

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛОМАСООБМІНУ В КАНАЛІ З НАНОРІДИНОЮ ПРИ ЙОГО НЕРІВНОМІРНОМУ НАГРІВІ КОНЦЕНТРОВАНИМ ТЕПЛОВИМ ПОТОКОМ

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: lknysh@ukr.net, andrewb1456@gmail.com

За мету в роботі поставлено визначення доцільності використання в якості теплоносія параболоциліндричної сонячної станції нанорідини – спеціальної суспензії, що містить частинки нанометрового розміру. Додавання наночастинок в базовий теплоносій дозволяє інтенсифікувати конвективний теплообмін усередині каналу, що підвищує загальну теплову ефективність системи прийому. Для дослідження тепломасопереносу в системі прийому параболоциліндричної станції, яка складається з концентратора та трубчатого теплоприймального каналу з нанорідиною, було розроблено уточнену нелінійну 3D математичну модель процесу. В представленій математичній моделі значення нерівномірного теплового потоку на поверхні трубчатого теплоприймача знайдено шляхом апроксимації числових даних, отриманих методом статистичних випробувань Монте-Карло. Це дозволило спростити класичну спряжену детерміновано-статистичну математичну модель та перейти до повністю детермінованої моделі, що була розв'язана методом контрольних об'ємів. В розробленій моделі додатково врахована теплопровідність стінки теплоприймального каналу, реальні умови навколишнього середовища, теплові втрати з поверхні теплоприймача. Створено числовий алгоритм, на основі якого проведені числові параметричні дослідження по визначенню температурних полів нанорідинного теплоносія Syltherm800/Al₂O₃. Така нанорідина виготовлена на основі класичного теплоносія параболоциліндричних сонячних станцій – силіконової олії Syltherm800 з додаванням до неї наночастинок оксиду алюмінію. Числові дослідження проведені як з чистою олією Syltherm800, так і з відповідною нанорідиною Syltherm800/Al₂O₃, концентрація наночастинок Al₂O₃ в якій становить 3 %, 5 % та 8 %. Вперше визначено, що позитивний ефект від використання нанорідини в якості теплоносія параболоциліндричної сонячної станції спостерігається тільки при ламінарному русі нанорідинного теплоносія з високою концентрацією наночастинок. Верифікація отриманих числових даних, що проведена шляхом порівняння з даними натурних експериментів, показала задовільний збіг результатів.

Ключові слова: математична модель, параболоциліндрична сонячна станція, теплоносій, нанорідина, числове дослідження.

This work is aimed at determining the expediency of using a nanofluid (a special suspension with nanoparticles) as a heat transfer agent for a parabolic trough solar plant. Adding nanoparticles to a base heat transfer agent intensifies convective heat exchange inside the channel, thus increasing the total heat efficiency of the receiver system. A refined nonlinear 3D mathematical model was developed to study heat-and-mass transfer in the receiver system of a parabolic trough solar plant that consist of a concentrator and a tube heat receiver with a nanofluid. In the mathematical model, the values of the nonuniform heat flux on the tube heat receiver surface are found by approximating numerical data obtained by the Monte Carlo method. This simplifies the classical coupled deterministic-statistical mathematical model and allows one to obtain a purely deterministic model solved by the finite volume method. The model also accounts for the thermal conductivity of the heat receiver wall, the actual ambient conditions, and the heat loss from the heat receiver surface. A numerical algorithm was developed to conduct numerical parametric studies on determining the temperature fields of Syltherm800/Al₂O₃ nanofluid heat transfer agent. This nanofluid is prepared from the traditional heat transfer agent of parabolic trough solar plants – Syltherm800 silicone oil – by adding aluminum oxide nanoparticles thereto. The numerical studies were conducted both for pure Syltherm800 oil and for Syltherm800/Al₂O₃ nanofluid with an Al₂O₃ nanoparticle concentration of 3, 5, and 8 per cent. This study is the first to find that the use of a nanofluid as a heat transfer agent for a parabolic trough solar plant produces a positive effect only in the case of the laminar flow of a nanofluid heat transfer agent with a high nanoparticle concentration. A verification of the obtained numerical data showed that they are in satisfactory agreement with experimental ones.

Keywords: mathematical model, parabolic trough solar plant, heat transfer agent, nanofluid, numerical study.

«Зелений перехід», що оголошений в світі, сприяє удосконаленню традиційних та пошуку нових методів перетворення енергії Сонця. Ці методи умовно розділяються на дві групи, які розвиваються паралельно – пряме фотоелектричне перетворення та термодинамічне. До переваг термодинамічного перетворення можна віднести високий ККД, який зростає зі збільшенням потужності установки, надійність, відсутність характерної для фотоелектричних систем деградації. Більш того, як правило, існує можливість адаптувати в

сонячний термодинамічний цикл системи, що випускають серійно – генератори, турбіни, насоси тощо.

Стабільна та ефективна робота сонячних термодинамічних установок безпосередньо залежить від якості та надійності системи прийому сонячного випромінювання, яка вважається ключовим елементом подібних систем. В загальному випадку система прийому сонячної термодинамічної установки складається з концентратора та теплоприймача, який розташований в його фокусі. В залежності від вибраної системи перетворення та рівня необхідних температур використовують концентратори різної геометрії – параболоїд, параболоциліндр, півсфера, лінзи Френеля та ін. Часто ці форми поєднують, використовуючи складні дзеркальні конструкції з подвійним чи потрійним відбиттям.

Для досягнення найбільш розповсюджених у промисловості та побуті температур (від 70°C до 450°C), як правило, застосовуються параболоциліндричні концентратори з теплоприймачами, що розташовані на фокусній лінії. Всередині теплоприймача організований рух теплоносія, який отримує тепло від Сонця и передає його для подальшого перетворення. В цьому зв'язку виникає актуальна наукова задача, яка пов'язана з необхідністю інтенсифікації конвективного теплообміну всередині теплоприймача при фіксованій геометрії концентратора. Отримані при цьому енергетичні переваги будуть сприяти зниженню фінансових витрат від функціонування найбільш коштовного елементу параболоциліндричної станції (ПЦС), призведе до зменшення площ, що займають ПЦС, знизить строки окупності та ціну кінцевого енергетичного продукту.

В [1] проведено огляд можливих методів ідентифікації конвективного теплообміну в трубчатому теплоприймальному каналі ПЦС, проаналізовано переваги та недоліки кожного з них. Визначено, що значний енергетичний ефект можна отримати, якщо використовувати в якості теплоносія ПЦС спеціально виготовлений високодисперсний колоїдний розчин – нанорідину. Подібні розчини створюються на основі традиційних для ПЦС олійних теплоносіїв типу Syltherm800, Therminol та ін. шляхом додавання в них металевих та неметалевих частинок нанометрового розміру [2, 3]. Введення в базову рідину наночастинок змінює її фізико-хімічні властивості, збільшує значення коефіцієнту теплопровідності та конвективного коефіцієнту тепловіддачі, що особливо важливо для теплоносіїв ПЦС [4].

Використання нанорідини забезпечує інтенсифікацію конвективного теплообміну як для високотемпературних (380°C – 400°C), так і для низькотемпературних ПЦС (до 100°C) [5]. Тому важливим є створення універсального підходу до моделювання та розрахунку ПЦС з нанорідиною незалежно від її складу, способу виготовлення, температурного режиму та інших параметрів.

Узагальнена математична модель тепломасопереносу в ПЦС та метод її спрощення. В роботі [1] розроблено базову математичну модель для розрахунку полів температур $T(r, \theta, z)$ в нанорідині, що рухається в трубчатому теплоприймальному каналі ПЦС довжиною L і радіусом R зі швидкістю $w_z(r)$. Така модель складається із рівняння енергії, яке в циліндричних координатах r, θ, z має вигляд:

$$w_z(r)Cp_{nf}(T)\rho_{nf}(T)\frac{\partial T(r,\theta,z)}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\lambda_{nf}(T)\frac{\partial T(r,\theta,z)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}(\lambda_{nf}(T)\frac{\partial T(r,\theta,z)}{\partial \theta}) \quad (1)$$

граничних умов:

$$\text{при } r = R, 0 \leq \theta < 2\pi, 0 < z < L : \quad \lambda_{nf} \frac{dT(R,\theta,z)}{dr} = E_{II}(R,\theta), \quad (2)$$

$$\text{при } r = 0, 0 \leq \theta < 2\pi, 0 \leq z < L : \quad \frac{dT(0,\theta,z)}{dr} = 0, \quad (3)$$

та початкових умов:

$$\text{при } z = 0, 0 < r < R, 0 \leq \theta < 2\pi : \quad T(r,\theta,0) = T_{IN} = \text{const}. \quad (4)$$

Вважається, що питома теплоємність $Cp_{nf}(T)$, густина $\rho_{nf}(T)$ та теплопровідність $\lambda_{nf}(T)$ нанорідини залежать від температури, а температура нанорідини на вході в канал T_{IN} та щільність теплового потоку на боковій поверхні каналу E_{II} мають постійні значення.

Наведена нелінійна математична модель (1) – (4) доповнюється рівняннями залежності теплофізичних властивостей нанорідини від температури та концентрації наночастинок:

$$Cp_{nf} = Cp(T, \phi, Cp_P), \rho_{nf} = \rho(T, \phi, \rho_P), \lambda_{nf} = \lambda(T, \phi, \lambda_P). \quad (5)$$

Функції апроксимації для $Cp_{nf}, \rho_{nf}, \lambda_{nf}$ були побудовані, враховуючи питому теплоємність Cp_P , густину ρ_P та теплопровідність λ_P наночастинок.

Числове моделювання, що проведене в [1] на основі математичної моделі (1) – (5), носило тестовий характер. Результати для нанорідини Syltherm800/ Al_2O_3 були отримані при постійному значенні теплового потоку на поверхні теплоприймального каналу $E_{II}(R,\theta,z) = \text{const}$, в якому не враховувався ефект концентрації, теплопровідність стінок теплоприймального каналу та втрати тепла з поверхні каналу за рахунок конвекції та випромінювання. Такі умови не відповідають реальному процесу теплообміну в системі прийому ПІС, тому отримані результати дозволили визначити лише загальні якісні показники системи та провести верифікацію розробленої математичної моделі та створеного числового алгоритму. Для отримання кількісних енергетичних показників необхідно провести моделювання на основі узагальненої математичної моделі, в якій враховується нерівномірний розподіл теплового потоку $E_{II}(R_{II},\theta)$, що йде від концентратора, теплопровідність стінок каналу та втрати тепла в навколишнє середовище за рахунок конвекції та випромінювання. Значення цих теплових потоків було введено в уточненні граничні умови (2):

$$\text{при } r = R_{II}, 0 \leq \theta < 2\pi, 0 < z < L :$$

$$\lambda_{II} \frac{dT_{II}(R_{II},\theta,z)}{dr} = E_{II}(R_{II},\theta) - \alpha(T_{II}(R_{II},\theta,z) - T_0) - \varepsilon\sigma_0(T_{II}(R_{II},\theta,z)^4 - T_0^4). \quad (6)$$

Умови спряження теплових потоків між теплоносієм та внутрішньою поверхнею теплоприймача мають вид:

при $r = R, 0 \leq \theta < 2\pi, 0 < z < L$:

$$\lambda_{nf} \frac{dT(R, \theta, z)}{dr} = \lambda_f \frac{dT_f(R, \theta, z)}{dr},$$

$$T(R, \theta, z) = T_f(R, \theta, z),$$
(7)

де $R_{II}, \lambda_{II}, T_{II}$ – зовнішній радіус, коефіцієнт теплопровідності та температура стінки теплоприймального каналу, відповідно; α – коефіцієнт тепловіддачі між теплоприймальною поверхнею та навколишнім середовищем; T_0 – температура навколишнього середовища; ε – приведена степінь чорноти теплоприймальної поверхні; σ_0 – стала Стефана–Больцмана.

Сонячні промені відбиваються від поверхні концентратора та фокусуються на вузькій полосі на поверхні трубчатого теплоприймача. Визначення ширини цієї полоси, як правило, проводиться на основі методу статистичних випробувань Монте-Карло [6]. Одну з модифікацій такого методу було розроблено в [7]. Таким чином, задача визначення розподілу концентрованого потоку на поверхні теплоприймача та задача конвективного теплообміну всередині теплоприймача стають спряженими, що ускладнює їх розв'язання та застосування в інженерній практиці. В даній роботі пропонується один з методів її спрощення – апроксимація числових даних, що отримані методом Монте-Карло, з подальшим використанням отриманої функції апроксимації в якості нелінійної граничної умови у співвідношенні (6).

Математична модель переносу концентрованого сонячного випромінювання від ПЦС, що розроблена в [6], має вигляд:

$$E_{II}(R_{II}, \theta) = \frac{E_C \beta_K}{\psi_C} \int_L \frac{\xi(\mathbf{l}_{KII}) \cos \vartheta_K \cos \vartheta_{II}}{l_{KII}^2} dl, \quad (8)$$

де E_C – щільність теплового потоку від Сонця; β_K – коефіцієнт дзеркальності поверхні концентратора; $\psi_C = 16^\circ$ – кут розкриття Сонця; $\cos \vartheta_K, \cos \vartheta_{II}$ – напрям від Сонця на концентратор та від концентратора на теплоприймач, відповідно; L – довжина концентратора; $\mathbf{l}_{KII}, l_{KII}$ – вектор та його довжина, що вказує хід променів від концентратора на теплоприймач; $\xi(\mathbf{l}_{KII})$ – функція Хевісайда для визначення умови попадання променя від концентратора на поверхню теплоприймача.

При створенні числового алгоритму Монте-Карло співвідношення (8) доповнювалось умовами, що враховують недосконалість поверхні концентратора – наявність аберацій. Було введено припущення, що кутові аберації поверхні підпорядковуються нормальному закону розподілу. Типовий розподіл щільності концентрованого сонячного потоку від концентратора, отриманий на основі методу Монте-Карло для експериментальної ПЦС SEGS LS-2 Solar Collector [8, 9] (Sandia National Lab., США) ($R_K = 2.5$ м, $f_K = 1.84$ м, $R = 0.033$ м, $\beta_K = 0.93$) при $E_C = 940$ Вт/м² показано на рис. 1. В якості критерію степеня аберацій поверхні концентратора вибрався коефіцієнт S , який входить у співвідношення $\sigma = S \cdot \psi_C$. Цей коефіцієнт характеризує значення середньоквадратичного відхилення відбитого променя від пучка променів, які формують кут ψ_C . Кількість випробувань

розраховувалась класичним методом, що базується на нерівності Чебишева та рівнянні Бернуллі [10]. Для кожної фіксованої точки поверхні теплоприймача проводилось $2 \cdot 10^6$ випробувань.

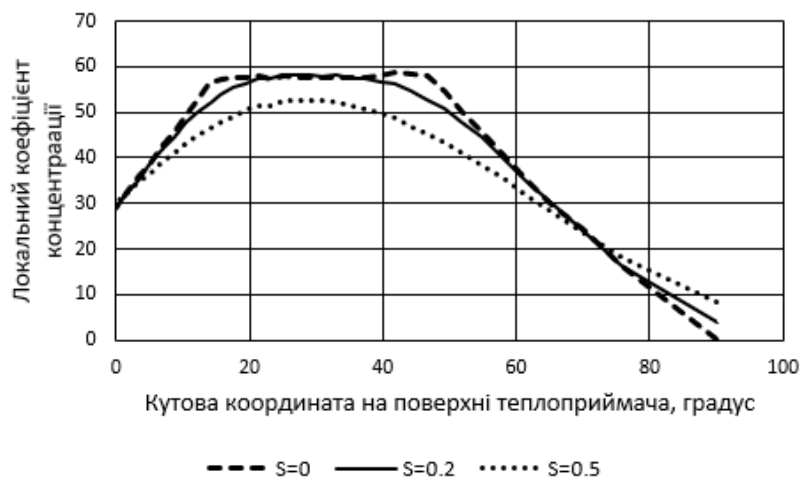


Рис. 1 – Типові криві розподілу щільності концентрованого сонячного потоку, що отримані методом Монте-Карло

Представлені на рис. 1 графіки побудовані як залежності локального коефіцієнту концентрації $C(R_{\Pi}, \theta) = \frac{E_{\Pi}(R_{\Pi}, \theta)}{E_C}$ від кутової координати θ на поверхні теплоприймача. Це дозволяє провести апроксимацію отриманих результатів в безрозмірних змінних. Функція апроксимації була побудована на основі регресивного аналізу даних [11] у вигляді

$$\frac{E_{\Pi}(R_{\Pi}, \theta)}{E_C} = 28.1336 + 2.36141\theta - 0.0513324\theta^2 + 0.000243357\theta^3 - 0.115052\sin\theta. \quad (9)$$

На рис. 2 приведено порівняння числових даних, отриманих на основі методу Монте-Карло, та даних апроксимації за співвідношенням (9). Порівняння проведено для $S = 0.2$.

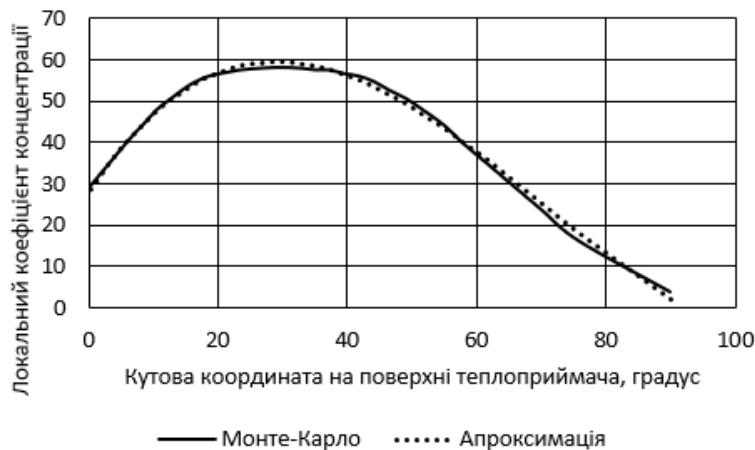


Рис. 2 – Порівняння числових даних та даних апроксимації

Аналіз графіків на рис. 2 показує задовільний збіг числових даних, отриманих методом Монте-Карло, та даних, отриманих на основі побудованої функції апроксимації (9). Таким чином, співвідношення (9) у значно спрощеному вигляді описує всі ефекти, що враховувались під час побудови моделі концентрації (8). Це дозволяє спростити узагальнену математичну модель тепломасопереносу в системі «параболоциліндричний концентратор – трубчатий теплоприймач» шляхом переходу від спряженої моделі до нелінійної, яка була розв’язана методом контрольного об’єму.

Числовий розрахунок та аналіз отриманих результатів. Для розробки числового алгоритму в області течії нанорідини було побудовано тривимірну розрахункову сітку з рівномірним розподілом вузлів в кожному напрямі. Для апроксимації часткових похідних в математичній моделі (1), (3) – (7) та (9) використовувався підхід, описаний в [12]. Інтегрування по інтервалу сітки в кожному перетині проводилось в припущенні, що розрахункова точка знаходиться в середині контрольного об’єму. Для врахування нелінійних умов (5) та нелінійного члена в (6), що описує радіаційні втрати тепла з теплоприймальної поверхні, використовувався квазілінійний підхід [13].

Розрахунок температурних полів в радіальному та кутовому напрямку проводився на основі методу розщеплення – поле температур $T_r = T(r, \theta^0, \Delta z / 2)$, що було визначено в радіальному напрямку на $\Delta z / 2$ кроці ставало початковою умовою для розрахунку полів температур в кутовому напрямку $T = T_\theta = T(r, \theta, \Delta z)$ на цілому кроці Δz . Стійкість розрахункової схеми в поперечному перетині визначалась шляхом порівняння значень температур при зменшенні розрахункового кроку. Стійкість розрахункової схеми в повздовжньому напрямку була обумовлена вибором локального числа Пекле в кожному перетині. Коректність отриманих числових результатів перевірялась на основі фізичного аналізу процесу тепломасопереносу шляхом порівняння з даними, отриманими з використанням інтегральних балансових співвідношень.

Числові експерименти проводились з нанорідиною Syltherm800/ Al_2O_3 , яка готувалась на основі традиційного теплоносія ПЦС – силіконової олії Syltherm800 із додаванням до неї наночастинок оксиду алюмінію Al_2O_3 з об’ємною концентрацією 3 %, 5 % та 8 %. Апроксимація теплофізичних властивостей Syltherm800/ Al_2O_3 відповідала методиці, яка розроблена в [1]. Швидкість теплоносія при числовому моделюванні передбачалась сталою $w_z(r) = \bar{w} = \text{const}$. Розрахунок середньомасової температури теплоносія в кожному перетині проводився на основі кубатурних формул з урахуванням залежності теплофізичних властивостей нанорідини від температури. На рис. 3 показано розподіл середньомасової температури вздовж течії теплоносія в теплоприймальному каналі. Криві побудовані для металокерамічного теплоприймача $R_{II} = 0.035$ м, $L = 47.1$ м, $\varepsilon = 0.14$, який відповідає геометрії концентратора типу SEGS LS-2 [8], що наведена вище. Початкова температура теплоносія вибиралась $T_{IN} = 373$ К, його середня швидкість $\bar{w} = 0.0277$ м/с характеризувала ламінарний режим течії, а температура навколишнього середовища становила $T_0 = 294$ К.

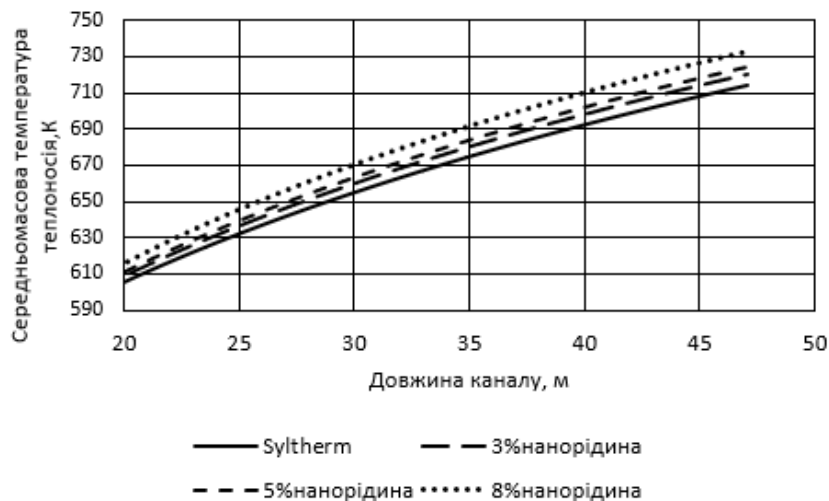


Рис. 3 – Середньомасова температура теплоносія вдовж каналу

Графіки на рис. 3 ілюструють особливості течії після її стабілізації – формування сталого теплового та динамічного профілю. На початкових ділянках каналу результати для теплоносіїв різних типів майже повністю співпадають. Аналіз результатів показує, що додавання наночастинок оксиду алюмінію в базову рідину Syltherm800, в цілому, підвищує температуру теплоносія на виході з каналу, що сприяє підвищенню загальної теплової ефективності системи прийому ПЦС. Але ефект такого додавання відіграє помітну роль лише при відносно високих концентраціях наночастинок в базовій рідині. Крім того, важливе значення має швидкість теплоносія та його температура. На рис. 4 показано залежність температури на виході від швидкості теплоносія для 3 % Syltherm800/ Al_2O_3 та її порівняння з чистим Syltherm800. Графіки побудовані при $T_{IN} = 373 \text{ K}$ та $T_0 = 294 \text{ K}$.

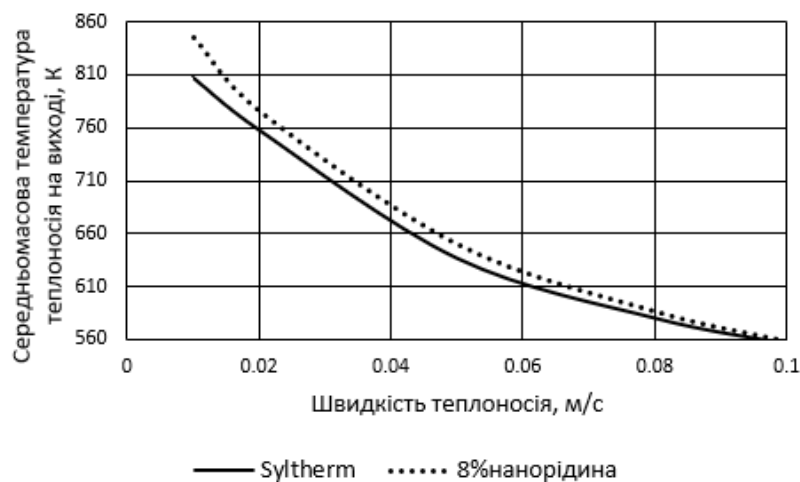


Рис. 4 – Залежність середньомасової температури теплоносія на виході з каналу від швидкості

Як можна бачити, при збільшенні швидкості теплоносія ефект від додавання наночастинок зводиться нанівець. Фізично це можна пояснити так: інтенсифікація конвективного теплообміну при додаванні наночастинок в базову рідину здійснюється за рахунок підвищення коефіцієнту теплопровідно-

сті нанорідини, тому під час ламінарного руху, в якому перенос тепла теплопровідністю відіграє вирішальну роль, спостерігається підвищення температури теплоносія. При переході до турбулентної течії вплив молекулярного переносу стає мінімальним, тому температурні поля в чистому Syltherm800 і в нанорідині Syltherm800/Al₂O₃ повністю співпадають. Більш того, подальше підвищення швидкості теплоносія може приводити до того, що температура на виході для нанорідини стане меншою за вихідну температуру чистої силіконової олії.

Таким чином, використання нанорідини Syltherm800/Al₂O₃ як теплоносія ПЦС може бути доречним та приводити до підвищення їх теплової ефективності лише при організації в теплоприймальному каналі ламінарного режиму течії нанорідинного теплоносія з високою концентрацією наночастинок. При цьому виникає окрема задача, пов'язана з вибором гідродинамічних параметрів системи та їх співвідношенням з теплофізичними.

Верифікація отриманих числових результатів. Числові результати, що отримані за допомогою створеного на основі розробленої математичної моделі (1), (3) – (7) та (9) числового алгоритму, були верифіковані шляхом порівняння з даними експериментальних досліджень [8]. Натурні експерименти проводились, використовуючи фрагмент ПЦС SEGS LS-2 з металокерамічним теплоприймачем довжиною $L = 7.8$ м. Інші параметри ПЦС співпадали з параметрами представленого вище числового дослідження. В якості експериментального теплоносія використовувалась чиста силіконова олія Syltherm800. В таблиці 1 наведені експериментальні T_{EXP} та числові T_{NUM} дані щодо середньомасової температури на виході з каналу, які відповідають різним початковим умовам для теплоносія та різним умовам навколишнього середовища.

Табл. 1

№ експерименту	$E_C, \text{Вт/м}^2$	$\bar{w}, \text{м/с}$	$T_0, ^\circ\text{C}$	$T_{IN}, ^\circ\text{C}$	$T_{EXP}, ^\circ\text{C}$	$T_{NUM}, ^\circ\text{C}$	$\Delta, \%$
1	933.7	0.2324	21.2	102.2	124.0	124.7	+0.5%
2	937.9	0.27	28.8	297.8	316.9	316.21	-0.2%
3	920.9	0.277	29.5	379.5	398.0	395.97	-0.5%

Аналіз даних таблиці 1 показав добрий збіг числових та експериментальних даних, відносна похибка між якими не перевищувала 0.5 %. Цей факт свідчить про адекватність розробленої математичної моделі та коректність отриманих результатів числового дослідження.

Висновки. В роботі розроблена узагальнена математична модель процесу тепломасопереносу в системі прийому сонячного випромінювання ПЦС з нанорідиною в якості теплоносія. Запропоновано спрощений підхід до визначення щільності концентрованого сонячного потоку, який базується на апроксимації числових даних, отриманих методом статистичних випробувань. Створений на основі представленної математичної моделі числовий алгоритм дозволив провести числові дослідження по визначенню температурних полів в нанорідині на основі Syltherm800 з 3 %, 5 % та 8 % концентрацією наночастинок Al₂O₃. Знайдено, що додавання наночастинок в базовий теплоносій призводить до інтенсифікації конвективного теплообміну в теплоприймаль-

ному каналі лише за умови організації в системі ламінарного режиму течії і вибору нанорідини з високою концентрацією наночастинок. Отримані числові результати були верифіковані шляхом порівняння з даними натурального експерименту.

1. Борисенко А. Г., Книш Л. І. Моделювання теплообміну в сонячних термодинамічних системах з нанорідиною в якості теплоносія. Збірник наукових праць «Питання прикладної математики і математичного моделювання». Дніпро, 2021. Вип. 21. С. 16–25.
2. Mwesigye A., Huan Z., Meyer Josua P. Thermal performance and entropy generation analysis of a high concentration ratio parabolic trough solar collector with Cu-Therminol® VP-1 nanofluid. *Energy Conversion and Management*. 2016. Vol. 120. P. 449–465. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2016.04.106>
3. Mwesigye A., Huan Z., Meyer Josua P. Thermodynamic optimization of the performance of a parabolic trough receiver using synthetic oil–Al₂O₃ nanofluid. *Applied Energy*. 2015. Vol.156. P. 398–412. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.07.035>
4. Книш Л. І. Експериментальні дослідження в'язкості теплоносіїв нових типів для сонячних термодинамічних систем. Відновлювальна енергетика та енергоефективність у XXI столітті: зб. тез міжнар. наук.-практ. конф. м. Київ, 14-15 травня 2020р. Київ, 2020. С. 355–358.
5. Hachicha A. A., Said Z., Rahman S. M. A, Al-Sarairah E. On the thermal and thermodynamic analysis of parabolic trough collector technology using industrial-grade MWCNT based nanofluid. *Renewable Energy*. 2020. Vol.161. P. 1303–1317. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.07.096>
6. Книш Л. І. Численное моделирование лучистого теплопереноса в системе концентрации солнечного излучения «параболический концентратор – трубчатый теплоприёмник». *Відновлювана енергетика*. 2012. Т.30, №3. С. 26–32.
7. Knysh L. Comprehensive mathematical model and efficient numerical analysis of the design parameters of the parabolic trough receiver. *International Journal of Thermal Sciences*. 2021. Vol. 162. 106777. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106777>
8. Dudley V., Kolb G., Sloan M., D. Kearney D. SEGS LS2 Solar Collector Test Results”. Report of Sandia National Laboratories. USA. 1994. 140 p. <https://doi.org/10.2172/70756>
9. Knysh L. Consideration of the impact of the environmental conditions when designing heat-receiving systems of the solar cylindrical parabolic modules. *Applied Solar Energy*. 2018. Vol. 54. P. 189–195. <https://doi.org/10.3103/S0003701X18030076>
10. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. 2011. 672 с.
11. Draper N., Smith H. *Applied Regression Analysis*. Wiley, 2014. 1533 p.
12. Patankar S. V. *Numerical heat transfer&fluid flow*. Taulor&Francis, 1984. 214 p.
13. Burden R. L., Faires J. D. *Numerical Analysis*. Boston: BROOKS/COLE, 2010. 895 p.

Отримано 13.06.2022,
в остаточному варіанті 06.09.2022