

*Рассматривается математическая модель задачи формирования лимитов банком-кредитором для банков-заемщиков с целью минимизации рисков невозврата кредитов на межбанковском рынке кредитных ресурсов.*

© В.А. Заславский, Э.И. Ненахов,  
А.А. Стрижак, 2005

УДК 519.8

В.А. ЗАСЛАВСКИЙ, Э.И. НЕНАХОВ, А.А. СТРИЖАК

## ОПТИМИЗАЦИЯ КРЕДИТНОГО РИСКА КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА

**Введение.** Задачи управления рисками играют важную роль при межбанковском кредитовании [1]. Определение уровня лимитов, назначаемых при кредитовании, является актуальной задачей для банка, как отдельной организационной структуры, и для систем банков, например участников платежных систем. Расчет оптимальных лимитов кредитования на определенный срок, отслеживание условий кредитования и контроль возвращения предоставленных кредитов является составной частью постоянного мониторинга финансового состояния и стабильности банков-заемщиков.

Значительное внимание регламентации и ограничению риска кредитной деятельности коммерческих банков уделяет Национальный банк Украины (НБУ) [2, 3], этим вопросам посвящены работы [1, 4-6].

Одним из наиболее распространенных рисков в отечественных и зарубежных банках является кредитный риск. Это риск, связанный с потерями, возникающими вследствие неспособности партнера по операции своевременно выполнить свои обязательства в соответствии с условиями кредитной сделки [1]. В банках часто возникают ситуации, когда имеющихся объемов ликвидных активов не достаточно для погашения выплат по всем текущим обязательствам, поэтому они обращаются к кредитным ресурсам межбанковского рынка. Межбанковский кредит предоставляется банку-заемщику в пределах лимита – максимально разрешенной суммы средств, которая может быть предоставлена конк-

ретному банку с одной датой возвращения средств по всем межбанковским операциям без обеспечения [1].

На сегодня не существует четко определенной единой методики расчета лимитов для банков-контрагентов, и каждый банк разрабатывает собственную стратегию и правила их расчета. За основу расчета лимита банка-контрагента принимается бухгалтерский баланс, отчет о соблюдении нормативов НБУ, результаты анализа финансового состояния банка, с учетом коэффициента риска, определяемого кредитором. Размер лимита является основным показателем надежности банка-заемщика на межбанковском рынке и выступает определенным инструментом для управления степенью риска, которому подвергается банк-кредитор. Построение адекватной модели управления кредитным риском является актуальной задачей для банка-кредитора и определенной совокупности банков-заемщиков, и ее решение является базовым шагом при решении задач кредитования.

**Двухуровневая модель управления кредитным риском и задания лимитов для банков-контрагентов.** Пусть  $B$  – банк-кредитор, который связан с совокупностью коммерческих банков (банков-контрагентов)  $B_i$ ,  $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ . Когда у банков  $B_i$ ,  $i \in I$  не хватает собственных средств для выполнения обязательств перед клиентами, то они обращаются за кредитом к банку  $B$ . Банк-кредитор  $B$ , предварительно определив объем своих свободных средств, которые могут быть предоставлены в кредит, на основе балансов и экономических нормативов, получаемых от  $B_i$ ,  $i \in I$ , вырабатывает стратегию оптимального распределения кредитов по срокам погашения с целью максимизации прибыли и минимизации риска невозврата кредита. Ограничения относительно максимального объема, предоставляемого для  $B_i$  ( $i \in I$ ) кредита (лимит), формируются банком  $B$  с учетом следующих требований НБУ [2, 3]:

- кредит не может превышать 25% собственных средств банка;
- общий объем предоставленных межбанковских кредитов не может превышать восьмикратного размера собственных средств коммерческого банка;
- общий объем полученных межбанковских кредитов не может превышать двукратного размера собственных средств коммерческого банка.

Банк  $B$  может рассматриваться как система верхнего уровня, а банк-заемщик  $B_i$  – как подсистема нижнего уровня (рис.1) [7]. Каждая подсистема нижнего уровня  $B_i$ ,  $i \in I$  передает на верхний уровень свой вектор данных  $v_i$ , обрабатываемый в  $B$  с целью формирования решения, которое передается в виде вектора  $u_i$  к подсистемам  $B_i$ . Компонентами вектора  $v_i = (\bar{x}_i, \bar{t}_i, d_i)$ ,  $i \in I$  являются:  $\bar{x}_i$  – объем кредита, который требуется  $B_i$ ;  $\bar{t}_i$  – срок, на который требуется кредит  $B_i$ ;  $d_i = (a_1^i, a_2^i, a_3^i, a_4^i, a_5^i, a_6^i, a_7^i, z_1^i, z_2^i, z_3^i, z_4^i, c_1^i, c_2^i, p_1^i, p_2^i)$ ,  $i \in I$  – вектор констант, который содержит текущую информацию об основных параметрах баланса каждого  $B_i$ . Здесь  $a_1^i$  – активы, которые приносят доход;

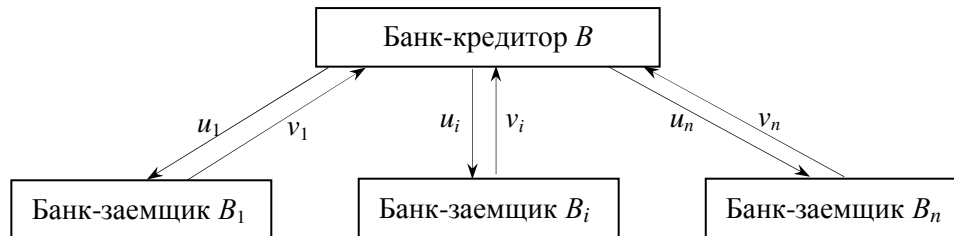


РИС.1. Схема взаимодействия банков

$a_3^i$  - размещенные межбанковские кредиты;  $a_4^i$  - государственные ценные бумаги;  $a_5^i$  - кредитный портфель;  $a_6^i$  - просроченная задолженность в кредитном портфеле;  $a_7^i$  - корпоративные кредиты;  $z_1^i$  - обязательства до востребования;  $z_2^i$  - суммарные обязательства;  $z_3^i$  - средства на расчетных счетах и корсчетах;  $z_4^i$  - привлеченные межбанковские кредиты;  $c_1^i$  - суммарный собственный капитал;  $c_2^i$  - защищенный капитал;  $p_1^i$  - прибыль;  $p_2^i$  - текущий чистый доход.

Банк  $B$  имеет определенную систему показателей, которые используются при назначении лимитов на каждый  $B_i$ ,  $i \in I$  [6]. Коэффициенты надежности (группа 1):  $k_{11}^i$  - степень покрытия рискованных вложений банка собственным капиталом;  $k_{12}^i$  - насколько банк учитывает инфляционные процессы и которую часть своих активов размещает в недвижимость, ценности и оборудование. Коэффициенты ликвидности (группа 2):  $k_{21}^i$  - коэффициент мгновенной ликвидности, который показывает, какая часть обязательств может быть оплачена немедленно;  $k_{22}^i$  - генеральный коэффициент ликвидности, характеризующий возможность банка при невозвращении выданных займов удовлетворить требования кредиторов в предельно разумный срок;  $k_{23}^i$  - коэффициент ликвидности, который показывает, какая часть работающих активов банка, предназначенная для немедленной выплаты по текущим обязательствам. Коэффициенты рентабельности (группа 3):  $k_{31}^i$  - эффективность собственных средств банка;  $k_{32}^i$  - эффективность “работы” активов банка. Коэффициенты качества активов (группа 4):  $k_{41}^i$  - показывает, насколько срочные депозитные инструменты и собственный капитал покрывают выданные кредиты;  $k_{42}^i$  - показывает, какая часть доходных активов банка относится к

активам с минимальным риском;  $k_{43}^i$  - характеризует удельный вес просроченных кредитов банка в кредитном портфеле;  $k_{44}^i$  - определяет соотношения между привлеченными и размещенными межбанковскими кредитами. Коэффициенты ресурсной базы (группа 5):  $k_{51}^i$  - показывает степень обеспеченности своих обязательств собственными средствами;  $k_{52}^i$  - характеризует уровень развития клиентской базы банка. Обозначим множество индексов групп 1-5 соответственно  $I_1 = \{1;2\}$ ,  $I_2 = \{1;2;3\}$ ,  $I_3 = \{1;2\}$ ,  $I_4 = \{1;2\}$ ,  $I_5 = \{1;2\}$ . Для каждого коэффициента  $k_{lm}^i$  определяется его собственный вес  $\rho_{lm}$ , а также весовые коэффициенты  $\rho_i$ ,  $i = \overline{1,5}$ , каждой группы.

Для показателей  $B_i$   $i \in I$  задаются следующие ограничения:

- ограничение  $k_{43}^i = \frac{a_6^i}{a_5^i} > 0.03$ ,  $i \in I$ , означает что часть просроченной задолженности в кредитном портфеле  $B_i$  довольно большая, вследствие чего банк может не возратить предоставленный ему кредит. В этом случае  $B_i$  автоматически исключается из рассмотрения, поскольку он считается недостаточно надежным и кредит ему не предоставляется;
- ограничение  $k_{44}^i = \frac{a_3^i}{z_4^i} > 2$ ,  $i \in I$ , указывает на необходимость установления большего значения весового коэффициента  $\rho_4$ , чем при обычных обстоятельствах;
- $z_4^i + \bar{x}_i \leq 2 \cdot c_1^i$ ,  $i \in I$  - ограничение на объем получаемых межбанковских кредитов банком  $B_i$ ,  $i \in I$ .

При принятии решений на верхнем уровне банк  $B$  использует следующие параметры:  $F$  - объем его свободных средств;  $K$  - объем его собственных средств.

Пусть  $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  - вектор объема предоставляемых кредитов  $B_i$ ,  $i \in I$ , где  $x_i$  - сумма кредита, который предоставляет  $B$  банку  $B_i$   $i \in I$  на срок  $t_i$ ,  $i \in I$ ;  $p = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$  - вектор вероятности невозврата кредитов, где  $p_i$  - вероятность невозврата кредита банком  $B_i$ ,  $i \in I$  (вероятность банкротства данного банка-заемщика  $B_i$ ,  $i \in I$ ). Если существует определенная кредитная история банка  $B_i$ , то  $p_i$  вычисляем (при предположении, что остатки на статьях баланса банка подчиняются закону нормального распределения) по формуле [4]

$$p_i = P\{Kp_i < 0\} = \Phi\left(-\frac{\mu_{Kp}^i}{\sigma_{Kp}^i}\right), \text{ где } Kp_i - \text{корсчет } B_i, i \in I; \mu_{Kp}^i - \text{ожидаемый}$$

средний остаток на корсчете  $B_i$ ;  $\sigma_{Kp}^i$  - стандартное отклонение остатка на корсчете от среднего его значения в  $B_i$ ;  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx$  - интегральная функция нормального распределения. Если кредитная история  $B_i$  отсутствует, то  $p_i, i \in I$ , можно определить экспертными методами [8].

Пусть  $r = (r_1, \dots, r_i, \dots, r_n)$  - вектор процентных ставок, где  $r_i$  - процентная ставка с учетом риска, по которой  $B$  согласен предоставить кредит  $B_i$  на срок  $t_i, i \in I$ ;  $r_i = \frac{p_i + \tilde{r}}{1 - p_i}$ , где  $\tilde{r}$  - ставка без риска [5], или  $r_i = \frac{1 + \tilde{r}}{c_i^{365/t_i}}$ , где  $c_i$  - определенный банком-кредитором приемлемый уровень кредитного риска относительно  $B_i$  (приемлемая предельная часть возвращенных кредитов) [5].

**Математическая модель.** Математическая модель задачи формирования лимитов и определения оптимального распределения кредитов среди  $n$  банков, с целью максимизации прибыли  $f_1(x)$  и минимизации риска невозврата кредита  $f_2(x)$  банком  $B$ , имеет вид

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i r_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \min\{F; 8K\}, \quad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq \min\{\bar{x}_i; L_i; 0,25K; 2c_4^i\}, i \in I, \quad (4)$$

где коэффициент  $L_i$  - лимит на предоставление кредита  $B_i$ , который вычисляется так:  $L_i = \min\{c_3^i \cdot 0,1 \cdot k^i; (a_2^i - 0,3 \cdot z_1^i - z_4^i) \cdot 0,1 \cdot k^i\}, i \in I$ ;  $k^i$  -

коэффициент надежности  $B_i$  [5]:  $k^i = \sum_{s=1}^5 \rho_s \sum_{j \in I_s} \rho_{sj} k_{sj}^i, i \in I; \sum_{i=1}^5 \rho_i = 1; \rho_s > 0;$

$$\sum_{j \in I_s} \rho_{sj} = 1; \rho_{sj} > 0, j \in I_s, s = \overline{1;5}. k_{11}^i = \frac{c_1^i}{a_1^i}; k_{12}^i = \frac{c_2^i}{c_1^i}; k_{21}^i = \frac{a_2^i}{z_1^i}; k_{22}^i = \frac{a_2^i + c_2^i}{z_2^i};$$

$$k_{23}^i = \frac{a_2^i}{a_1^i}; k_{31}^i = \frac{p_1^i + p_2^i}{c_1^i}; k_{32}^i = \frac{p_1^i + p_2^i}{a_1^i}; k_{41}^i = \frac{z_4^i + c_1^i}{a_7^i}; k_{42}^i = \frac{a_4^i}{a_1^i}; k_{51}^i = \frac{c_1^i}{z_2^i};$$

$k_{52}^i = \frac{z_3^i}{z_2^i}$ . Рекомендованные значения весовых коэффициентов [6]:  $\rho_{11} = 0.5$ ;

$\rho_{12} = 0.5$ ;  $\rho_1 = 0.15$ ;  $\rho_{21} = 0.35$ ;  $\rho_{22} = 0.35$ ;  $\rho_{23} = 0.3$ ;  $\rho_2 = 0.35$ ;  $\rho_{31} = 0.5$ ;  
 $\rho_{32} = 0.5$ ;  $\rho_3 = 0.15$ ;  $\rho_{41} = 0.5$ ;  $\rho_{42} = 0.5$ ;  $\rho_4 = 0.2$ ;  $\rho_{51} = 0.5$ ;  $\rho_{52} = 0.5$ ;  $\rho_5 = 0.15$ .

Модель (1) - (4) является многокритериальной линейной задачей оптимизации. Практика банковской деятельности показывает, что любая задача управления банковскими операциями, как правило, является многокритериальной, что связано с множественностью показателей эффективности, и довольно часто улучшение одного из них приводит к ухудшению другого. При решении задачи необходимо учитывать такие противоречивые интересы и находить компромиссный вариант, при котором достигается максимально возможное наилучшее значение по всем критериям.

**Схема решения.** Обозначим  $f_1^{\max}$ ,  $f_1^{\min}$ ,  $f_2^{\max}$ ,  $f_2^{\min}$  соответственно максимальные и минимальные значения критериев  $f_1, f_2$ , полученные с учетом ограничений (3), (4). Согласно методу ограничений сведем двухкритериальную задачу (1) - (4) к однокритериальной используя монотонные преобразования [9]:

$$F(x) = \lambda_1 w_1(f_1(x)) + \lambda_2 w_2(f_2(x)) \rightarrow \min \quad (5)$$

при условиях (3), (4),

где  $w_1(f_1(x)) = \frac{f_1^{\max} - f_1(x)}{f_1^{\max} - f_1^{\min}}$ ;  $w_2(f_2(x)) = \frac{f_2(x) - f_2^{\min}}{f_2^{\max} - f_2^{\min}}$ , а  $\lambda_1, \lambda_2$  - весовые

коэффициенты,  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ ,  $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$ .

Решение задачи (5), (3) - (4) с помощью симплекс-метода при заданных значениях  $\lambda_1, \lambda_2$  позволяет получить оптимальное распределение кредитов по срокам погашения, при котором  $B$  получает максимальную прибыль с приемлемым риском. Банк  $B$ , как система верхнего уровня, передает на нижний уровень вектор  $u_i^\lambda = (x_i^\lambda, r_i)$  банку  $B_i$ ,  $i \in I$  и, таким образом, предлагает ему рассмотреть величины предлагаемого объема кредита и процентной ставки для принятия условий кредитования. Банки  $B$  и  $B_i$  при необходимости могут вести дальнейшие переговоры относительно предоставления кредита и в ходе их изменять условия кредитования, что вызывает необходимость повторения процедур формирования данных и решения задачи (1) - (4).

**Программное обеспечение.** Для автоматизации расчетов в соответствии с предложенной моделью было разработано программное обеспечение, которое позволяет рассчитать коэффициенты надежности банков-заемщиков  $B_i$ ,  $i \in I$  в соответствии с предложенной моделью, формировать оптимальные лимиты и в диалоговом режиме реализовать решение задачи (1) - (4) исходя из данных о

финансовом состоянии банков-заемщиков, экспертных параметров, собственных показателей банка-кредитора.

*В.А. Заславський, Е.І. Ненахов, Г.О. Стрижак*

#### ОПТИМІЗАЦІЯ КРЕДИТНОГО РИЗИКУ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

Розглядається математична модель задачі формування лімітів банком-кредитором для банків-позичальників з метою мінімізації ризиків неповернення кредитів на міжбанківському ринку кредитних ресурсів.

*V.A. Zaslavsky, E.I. Nenakhov, A.A. Strizhak*

#### OPTIMIZATION OF CREDIT RISK OF BUSINESS BANK

A mathematical model is given that is designed in order to help a bank-creditor to fix optimal credit limits for bank-loaners and thus to minimize risk of not-return of credits on an interbank market of credit resources.

1. *Вітлінський В.В.* Кредитний ризик комерційного банку. – К.:Т-во “Знання”, 2000. – 251с.
2. *Інструкція* “Про порядок регулювання діяльності банків в Україні”: Затв. постановою Правління Національного банку України N 368 від 28.08.2001. – 57 с.
3. *Положення Національного банку України* “Про кредитування”: Затв. постановою Правління Національного банку України №246 від 28 вересня 1995р. – 23 с.
4. *Волошин І.* Розрахунок резервів для відшкодування можливих втрат за кредитними операціями за допомогою коефіцієнтного аналізу і повної моделі банку //Вісн. Національного банку України. – 1999. – №9. – С.61–64.
5. *Волошин І.* Часова структура кредитних ризиків // Там само. – 1998. – №12. – С. 25–28.
6. *Ширинська Є.Б.* Рейтинг і лімітна політика банків // Там само. – 1996. – №5. – С. 29–31.
7. *Алиев Р.А., Либерзон М.И.* Методы и алгоритмы координации в промышленных системах управления. – М.: Радио и связь, 1987. – 208 с.
8. *Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б.* Теория выбора и принятия решений. – М.:Наука, 1982. – 328 с.
9. *Волкович В.Л., Волошин А.Ф., Заславский В.А., Ушаков И.А.* Модели и методы оптимизации надежности сложных систем. – Киев: Наук. думка, 1993. – 312 с.

Получено 25.03.2005