \\ e_{1j} &= [y^v \rho u]_{i-1,j+1} + [y^v \rho u]_{i-1,j}, \quad a_{2j} = (\rho u)_{i-1,j+1} + 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (\rho v)_{i-1,j+1/2}, \\ b_{2j} &= (\rho u)_{i-1,j} - 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (\rho v)_{i-1,j+1/2}, \quad c_{2j} = 2 \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad d_{2j} = -2 \frac{\Delta x}{\Delta y}, \\ e_{2j} &= 2(\rho u v)_{i-1,j+1/2}, \end{aligned}$$

NJ – количество узлов в поперечном сечении струи.

Исключая компоненту скорости, получим систему с трехдиагональной матрицей относительно значений давления в узлах разностной сетки. Это позволяет построить однородный алгоритм определения параметров сверхзвуковой струи при ее торможении в спутном дозвуковом потоке и переходе к струе с дозвуковым течением.

Используя (8), запишем систему алгебраических уравнений для двух соседних промежутков $[j, j+1]$ и $[j-1, j]$

$$\begin{aligned} a_{1j}v_{j+1} + b_{1j}v_j + c_{1j}p_{j+1} + d_{1j}p_j &= e_{1j}, \\ a_{2j}v_{j+1} + b_{2j}v_j + c_{2j}p_{j+1} + d_{2j}p_j &= e_{2j}, \end{aligned} \quad j = \overline{1, NJ-1} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_{1j-1}v_j + b_{1j-1}v_{j-1} + c_{1j-1}p_j + d_{1j-1}p_{j-1} &= e_{1j-1}, \\ a_{2j-1}v_j + b_{2j-1}v_{j-1} + c_{2j-1}p_j + d_{2j-1}p_{j-1} &= e_{2j-1}. \end{aligned} \quad j = \overline{2, NJ} \quad (10)$$

Из первых двух уравнений исключим v_{j+1} , а из последних двух уравнений – v_{j-1} , получим

$$\begin{aligned} k_{1j}v_j + k_{2j}p_{j+1} + k_{3j}p_j &= k_{4j}, \\ k_{5j}v_j + k_{6j}p_j + k_{7j}p_{j-1} &= k_{8j}, \end{aligned} \quad j = \overline{2, NJ-1} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} k_{1j} &= b_{1j}a_{2j} - b_{2j}a_{1j}, \quad k_{2j} = c_{1j}a_{2j} - c_{2j}a_{1j}; \\ k_{3j} &= d_{1j}a_{2j} - d_{2j}a_{1j}, \quad k_{4j} = e_{1j}a_{2j} - e_{2j}a_{1j}; \\ k_{5j} &= a_{1j-1}b_{2j-1} - a_{2j-1}b_{1j-1}, \quad k_{6j} = c_{1j-1}b_{2j-1} - c_{2j-1}b_{1j-1}; \\ k_{7j} &= d_{1j-1}b_{2j-1} - d_{2j-1}b_{1j-1}, \quad k_{8j} = e_{1j-1}b_{2j-1} - e_{2j-1}b_{1j-1}. \end{aligned}$$

После исключения из (11) v_j , данную систему можно записать в виде

$$A_j p_{j+1} + B_j p_j + C_j p_{j-1} = D_j, \quad (j = \overline{2, NJ-1}) \quad (12)$$

где $A_j = k_{5j}k_{2j}$, $B_j = k_{5j}k_{3j} - k_{6j}k_{1j}$, $C_j = -k_{7j}k_{1j}$, $D_j = k_{5j}k_{4j} - k_{8j}k_{1j}$.

Система уравнений (12) является системой алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, которую можно эффективно решить методом скалярной прогонки [7]. В соответствии с этим методом сеточные значения давления определяются по следующему рекуррентному соотношению (обратная прогонка)

$$p_j = L_j p_{j+1} + K_j, \quad j = \overline{(NJ-1), 1}. \quad (13)$$

Прогоночные коэффициенты L_j, K_j определяются по формулам (прямая прогонка)

$$L_j = -\frac{A_j}{B_j + C_j L_{j-1}}, \quad K_j = \frac{D_j - C_j K_{j-1}}{B_j + C_j L_{j-1}}, \quad j = \overline{2, NJ-1}. \quad (14)$$

На оси струи при $j=1$ имеем $\frac{\partial p}{\partial \eta} = 0$, откуда следует $p_1 = p_2$ или

$L_1 = 1, K_1 = 0$. На внешней границе струи при $j = N_j$ имеем $p_j = p_e$, где p_e – давление в спутном дозвуковом потоке или затопленном пространстве.

Использование такого алгоритма является корректным только при сверхзвуковом течении. Поэтому при прямой прогонке соотношения (14) используются только до узла разностной сетки $j = J_e$, в котором число Маха $M > 1$, так чтобы при $j = J_e + 1$ мы имели $M < 1$. Соотношения (13) (обратная прогонка) используются для определения давления в узлах разностной сетки $j = \overline{1, J_e}$. В граничном узле принимается $p_{J_e} = p_e$. В узлах $j = \overline{J_e, NJ}$ принимается $p_j = p_e = \text{const}$. Это оправдано тем, что поперек дозвукового слоя смещения давление можно принять равным давлению в затопленном пространстве p_e .

Для определения значений поперечной скорости в узлах разностной сетки используется соотношение, вытекающее из первого соотношения (8), которое является разностной аппроксимацией уравнения неразрывности (1)

$$v_{j+1} = \frac{1}{a_{1j}} (e_{1j} - b_{1j}v_j + c_{1j}p_{j+1} + d_{1j}p_j), (j = \overline{1, NJ-1}, v_1 = 0). \quad (15)$$

Таким образом, в области, в которой $M > 1$, осуществляется маршевое решение уравнений первой группы (2), (4) – (6) и уравнения неразрывности (1) совместно с уравнением количества движения в радиальном направлении (3) – приближение «вязкого слоя». В области дозвукового течения ($M < 1$) решаются уравнения первой группы (2), (4) – (6) совместно с уравнением неразрывности (1) – приближение «узкого канала». Таким образом, с использованием единообразного маршевого алгоритма осуществляется непрерывный переход от расчета неизобарического полностью сверхзвукового течения к дозвуковому течению вплоть до течения в полностью дозвуковой изобарической струе.

Результаты расчетов. Для верификации алгоритма на рис. 1 показано распределение статического давления на оси и дано сравнение с расчетами других авторов и с экспериментальными данными. Выполнены расчеты параметров холодной сверхзвуковой воздушной струи, истекающей в затопленное пространство струи при нерасчетности $n = p_c / p_e = 1,45$ и числе Маха на срезе сопла $M = 2$. На этом рисунке: 1 – расчет из [8] по алгоритму настоящей работы; 2, 3 – расчет работы [9] с использованием различных моделей турбулентности; \circ – эксперимент [10]

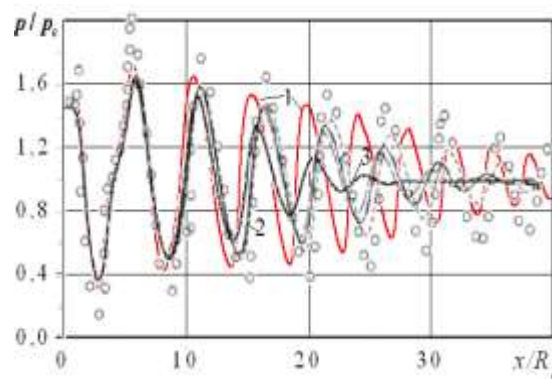


Рис. 1

Иллюстрация изменения параметров истечения сверхзвуковой неизобарической струи в затопленное пространство, начиная с начального сечения при полностью сверхзвуковом течении на срезе сопла и до области с полностью дозвуковым течением в струе, приведена на рис. 2 и 3.

Расчеты проведены при следующих значениях параметров на срезе сопла: давление $p_c = 0,65 \cdot 10^5$ Па; число Маха $M = 3,24$; температура торможения струи $T_0 = 21000$ К. Струя продуктов сгорания истекает в затопленное воздушное пространство при давлении $p_e = 1 \cdot 10^5$ Па и статической температуре $T = 2930$ К.

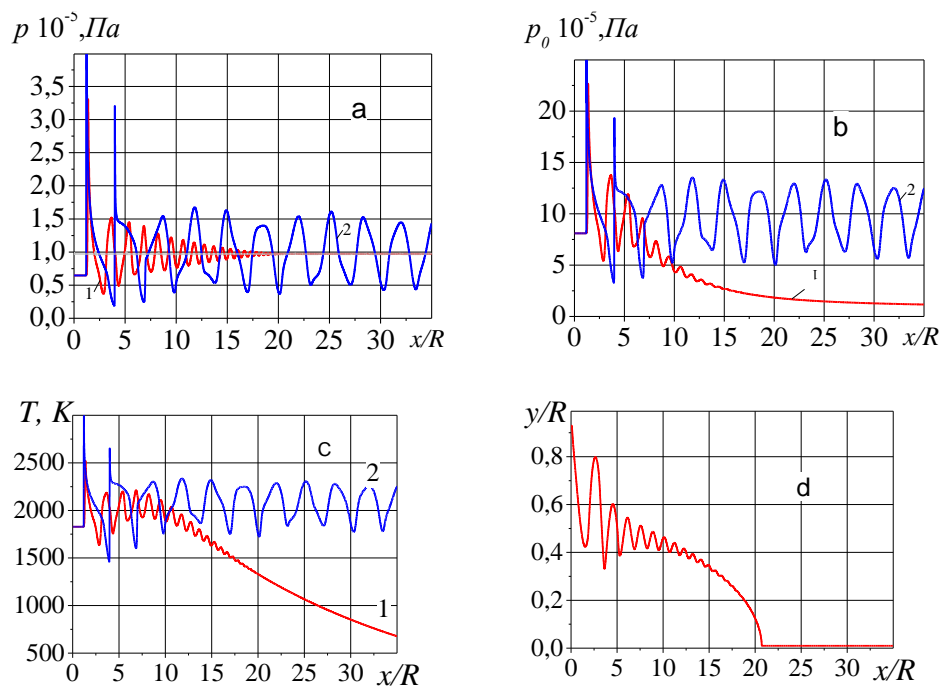


Рис. 2

Распределение статического (а), полного (б) давления, температуры (с) на оси и радиальной координаты звуковой линии (д) вдоль струи показано на рис. 2. Линейные размеры отнесены к радиусу выходного сечения сопла. На этом рисунке представлены результаты, полученные в результате расчета течений в турбулентной струе при использовании однородного алгоритма (линии 1), и течений в невязкой струе, полученные с использованием схемы Годунова (линии 2). На рисунке 3 приведена картина изолиний числа Маха в струе. Для наглядности представления результата поперечное расстояние на рис. 3 увеличено в 3 раза.

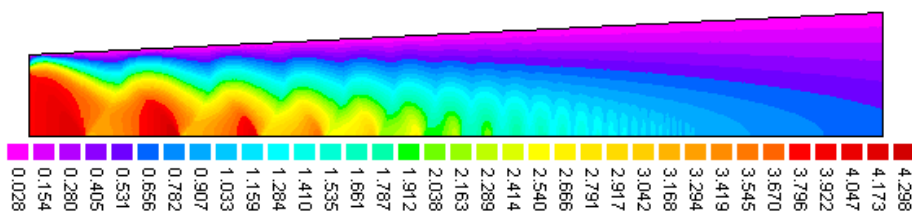


Рис. 3

Выводы. Предложен алгоритм расчета истечения сверхзвуковой струи продуктов сгорания ракетного двигателя в спутный дозвуковой поток воздуха или затопленное пространство. Этот алгоритм позволяет единообразным

методом получить изменение параметров в струе начиная с начального сечения с полностью сверхзвуковым течением и до практически полного торможения струи.

1. Родионов А. В. Новый маршевый метод расчета струй продуктов сгорания. ЖВМ и МФ. 2002. Т. 42, № 9. С. 1413–1424.
2. Сафронов А. В. Метод расчета струй продуктов сгорания при старте. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2006. Том 4. URL: <http://chemphys.edu.ru/2006-10-23-001.pdf>
3. Галицкий К. Б. Моделирование догорания высокоскоростных турбулентных струй. Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42, №2. С. 3–9.
4. Тимошенко В. И., Белоцерковец И. С. Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком. Вісник Дніпропетровського університету. 2008. Т. 1, вып. 1. С. 15–23.
5. Секундов А. Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтомоделных течений. МЖГ. 1971. №5. С. 114–127.
6. Мещеряков Е. А., Левин В. М., Сабельников В. А. Расчетное и экспериментальное исследование горения струи водорода в спутном сверхзвуковом потоке воздуха в канале. Труды ЦАГИ. 1983. Вып. 2193. 36 с.
7. Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы: введение в теорию. М.: Наука, 1973. 400 с.
8. Тимошенко В. И., Дешко А. Е. Численное моделирование истечения сверхзвуковой многокомпонентной химически-реагирующей струи продуктов сгорания ракетного двигателя. Космічна наука і технологія. 2017. Том 23, №6. С 3–11
9. Глушко Г. С. Иванов И. Э., Крюков И. А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. URL: www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-023.pdf.
10. Seiner J. M., Norum T. D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets. AIAA. 1979. Pap. 79–1526

Получено 21.11.2018,
в окончательном варианте 18.12.2018