

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЕЗДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ПЕРЕЛОМАМ ПРОДОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ПУТИ

*Інститут техніческої механіки  
Національної академії наук України і Государственного космического агентства України,  
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпр, Україна; e-mail: dep7@ukr.net*

Розглянуто питання, пов'язані з оцінкою сил, що виникають у міжвагонних з'єднаннях під час руху з постійною швидкістю вантажного поїзда по переломах поздовжнього профілю колії. Для проведення розрахунків складено математичну модель руху вантажного поїзда по колії довільного обрису в плані та профілі. При цьому розрахункова модель однієї частини вагонів враховує тільки поздовжні переміщення екіпажів, а для іншої частини вагонів використовується повна просторова модель їхніх коливань. Для поїзда, що розглядається, у вагонах, рух яких моделюється просторовою розрахунковою схемою, як ходові частини використано візки моделі 18-7020, в конструкції яких використано елементи, запропоновані Інститутом технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України (ІТМ НАНУ і ДКАУ). Диференціальні рівняння руху вантажного поїзда отримано в формі рівнянь Лагранжа другого роду. При моделюванні враховувалися нерівності рейкової колії та обрис шляху, по якому рухається поїзд. Модель описує рух поїзда по прямолінійних і криволінійних (перехідні та кругові криві) ділянках рейкової колії та по переломах поздовжнього профілю колії (рух по ухилу шляху на спускові та підйомі). На основі побудованої математичної моделі розроблено алгоритм і створено обчислювальну програму, призначена для оцінки динамічних характеристик поїзда, що рухається. Проведено оцінку впливу параметрів колії та маси поїзда, схеми його формування, умов, що характеризують початковий стан автозчепних пристрій на величини сил у міжвагонних з'єднаннях. Показано, що у всіх випадках великі значення як растягувальних, так і стискальних сил мають місце в з'єднаннях тих вагонів, модель яких представлена розрахунковою схемою, яка враховує їхні просторові коливання.

**Ключові слова:** вантажний поїзд, математичне моделювання, просторові коливання, поздовжні сили, рух по вигнутих кривих.

Рассмотрены вопросы, связанные с оценкой сил, возникающих в межвагонных соединениях при движении с постоянной скоростью грузового поезда по переломам продольного профиля пути. Для проведения расчетов составлена математическая модель движения грузового поезда по пути произвольного очертания в плане и профиле. При этом расчетная модель одной части вагонов учитывает только продольные перемещения экипажей, а для другой части вагонов используется полная пространственная модель их колебаний. В вагонах рассматриваемого поезда, движение которых моделируется пространственной расчетной схемой, в качестве ходовых частей использованы тележки модели 18-7020, в конструкции которых использованы элементы, предложенные Институтом технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины (ИТМ НАНУ и ГКАУ). Дифференциальные уравнения движения грузового поезда получены в форме уравнений Лагранжа второго рода. При моделировании учитывались неровности рельсовой колеи и очертания пути, по которому движется состав. Модель описывает движение поезда по прямолинейным и криволинейным (переходные и круговые кривые) участкам рельсовой колеи и по переломам продольного профиля пути (движение по уклону пути на спуске и подъеме). На основе построенной математической модели разработан алгоритм и создана вычислительная программа, предназначенная для оценки динамических характеристик движущегося поезда. Проведена оценка влияния параметров пути и массы поезда, схемы формирования состава, условий, характеризующих начальное состояние автосцепных устройств на величины сил в межвагонных соединениях. Показано, что во всех случаях большие значения как растягивающих, так и сжимающих сил имеют место в соединениях тех вагонов, модель которых представлена расчетной схемой, учитывающей их пространственные колебания.

**Ключевые слова:** грузовой поезд, математическое моделирование, пространственные колебания, продольные силы, движение по вогнутым кривым.

The issues related to the evaluation of forces arising in the inter-car connections for a freight train moving at a constant speed over changes of gradient are considered. A mathematical model of a freight train motion along a track of arbitrary alignment and profile was constructed. The design model of one part of the cars takes into account only their longitudinal motion, and for the other part of the cars, a full spatial model of their oscillations is used. The cars of the train considered whose motion is modeled by the spatial design scheme have bogies of model 18-7020 in which the elements proposed by the Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine are used. Differential equations of the freight train motion were obtained in the form of the Lagrange equations of the second kind. The modelling took into account rail track irregularities and the shape of the path along which the train moves. The model describes the train motion along straight and curvilinear (transitional and circular curves) sections of rail track and over changes of track gradient (motion along descending and ascending grades). Based on the mathematical model obtained, an

algorithm and a program were developed for evaluating the dynamic characteristics of a moving train. The effect of the track parameters, the train mass, the train makeup, and the conditions of the automatic coupling devices initial state on the forces in the inter-car connections was evaluated. It was shown that in all cases, larger values of both tensile and compressive forces occur in the connections of those cars whose model is represented by the design scheme that takes into account their spatial oscillations.

*Keywords:* freight train, mathematical simulation, spatial oscillations, longitudinal forces, motion in concave curves.

**Введение.** При проектировании нового и модернизации существующего грузового подвижного состава и выборе условий перевозки грузов важно учитывать действующие на вагон силы, возникающие при различных режимах движения поезда. Процесс возникновения и распространения продольных усилий в грузовом поезде при движении по переломам продольного профиля пути зависит от множества причин, основными из которых являются скорость движения поезда, наличие неровностей колеи в плане и профиле, масса поезда, величины уклонов пути и т. д. Вследствие того, что в межвагонных соединениях грузового поезда имеются зазоры, при его движении могут возникать силы ударного характера, влияющие на прочность элементов конструкции вагонов. Наличие в составе грузового поезда груженых и порожних вагонов в некоторых случаях может приводить к выдергиванию или выжиманию порожних и малозагруженных вагонов из состава, что в свою очередь приводит к сходу колесных пар вагонов с рельсов. Поэтому при рассмотрении вопросов повышения скоростей движения грузовых поездов необходимо проводить предварительную оценку динамических характеристик их вагонов и сил в межвагонных соединениях при движении с повышенными скоростями по пути произвольного профиля и плана. Это в свою очередь требует создания достоверных математических моделей колебаний грузовых поездов и соответствующего программного обеспечения для проведения расчетов.

**Математическая модель.** Исследование динамических показателей железнодорожного подвижного состава связано с рассмотрением колебаний сложных механических систем с большим числом степеней свободы. При этом при исследовании движения поезда по переломам продольного профиля пути недостаточно рассматривать колебания отдельного вагона, поскольку в этом случае нет возможности оценить силы, возникающие в межвагонных соединениях. Поэтому появляется необходимость моделировать движение поезда в целом. В зависимости от цели исследований модель движения поезда может быть представлена разными способами:

- поезд представляется цепочкой одномерных или двумерных твердых тел, соединенных существенно нелинейными деформируемыми элементами, моделирующими работу автосцепных устройств. При этом для каждого вагона можно оценить только либо его продольные перемещения и силы (одномерная модель), либо продольные и вертикальные перемещения и силы (двумерная модель);
- каждый вагон в поезде представляется достаточно полной пространственной системой, что позволяет оценивать устойчивость и безопасность движения поезда и его отдельных вагонов. Однако в такой модели число степеней свободы становится очень большим, что влечет за собой значительные трудности в процессе проведения расчетов;
- сочетание описанных выше способов моделирования движения поезда.

В данной статье для оценки качества движения грузового поезда по пути произвольного очертания в плане и профиле рассматривается вариант моделирования, когда расчетная модель одной части вагонов учитывает только их продольные перемещения, а для другой части вагонов используется полная пространственная модель их колебаний. В вагонах, движение которых моделируется пространственной расчетной схемой, в качестве ходовых частей использованы тележки модели 18-7020, созданные на Крюковском вагоностроительном заводе. При разработке этой тележки использованы элементы, предложенные Институтом технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины (ИТМ НАНУ и ГКАУ) для комплексной модернизации типовой тележки модели 18-100 [1, 2]. Движение поезда и отдельных вагонов моделируется с учетом действия внешних возмущений, связанных с несовершенством рельсовой колеи. Такая модель позволяет оценить как устойчивость и безопасность движения отдельных вагонов, так и поезда в целом.

Дифференциальные уравнения движения грузового поезда получены в форме уравнений Лагранжа второго рода [3, 4]. При определении числа степеней свободы рассматриваемой механической системы приняты во внимание ограничения, наложенные на перемещения тел в силу общепринятых допущений и конструктивных особенностей ходовых частей вагонов. Кинетическая энергия системы получена сложением кинетических энергий тел, входящих в систему. Для каждого из тел кинетическая энергия определялась по теореме Кенига. Потенциальная энергия системы определялась как сумма энергии упругих деформаций и изменений энергии вследствие подъема или опускания центров масс тел, входящих в систему. Функция рассеяния энергии в экипаже учитывает действие сил вязкого трения при вертикальных и горизонтальных прогибах пути, а также действие сил сухого трения в центральном и буксовом подвешиваниях и при взаимных поворотах кузова относительно ходовых частей в плане. Обобщенные силы, не имеющие потенциала, включают в себя силы взаимодействия колес и рельсов, которые определяются с использованием гипотезы крипа. Согласно этой гипотезе касательные силы взаимодействия колес с рельсами нелинейно зависят от безразмерных характеристик проскальзывания [5]. При моделировании движения поезда учитывались неровности рельсовой колеи и очертание пути, по которому движется состав. Модель описывает движение поезда по прямолинейным и криволинейным участкам рельсовой колеи и по переломам продольного профиля пути.

Разработанная математическая модель движения грузового поезда представляет систему  $(nK + N)$  нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка каждое ( $n$  – число степеней свободы для  $K$  вагонов, представленных пространственной разветвленной системой;  $N$  – количество вагонов, расчетная схема которых представлена одной массой) [6].

На основе построенной математической модели разработан алгоритм и создана вычислительная программа, предназначенная для оценки динамических характеристик движущегося поезда. Разработанная компьютерная программа позволяет имитировать широкий спектр различных расчетных случаев, охватывающих всевозможные сочетания числа вагонов в поезде, их загрузку, параметры технического состояния ходовых частей и пути, план и

профиль пути, по которому движется поезд. В результате расчетов может быть получен практически любой набор необходимых выходных величин.

**Результаты исследований.** Расчетная оценка динамических показателей движущегося грузового поезда проведена путем анализа результатов решения нелинейных дифференциальных уравнений, представляющих динамическую модель колебаний железнодорожного состава. Решения нелинейных дифференциальных уравнений получены численно по методу Адамса–Башфорта.

Рассмотрен поезд, состоящий из 23-х вагонов, оборудованных поглощающими аппаратами Ш-2-В [7]. При этом движение каждого из первых и последних десяти вагонов моделируется одним твердым телом, масса которого равна массе вагона в целом. Движение каждого из трех вагонов в середине поезда моделировалось с помощью пространственной модели, описывающей колебания этих вагонов. В качестве возмущений задавались неровности рельсовой колеи в вертикальном и поперечном горизонтальном направлениях, соответствующие удовлетворительному состоянию пути. Неровности представлены в виде случайных стационарных процессов с гауссовским распределением по амплитуде и спектральной плотностью, имеющей монотонно падающий характер [8]. Возмущения подавались под колеса экипажа с транспортным запаздыванием, которое зависит от расстояния между колесными парами и скорости движения экипажа.

В статье приведены результаты оценки динамических характеристик грузового поезда при его движении по переломам продольного профиля пути “на выбеге” [9]. В Нормах [10] показано, что продольные сжимающие и растягивающие силы, возникающие в межвагонных соединениях, не должны превышать 0,5 МН для порожних и частично загруженных четырехосных вагонов и (1,0 – 1,2) МН для полностью загруженных экипажей.

При решении задачи об оценке сил в поезде, движущемся по пути переменного профиля с постоянной скоростью, с целью определения безопасных режимов движения, прежде всего, рассматриваются переходные процессы, вызванные движением состава без управляющих воздействий (торможение, режим набора тяги). При этом оценивается влияние значений параметров рельсовой колеи и поезда, схемы формирования состава, условий, характеризующих начальное состояние межвагонных соединений [11].

В расчетных вариантах варьировались скорость движения поезда, величина уклонов, масса поезда, начальное состояние межвагонных соединений (предварительно сжатый или растянутый поезд), загрузка поезда (груженый, порожний) и расположение вагонов разной загрузки в его составе. Рассмотрено движение состава по участку пути следующего очертания: вначале идет прямолинейный участок длиной 400 м, потом поезд движется по уклону на спуске длиной 700 м, затем движение продолжается по уклону на подъеме длиной 700 м и состав опять выходит на прямолинейный участок пути. Между всеми участками учтено наличие сопрягающих кривых большого радиуса. Силы, возникающие при движении поезда по участку пути с положительным (спуск) либо отрицательным (подъем) уклоном железнодорожной колеи, определялись выражениями, приведенными в работе [12].

На рис. 1 приведены зависимости распределения максимальных значений продольных сил, возникающих в межвагонных соединениях груженого поезда массой 2162 т. Столбики диаграмм 1, 3 и 2, 4 соответствуют движе-

нию поезда в разных исходных состояниях (столбики 1 и 3 показывают значения максимальных сил для предварительно сжатого состава, т. е. зазоры в автосцепных устройствах равны нулю, а столбики 2 и 4 характеризуют силы, возникающие в предварительно растянутом составе, т. е. зазоры во всех автосцепках максимальны и равны 0,065 м). Поезд двигался по вогнутому участку пути с различными скоростями движения в диапазоне от 60 км/ч до 120 км/ч. Рис. 1, а) соответствует результатам, полученным при движении поезда по участку пути с уклоном 27 % (спуск), а на рис. 1, б) представлены результаты движения по участку пути с уклоном -17 % (подъем). Положительные значения на диаграммах соответствуют растягивающим силам, а отрицательные – сжимающим. Приведенные диаграммы показывают, что силы в межвагонных соединениях несущественно зависят от скорости движения поезда. При этом при движении поезда по уклону на спуске их величины лежат в диапазоне (0,35 – 0,45) МН, а на подъеме в ряде вариантов превышают 0,7 МН.

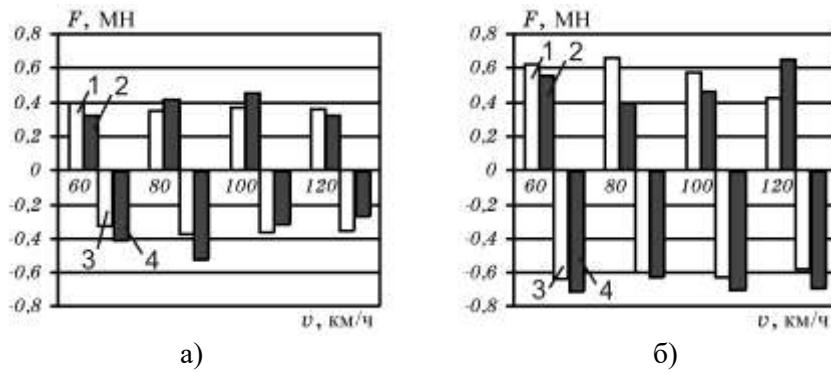


Рис. 1

Аналогичные описанным выше результатам данные приведены на рис. 2 для случая, когда все вагоны поезда являются порожними (масса поезда 529 т). Обозначения здесь такие же, как и на рис. 1. Как показывают результаты, полученные для порожнего поезда, во всех рассмотренных случаях как растягивающие, так и сжимающие силы выше для предварительно сжатого поезда. При этом при движении порожнного состава силы в автосцепных устройствах в целом ниже, чем при движении груженого поезда.

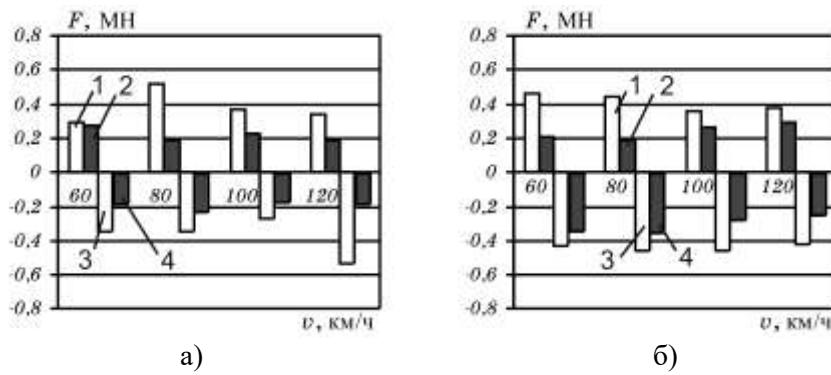


Рис. 2

Проведен цикл расчетов для оценки продольных сил, возникающих в автосцепных устройствах при движении грузового поезда по переломам про-

дольного профиля различной крутизны, так как максимальные разрешенные уклоны железнодорожного пути определяются категорией железнодорожного пути и рельефом местности, где он проложен. В расчетах рассматривались случаи уменьшенных и увеличенных в два раза величин уклонов по сравнению с предыдущими расчетами. На рис. 3 – рис. 6 приведены диаграммы распределения максимальных продольных сил, действующих в автосцепных устройствах, в зависимости от скорости движения поезда и величин уклонов железнодорожного пути. Данные рис. 3 и рис. 4 соответствуют результатам, полученным при движении по пути с различными уклонами на спуске для груженого и порожнего составов соответственно. Столбики 2 и 5 соответствуют исходному значению уклона 27 %; данные, обозначенные цифрами 1 и 4, получены при значении уклона 13 %, а цифрами 3 и 6 – при величине уклона 40 %. При этом буквой «а» отмечены результаты для предварительно сжатого поезда, а буквой «б» – для предварительно растянутого. Результаты расчетов, полученные при движении поезда на подъеме при разных значениях уклонов, показаны на рис. 5 и рис. 6. Здесь столбики 2 и 5 соответствуют исходному значению уклона 17 %; данные, обозначенные цифрами 1 и 4, получены при значении уклона 8 %, а цифрами 3 и 6 – при величине уклона 34 %. Остальные обозначения такие же, как на рис. 3 и рис. 4. Как видно из приведенных данных, наибольшие силы возникают при движении поезда в груженом режиме на пути с большей крутизной как на спуске, так и на подъеме. Для поезда, движущегося в порожнем режиме, значения продольных сил, в основном, не сильно зависят от величины уклона пути.

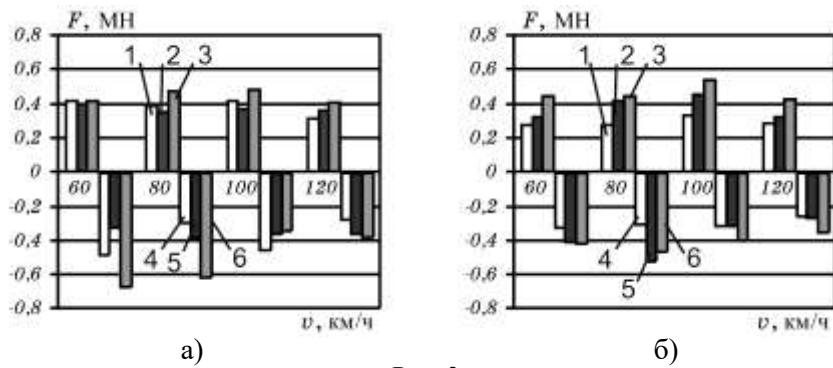


Рис. 3

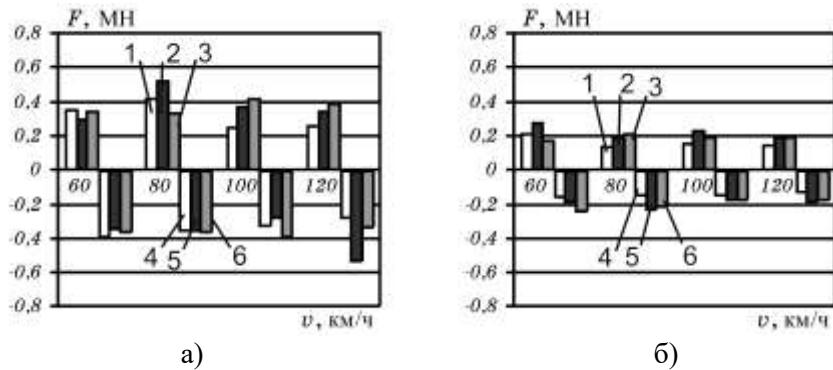


Рис. 4

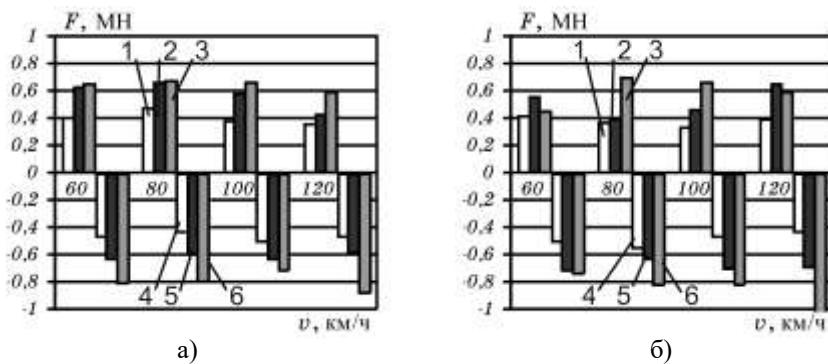


Рис. 5

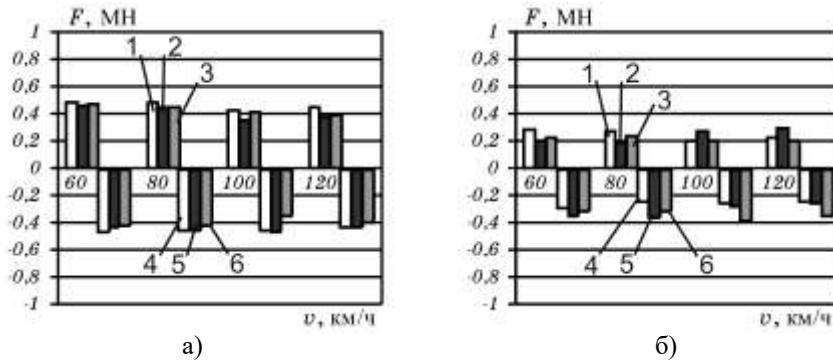


Рис. 6

Оценено влияние массы поезда на величины сил в межвагонных соединениях. С этой целью в рассматриваемую расчетную схему поезда добавлена цепочка из десяти твердых тел, которые имеют только поступательные перемещения, параллельные оси пути. При этом масса груженого поезда изменилась с 2162 т до 3102 т, а масса порожнего поезда – с 529 т до 759 т. Расчеты по определению сил в автосцепных устройствах проведены как для состава с гружеными, так и с порожними вагонами при движении по вогнутому профилю пути в предварительно сжатом и предварительно растянутом состояниях. В качестве примера на рис. 7 для сравнения показаны значения растягивающих и сжимающих сил в межвагонных соединениях для груженых составов массами 2162 т (столбики 1 и 3) и 3102 т (столбики 2 и 4), движущихся по подъему профиля пути в предварительно сжатом (рис. 7, а)) и предварительно растянутом (рис. 7, б)) состояниях. По полученным результатам видно, что увеличение массы поезда почти в полтора раза приводит к увеличению сил на (15 – 20) %.

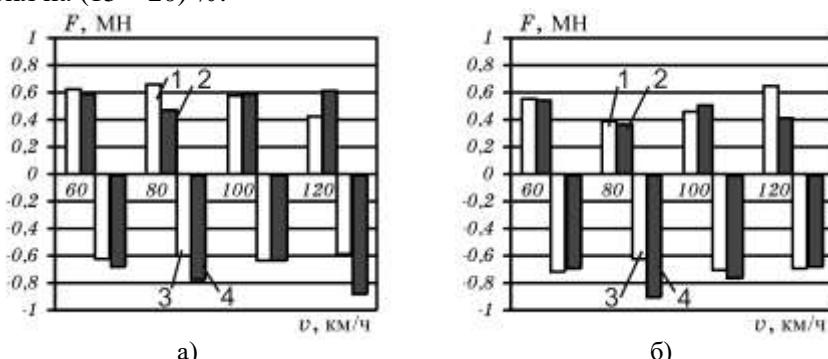


Рис. 7

Представляет интерес исследование влияния формирования поезда на величины сил в автосцепных устройствах. На рис. 8 в виде диаграмм показана зависимость распределения максимальных значений растягивающих и сжимающих продольных сил, возникающих в межвагонных соединениях при движении предварительно сжатого поезда по вогнутому участку пути, содержащему спуск с уклоном 27 % (рис. 8, а)) и подъем с уклоном – 17 % (рис. 8, б)). Результаты, приведенные на рисунке, соответствуют двум схемам формирования поезда: у первого состава в голове поезда находятся 13 груженых вагонов, а дальше расположены 10 порожних вагонов (столбики 1 и 2); у второго состава в голове поезда 13 порожних вагонов, за которыми следуют 10 груженых вагонов (столбики 3 и 4). Как видно из приведенных диаграмм, при движении поезда на спуске в обоих рассмотренных вариантах его формирования значения продольных сил имеют примерно одинаковый уровень и не превышают 0,4 МН, при этом меньшие силы имеют место при расположении порожних вагонов в хвосте поезда. Такой же характер распределения сил имеет место и при движении состава на подъем, при этом значения продольных сил несколько увеличиваются и достигают 0,45 МН.

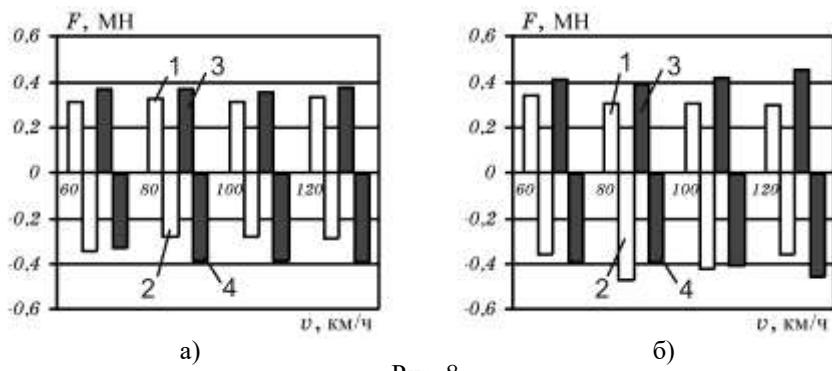


Рис. 8

Аналогичные вышеописанным диаграммы распределения максимальных значений продольных сил, возникающих в межвагонных соединениях, приведены на рис. 9. В этом случае на участок пути с вогнутым профилем въезжает предварительно растянутый поезд. Все обозначения здесь такие же, как на рис. 8. Здесь имеет место существенный разброс значений продольных сил. При движении по спуску силы в автосцепных устройствах не превышают 0,40 МН для обоих рассматриваемых случаев формирования поезда, однако сжимающие силы несколько выше для случая, когда порожние вагоны находятся во второй части поезда. При движении на подъем силы в межвагонных соединениях несколько увеличиваются для обоих составов, в ряде случаев они достигают 0,50 МН. При этом для одних скоростей движения меньшие силы имеют место для состава, в котором порожние вагоны находятся в конце поезда, а для других скоростей – для состава, в котором в голове поезда находятся порожние вагоны.

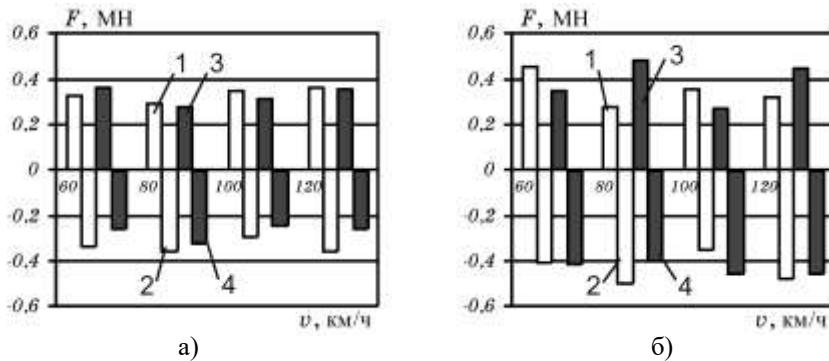


Рис. 9

Отметим, что во всех рассмотренных случаях движения рассматриваемого грузового поезда с повышенными скоростями как растягивающие, так и сжимающие силы лежат в пределах допустимых значений.

Анализ полученных расчетных данных показал, что при движении рассматриваемого поезда по переломам продольного профиля пути наибольшие значения продольных сил чаще всего возникают в автосцепных устройствах тех вагонов, колебания которых моделируются пространственной системой твердых тел с большим числом степеней свободы. В качестве примера на рис. 10 (движение на спуске) и рис. 11 (движение на подъеме) приведены графики распределения по автосцепкам значений максимальных растягивающих и сжимающих продольных сил в поезде при скорости движения 60 км/ч для состава, состоящего из 23 груженых вагонов (рис. 10, а) и (рис. 11, а)) и состава, в котором все 23 вагона порожние (рис. 10, б) и (рис. 11, б)). В обоих случаях пространственной моделью представлены одиннадцатый, двенадцатый и тринадцатый вагоны. Линии 1 и 3 соответствуют предварительно растянутому поезду, а линии 2 и 4 – предварительно сжатому поезду.

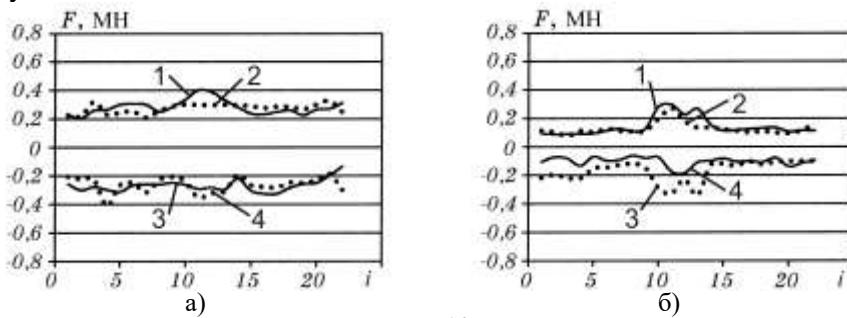


Рис. 10

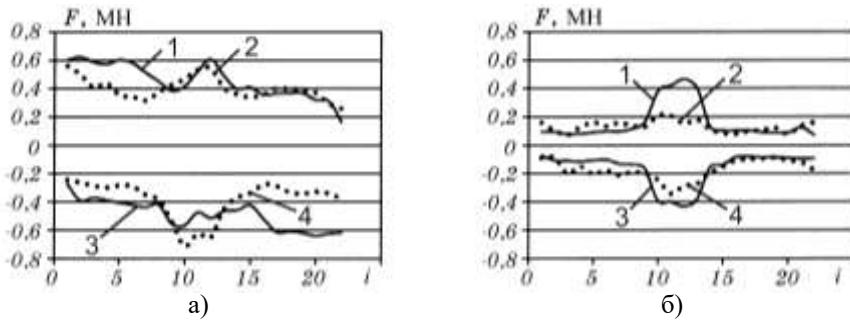


Рис. 11

Для оценки влияния характеристик модели отдельного вагона на величины исследуемых сил проведены расчеты распределения максимальных сил в межвагонных соединениях для случая, когда все вагоны поезда представлены телами одинаковой массы и имеют только одну степень свободы – движение в продольном направлении. Полученные результаты сравнивались с данными соответствующих вариантов расчетов, в которых каждый из трех средних вагонов представлен пространственной моделью девяти твердых тел, соединенных связями различного характера, с большим числом степеней свободы. Для примера на рис. 12 представлены кривые распределения максимальных сил в межвагонных соединениях для описанных случаев при движении предварительно растянутого поезда с порожними вагонами по уклону пути на спуске (рис. 12, а)) и на подъеме (рис. 12, б)). Здесь линии 1 и 3 соответствуют варианту, когда расчетная модель всех вагонов учитывает только их продольные перемещения, а линии 2 и 4 – когда модель средних вагонов учитывает их пространственные колебания. Из приведенных результатов следует, что расчетные силы в автосцепных устройствах вагонов, представленных пространственными моделями, в значительной степени отличаются от сил, полученных для одномерной модели поезда. Особенно существенным это отличие является для растягивающей силы при движении на спуске и для сжимающей силы при движении состава на подъеме пути. Если в случае использования одномерной модели расчетные значения сил в межвагонных соединениях не превышают 0,2 МН во всем рассматриваемом интервале движения, то для варианта с учетом пространственной модели некоторых вагонов соответствующие силы в ряде случаев превышают 0,3 МН. Чтобы оценить характер изменения этих сил, на рис. 13 и рис. 14 в качестве примера представлены осциллограммы изменения продольных сил в соединении 11-го и 12-го вагонов в зависимости от пройденного пути для случая, когда модель поезда является одномерной (рис. 13) и пространственной (рис. 14). Здесь показаны осциллограммы изменения продольных сил в соединении 11-го и 12-го вагонов при движении поезда по участку пути с вогнутым профилем на спуске (интервал 400 м – 1100 м) и подъеме (интервал 1100 м – 1700 м). Если по характеру изменения рассматриваемых сил осциллограммы являются подобными, то по величинам сил разница расчетных значений при использовании различных моделей является существенной. При этом во всех случаях большие значения как растягивающих, так и сжимающих сил, возникающих в межвагонных соединениях, имеют место при использовании пространственной модели вагонов поезда.

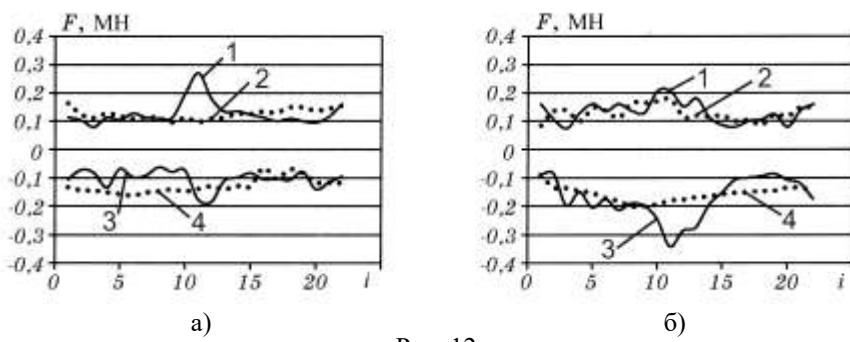


Рис. 12

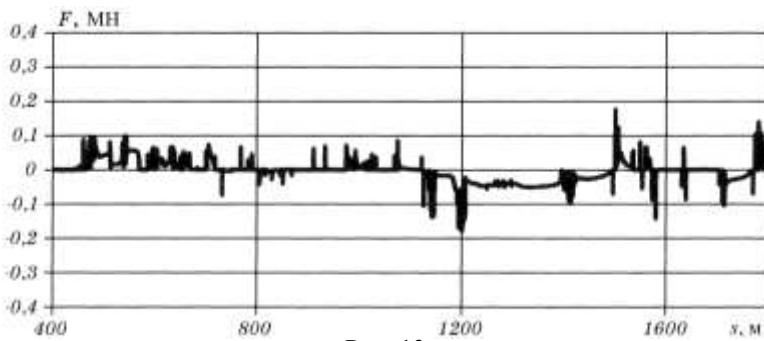


Рис. 13

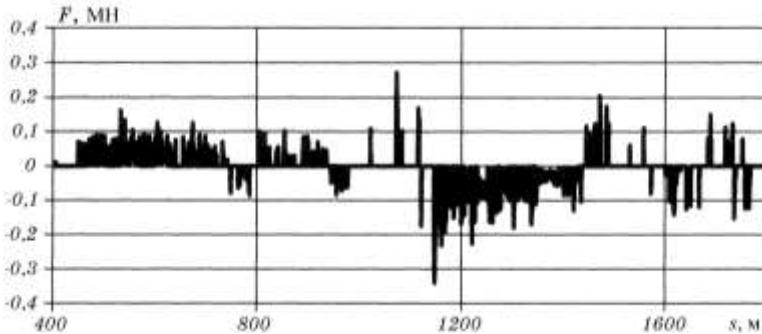


Рис. 14

**Выводы.** Таким образом, проведенные расчеты показали, что при оценке сил, возникающих в межвагонных соединениях вагонов грузовых поездов при их движении по переломам продольного профиля пути, и рассмотрении вопросов, связанных с обеспечением безопасного движения железнодорожного подвижного состава, необходимо использовать пространственные расчетные схемы вагонов поезда, что позволяет более точно определять силы, действующие в автосцепных устройствах.

Исследования выполнены за счет финансирования по бюджетной программе “Поддержка развития приоритетных направлений научных исследований” (КПКВК 6541230).

1. Ушаков В. Ф., Мокрий Т. Ф., Малышева И. Ю., Безрукавый Н. В. Усовершенствование ходовых частей перспективного грузового вагона. Техническая механика. 2017. № 4. С. 79–88.
2. Ушаков В. Ф., Мокрий Т. Ф., Малышева И. Ю., Мащенко И. А., Пасичник С. С. Комплексная модернизация ходовых частей грузовых вагонов. Вагонный парк. 2007. № 2. С. 18–22.
3. Демин Ю. В., Дlugач Л. А., Коротенко М. Л., Маркова О. М. Автоколебания и устойчивость движения рельсовых экипажей. Киев: Наук. думка, 1984. 160 с.
4. Маркова О. М., Kovtun E. H., Mal'yi V. B. Пространственная модель переходных режимов движения поезда. Транспорт Российской Федерации. 2015. № 3. С. 25–27.
5. Ушаков В. Ф., Резников Л. М., Иккол В. С., Трубицкая Е. Ю., Редько С. Ф., Залесский А. И. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств. Киев: Наук. думка, 1989. 240 с.
6. Markova O., Kovtun H., Maliy V. Modelling train motion along arbitrary shaped track in transient regimes. IMechE Part F: Rail and Rapid Transit. 2015. № 229(1). P. 97–105. <https://doi.org/10.1177/0954409713501806>
7. Коломийченко В. В., Голованов В. Г. Автосцепка подвижного состава. М.: Транспорт, 1973. 191 с.
8. Ушаков В. Ф., Лапина Л. Г., Мащенко И. А. Расчетные возмущения для оценки динамических качеств грузовых вагонов. Вісн. ДНУЗТ ім. В. Лазаряна. 2013. Вип. 4 (46). С. 135–141. <https://doi.org/10.15802/stp2013/16600>
9. Markova O., Bogomaz G., Kovtun H. Freight vehicles dynamics in train. Warszawa: Zeszyty naukowe instytutu pojazdow. 2006. № 1(60). P. 169–174.
10. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). М.: ГосНИИВ-ВНИИЖТ, 1996. 319 с.
11. Блохин Е. П., Манашкин Л. А. Динамика поезда. М.: Транспорт, 1982. 222 с.
12. Лазарян В. А. Динамика транспортных средств: избр. тр. Киев: Наук. думка, 1985. 528 с.

Получено 22.07.2019,  
в окончательном варианте 10.09.2019