УДК 519.8

Н.Г. ЖУРБЕНКО, Б.М. ЧУМАКОВ

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

Приводится описание двух математических моделей управления энергетической системой – вариантной модели и модели краткосрочного планирования. Методы решения задач основаны на использовании алгоритмов негладкой минимизации.

На содержательном уровне задача оптимального управления энергетической системой состоит в следующем. Энергетическая система состоит из двух групп электростанций: тепловых и атомных станций (ТЭС), гидроэлектростанций (ГЭС). Задан плановый период (сутки, неделя). Плановый период состоит из интервалов (часы, сутки). Для каждого интервала считается определенной прогнозируемая потребность выработки электроэнергии. Задача состоит в определении графиков оптимальных режимов работы электростанций по интервалам планового периода, в максимальной степени обеспечивающих потребности в электроэнергии с учетом технологических и ресурсных ограничений. Ниже дается описание двух математических моделей рассматриваемых задач. Первая модель (вариантная) предназначена для решения задач оперативного управления системой в течение планового периода средней длительности (неделя, месяц), вторая (модель краткосрочного планирования) – для краткосрочного оперативного планирования (сутки).

1. Вариантная модель планового управления энергетической системой

1.1. Исходные данные модели и обозначения:

T – число временных интервалов планового периода (t – индекс перечисления временных интервалов; $t = 1,\dots,T$);

p_t – прогнозируемая величина требуемой в интервале t общей выходной мощности энергосистемы ($t = 1,\dots,T$).

1.1.1. Тепловые электростанции:

N – количество тепловых электростанций энергосистемы (j – индекс перечисления тепловых электростанций; $j = 1,\ldots,N$);

S – количество типов ресурсов, потребляемых тепловыми электростанциями ($s = 1,\ldots,S$).

Для каждой тепловой электростанции задано множество технологически допустимых вариантов режимов ее работы в течение планового периода. При генерировании варианта данная электростанция может рассматриваться в достаточной степени автономно, без полного учета влияния этого варианта на эффективность энергосистемы в целом.

L_j – количество априорно задаваемых вариантов работы электростанции j ($l = 1,\ldots,L_j$).

Каждый вариант l электростанции j определяет для всех интервалов t следующие величины:

p_{jlt} – выходная мощность; a_{jlts} – объем потребляемого ресурса s ; c_{jlt} – общие затраты.

1.1.2. Гидроэлектростанции, в отличие от тепловых, характеризуются способностью за малое (относительно длительности временных интервалов планируемого периода) время существенно изменять вырабатываемую мощность. Приведем описание модели для случая, когда работа каждой гидроэлектростанции определяется своим автономным водным резервуаром.

M – количество гидроэлектростанций (i – индекс перечисления тепловых электростанций; $i = 1,\ldots,M$);

V_{i0} – начальный объем воды резервуара электростанции i ;

V_{it}^{+} – объем воды, поступаемый в резервуар в интервале t ;

V_{it}^{0} – объем воды, используемый для посторонних целей, не связанных с выработкой электроэнергии;

$\overline{V}_{it}, \underline{V}_{it}$ – соответственно максимально и минимально допустимый объем воды на конец интервала t .

1.2. Математическая модель. Приведем описание переменных основания балансовых соотношений и целевой функции оптимизационной задачи.

1.2.1. Тепловые электростанции. Основная проблема для тепловых электростанций состоит в выборе оптимальных вариантов их работы. Выбор варианта работы электростанции j будет определяться значениями булевых переменных x_{jl} . Если выбирается вариант l^* , то $x_{jl^*} = 1$, $x_{jl} = 0$, $l \neq l^*$. Таким образом, переменные x_{jl} должны удовлетворять соотношениям

$$\sum_{l=1}^{L_j} x_{jl} = 1, \tag{1}$$

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad (j = 1,\dots,N). \tag{2}$$

Для заданных значений переменных x_{jl} определены следующие величины:

$$p_{jt} = \sum_{l=1}^{L_j} p_{jlt} x_{jl}, \tag{3}$$

$$C_{jt} = \sum_{l=1}^{L_j} c_{jlt} x_{jl}, \tag{4}$$

$$V_{jst}^{\beta} = \sum_{l=1}^{L_j} a_{jlst} x_{jl}, \tag{5}$$

где p_{jt}, C_{jt}, V_{jst}^{β} – соответственно выходная мощность, затраты и объемы потребляемых ресурсов тепловых станцией j в интервале t.

На объемы используемых ресурсов накладываются следующие ограничения:

$$0 \le V_{jst}^{B} \le \overline{V}_{jst}^{B}, \quad (l = \overline{1,N}; \quad s = \overline{1,S}; \quad t = \overline{1,T}) \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{N} V_{jst}^{B} \le B_{st}, \tag{7}$$

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} V_{jst}^{B} \le B_{s}. \tag{8}$$

Здесь $\overline{V}_{jst}^{B}$ – максимально допустимый объем ресурса s, используемый тепловой станцией j в интервале t;

B_{st} – максимально допустимый объем ресурса s, используемый всеми тепловыми станциями в интервале t;

B_s – максимально допустимый объем ресурса s, используемый тепловыми станциями в течение всего планового периода.

Заметим, что ограничения (6)–(8) позволяют описывать условия ограниченности некоторого ресурса и для отдельных групп тепловых станций. Для этого достаточно ввести специальный тип ресурса, связанный с этой группой.

1.2.2. Гидроэлектростанции. Обозначим W_{it} объем воды, используемый гидростанцией i в интервале t. Предполагаем, что выходная мощность p_{it} определяется выпуклой кусочно-линейной функцией от объема воды W_{it}:

$$p_{it} = p_i(W_{it}). \tag{9}$$

Введем переменные ($i = 1,\ldots,M$; $t = 1,\ldots,T$):

V_{it} – объем воды резервуара электростанции i на конец интервала t;

Y_{it} – объем воды, сбрасываемый из резервуара i без выработки электроэнергии.

Балансовые соотношения для объемов воды описываются следующими соотношениями:

$$V_{it} = V_{it-1} + V_{it}^{+} - V_{it}^{-} - W_{it} - Y_{it}, \tag{10}$$

$$\underline{V}_{it} \le V_{it} \le V_{it}^{-}, \quad \overline{W}_{it} \ge W_{it} \ge 0, \quad Y_{it} \ge 0,$$
$$(i = 1,\ldots,M;\ t = 1,\ldots,T), \tag{11}$$

где $\overline{W}_{it}$ – максимально допустимый объем воды, который может использоваться гидростанцией i в интервале t; константы V_{i0}, V_{it}^{+}, V_{it}^{-}, $\underline{V}_{it}$, $\overline{V}_{it}$ описаны в п.1.1.2.

1.2.3. Выходная мощность энергосистемы. Общая вырабатываемая в интервале t выходная мощность энергосистемы должна удовлетворять соотношению

$$\sum_{j=1}^{N} p_{jt} + \sum_{j=1}^{M} p_{it} \ge p_t, \quad (t = 1,\ldots,T), \tag{12}$$

где p_{jt}, p_{it} определяются (3), (9); константа p_t – величина требуемой i в интервале t выходной мощности энергосистемы (см. п.1.1).

1.2.4. Целевая функция. Критерий задачи состоит в минимизации общих затрат выработки электроэнергии, которые в основном определяются затратами выработки электроэнергии тепловыми электростанциями. Таким образом, задача заключается в следующем:

$$\min \leftarrow \sum_{j=1}^{N} C_{jt} \tag{13}$$

при ограничениях (1)–(12). Величины C_{jt} определяются из (4).

1.3. Метод решения основан на решении двойственной задачи, которая строится относительно связывающих ограничений (7), (8) и (12). Соответствующие этим ограничениям множители Лагранжа обозначим u_{st}^{B}, u_{s}^{B}, u_{t}^{p}.

Двойственная задача состоит в следующем:

$$\max \psi(u),\ u \ge 0, \tag{14}$$

где $u = \{u_{st}^{B}, u_{s}^{B}, u_{t}^{p}\}$.

Двойственная функция $\psi(u)$ определяется решением задачи минимизации функции Лагранжа:

$$\psi(u)=\min\sum_{j=1}^{N}C_{jt}+\sum_{t,s}u_{st}^{B}\left(\sum_{j}V_{jst}^{B}-B_{st}\right)+\sum_{s}u_{s}^{B}\left(\sum_{t,j}V_{jst}^{B}-B_{s}\right)+$$
$$+\sum_{t}u_{t}^{P}\left(p_{t}-\sum_{j}p_{jt}-\sum_{i}p_{it}\right). \qquad (15)$$

Минимизация в (15) осуществляется по переменным x_{jl} (тепловые) и W_{it}, V_{it}, Y_{it} (гидростанции).

Благодаря сепарабельности, задача (15) сводится к решению независимых подзадач. Не выписывая этих подзадач, отметим, что решение $x_{jl}(u)$ определяется по конечным формулам, а определение $W_{it}(u), V_{it}(u), Y_{it}(u)$ сводится к решению задач линейного программирования небольшой размерности (автономно для отдельных гидростанций). Для решения двойственной задачи (15) используется r-алгоритм*.

Основной проблемой для практической реализации модели является необходимость разработки процедур генерации вариантов графиков работы тепловых электростанций (т.е. определение параметров модели $L_j, p_{jlt}, a_{jlts}, c_{jlt}$). Модель приведена в предельно абстрактной форме, где отражены наиболее принципиальные моменты. При конкретных приложениях она может существенно модифицироваться и дополняться. Например, в модели могут более детально отражаться вопросы, связанные с динамикой использования ресурсов (или вопросы стратегии их закупок) тепловыми, а также водных ресурсов гидростанциями (каскадные гидростанции).

2. Модель краткосрочного управления энергетической системой.

Представляемую в данном разделе модель можно рассматривать как частный случай описанной вариантной модели. Основная особенность задачи краткосрочного управления энергетической системой состоит в следующем. Плановым периодом являются сутки. Длительности интервалов планового периода соответствуют одному часу. Для тепловой электростанции задан диапазон выходной мощности для каждого интервала планового периода. Таким образом, вариантность режима работы тепловой электростанции состоит в определении ее конкретой выходной мощности по интервалам планового периода из заданного диапазона. Для каждой гидроэлектростанции задается величина суммарной выходной мощности для всего планового периода. Ресурсные ограничения отсутствуют: предполагается, что эти ограничения выполнены при условии выбора выходных мощностей в заданных диапазонах.

---

* *Шор Н.З., Журбенко Н.Г.* Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. – 1971. – № 3. – С. 51–59.

Многие обозначения при описании математической модели краткосрочного управления энергетической системой совпадают с соответствующими обозначениями модели раздела 1. Однако для удобства приводим их повторное описание.

2.1. Исходные данные модели и обозначения.

2.1.1. Плановый период. Выходная мощность энергосистемы: T – число временных интервалов, на которое разбивается плановый период; (t – индекс перечисления временных интервалов; $t = 1,\ldots,T$). Как правило, $T = 24$. P_t – прогнозируемая величина требуемой в интервале t общей выходной мощности энергосистемы ($t = 1,\ldots,T$).

2.1.2. Тепловые электростанции: N – количество тепловых электростанций энергосистемы (j – индекс перечисления тепловых электростанций; $j = 1,\ldots,N$); $P_{jt}^1\,(P_{jt}^2)$ – минимальная (максимальная) мощность электростанции j в интервале t ($j = 1,\ldots,N$; $t = 1,\ldots,T$); x_{jt}^T – подлежащая определению оптимальная выходная мощность электростанции j в интервале t ($j = 1,\ldots,N$; $t = 1,\ldots,T$).

Переменные x_{jt} должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$p_{jt}^1 \le x_{jt}^T \le p_{jt}^2;\; j = 1\ldots,N; t = 1,\ldots,T\,. \tag{16}$$

2.1.3. Гидроэлектростанции:

M – количество гидроэлектростанций; (i – индекс перечисления тепловых электростанций; $i = 1,\ldots,M$;); $P_i^1\,(P_i^2)$ – минимальная (максимальная) суммарная мощность электростанции i для планового периода; x_{it}^w – подлежащая определению оптимальная выходная мощность электростанции i в интервале t ($i = 1,\ldots,M$; $t = 1,\ldots,T$).

Для каждой электростанции введем так называемые «штрафные» переменные w_{it}^+, w_{it}^- по отношению к условию выполнения ограничения на величину суммарной мощности электростанции:

$$p_i^1 \le \sum_{t=1}^{T} x_{it}^w \le p_i^2;\; i = 1,\ldots,N.$$

Переменные $x_{it}^w, w_{it}^+, w_{it}^-$ должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$p_i^1 \le \sum_{t=1}^{T} x_{it}^w + w_i^+ - w_i^- \le p_i^2;\; i = 1,\ldots,N; \tag{17}$$

$$x_{it}^w \ge 0;\; i = 1,\ldots,N;\; t = 1,\ldots,T; \tag{18}$$

$$w_i^+ \ge 0; w_i^- \ge 0;\; i = 1,\ldots,N. \tag{19}$$

Вклад переменных w_{it}^{+}, w_{it}^{-} в целевую функцию будет определяться выражением $R_i^w w_i^+ + R_i^w w_i^-$, где $R_i^w > 0$ – величина штрафного коэффициента. Отсюда следует, что для оптимальных значений переменных справедливы соотношения

$$w_i^+ = \max\{0, P_i^1 - \sum_{t=1}^{T} x_{it}^w\};.$$

$$w_i^+ = \max\{0, \sum_{t=1}^{T} x_{it}^w - P_i^2\}.$$

Эти соотношения определяют содержательный смысл штрафных переменных. Переменная $w_{it}^{+}, (w_{it}^{-})$ «ответственна» за нарушение нижней (верхней) границы на величину суммарной выходной мощности станции. Если граница не нарушена, то значение переменной равно нулю. Таким образом, если существует решение задачи, удовлетворяющее ограничениям на диапазон суммарных выходных мощностей станций, то все штрафные переменные будут равны нулю.

2.2. Математическая модель представляется следующей задачей математического программирования .

$$\min \leftarrow \sum_{j=1}^{N} c^T(x_{jt}^T) + \sum_{i=1}^{M} c^w(x_{jt}^w) + \sum_{i=1}^{M} (R_i^w w_i^+ + R_i^w w_i^-), \tag{20}$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{jt}^T + \sum_{i=1}^{M} x_{it}^w = p_t;\ t = 1,\ldots,T; \tag{21}$$

$$p_i^1 \le \sum_{t=1}^{T} x_{it}^w + w_i^+ - w_i^- \le p_i^2;\ i = 1,\ldots,N; \tag{22}$$

$$x_{it}^w \ge 0;\ i = 1,\ldots,N;\ t = 1,\ldots,T; \tag{23}$$

$$w_i^+ \ge 0; w_i^- \ge 0;\ i = 1,\ldots,N. \tag{24}$$

где $c_j^T(p)(c_i^w(p))$ – выпуклая кусочно-линейная функция, определяющая стоимость выработки мощности p тепловой станцией j (гидроэлектростанцией i).

Ограничения (21) соответствуют требованию равенства суммарной выходной мощности всех электростанций в интервале t прогнозируемому объему потребления. (Ограничения (22) описаны выше).

Заметим, что линейные члены целевой функции (20) можно заменить на квадратичные $R_i^w(w_i^+)^2 + R_i^w(w_i^-)^2$. Такая замена целесообразна в случае, когда имеются отличные от нуля оптимальные значения переменных w_i^+, w_i^- (в этом случае выполнение ограничений (21) невозможно без нарушения нижней или верхней границы на величину суммарной выходной мощности станции). Введение указанных квадратичных членов позволяет получить оптимальное решение задачи с более равномерным по станциям отклонением от заданного диапазона мощностей.

2.3. Метод решения задачи (20)–(24) основан на решении двойственной задачи относительно ограничений (21), (22). Соответствующие этим ограничениям множители Лагранжа обозначим u_t^T, u_i^w.

Двойственная задача состоит в следующем:

$$\max \psi(u), \quad u \geq 0 \tag{25}$$

где $u = \left\{ u_t^T, u_i^w \right\}$.

Двойственная функция $\psi(u)$ определяется решением задачи минимизации функции Лагранжа:

$$\psi(u) = \min \sum_{j=1}^{N} C_{jt} + \sum_{t,s} u_{st}^B \left(\sum_j V_{jst}^B - B_{st} \right) + \sum_s u_s^B \left(\sum_{t,j} V_{jst}^B - B_s \right) +$$

$$+ \sum_t u_t^p \left(p_t - \sum_j p_{jt} - \sum_i p_{it} \right) \tag{26}$$

Минимизация в (26) осуществляется по переменным x_{jl} (тепловые) и W_{it}, V_{it}, Y_{it} (гидростанции). Для решения двойственной задачи (25) используется r-алгоритм (см. работу*). Разработанная программная реализация (на языке C++) описанного метода была испытана для решения задач оперативного управления энергетической системой (использовались предложенные Киевэнерго исходные данные задачи). Время решения задачи на ПК класса Pentium 3 составляет порядка 1.5 мин.

М.Г. Журбенко, Б.М. Чумаков

МОДЕЛІ КЕРУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЮ СИСТЕМОЮ

Наведено опис двох математичних моделей керування енергетичною системою – варіантної моделі та моделі короткострокового планування. Запропоновані методи розв'язування задач базуються на використанні алгоритмів негладкої оптимізації.

N.G. Zhurbenko, B.M. Chumakov

MODELS FOR POWER SYSTEM CONTROL

The paper outlines two mathematical models of power system control, namely – a variant model and a model of short-term planning . The proposed methods for solution are based on the use of nonsmooth optimization algorithms.

Получено 17.04.2007