

Приводится постановка задачи оптимального корректирования параметров проектной железнодорожной линии. Описывается схема алгоритма решения задачи корректирования основных параметров проектной железнодорожной линии на основе метода последовательного анализа вариантов, в которой на этапе оптимизации, где проводятся наиболее громоздкие вычисления, используются параллельные вычисления.

© В.И. Билецкий, 2007

УДК 519.8

В.И.БИЛЕЦКИЙ

О МОДИФИКАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО КОРРЕКТИРОВАНИЯ ПРОЕКТНОЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЛИНИИ

В работе рассматривается новый подход к решению задач нахождения оптимальных проектных параметров железнодорожной линии на основе метода последовательного анализа вариантов [1], позволяющий применить на некоторых этапах вычислительного процесса параллельные вычисления. Метод последовательного анализа вариантов позволяет свести задачу поиска оптимального решения к задаче с естественным параллелизмом. Это значит, что на некотором этапе процесс решения можно свести к независимым (параллельным) операциям над многомерными векторами (или матрицами) [2]. Если при решении задач проектирования протяженных объектов (в частности, железных дорог) специальным образом подготовить для поиска решений информацию, то на этапе конструирования пошаговых вариантов и их подготовке к анализу и отбора лучших можно провести $(N-1)$ параллельных (и независимых друг от друга) вычислений.

Разработка алгоритмов с использованием параллельных вычислений является обоснованной и может принести пользу при решении задач большой размерности (применительно к задачам железнодорожного строительства – это участки проектирования большой протяженности с несколькими

раздельными пунктами) с огромным количеством разнообразной информации и множеством ограничений.

Опишем постановку общей задачи оптимального проектирования железнодорожной линии при условии, что имеется начальный вариант проектной линии. Задачи, вытекающие из общей при наличии начального варианта, являются, фактически, задачами оптимального корректирования основных параметров проектной железнодорожной линии, которые нашли в свое время широкое применение на практике при проектировании реальных объектов (например, некоторых участков Байкало-Амурской магистрали).

Задачи оптимального корректирования основных параметров проектной линии сводятся к следующему [3].

Пусть основными параметрами проектной линии являются абсциссы $X^0 = (x_0^0, x_1^0, \dots, x_N^0)$ и ординаты $Y^0 = (y_0^0, y_1^0, \dots, y_N^0)$ ее точек перелома.

В некоторой области варьирования основных параметров

$$G = G_0 \times G_1 \times \dots \times G_N, \quad (1)$$

$$\text{где } G_i = \left\{ |x_i - x_i^0| \leq \Delta \right\} \cup \left\{ |y_i - y_i^0| \leq \delta \right\}, \quad i = \overline{0, N},$$

необходимо найти такие

$$X^* = \{x_i^*\}, Y^* = \{y_i^*\}, \quad i = \overline{0, N}, \quad (2)$$

которые бы минимизировали функционал строительных расходов (объемов земляных работ или стоимости сооружения земляного полотна)

$$F(X^*, Y^*) = \min_{X, Y} F(X, Y) \quad (3)$$

и удовлетворяли системе ограничений

$$q_p(X^*, Y^*, B) \leq 0, \quad p = \overline{1, P}, \quad (4)$$

где N - количество точек перелома проектной линии, полученной в результате решения задачи; B - вектор нормативных коэффициентов, вытекающий из строительных норм и правил сооружения земляного полотна железной дороги (СНиП); P - количество ограничений; Δ и δ - область изменения параметров x_i и y_i , $i = \overline{0, N}$, соответственно.

Для наглядности опишем схему алгоритма с использованием параллельных вычислений для задачи корректирования проектной линии по параметру Y . Это значит, что множество параметров X^* задано и тождественно совпадает с множеством параметров X^0 :

$$X^* \equiv X^0. \quad (5)$$

Область изменения параметров G_i , $i = \overline{0, N}$, примет вид

$$G_i = \left\{ |y_i - y_i^0| \leq \delta \right\}, \quad i = \overline{0, N}, \quad (6)$$

Схема алгоритма решения задачи (2) – (6) с использованием параллельных вычислений сводится к следующему.

1. В зависимости от заданного шага hy и количества точек K варьирования начального варианта проектной линии в области (6) для каждого $x_i^0, i=\overline{0, N}$, вычисляем значения y_i^k возможных решений по формуле

$$y_i^{k+1} = y_i^k + hy, k = \overline{1, K-1}, \quad (7)$$

где: $y_i^1 = y_i^0 - \frac{K-1}{2}hy$.

Из значений (6) для всех $i=\overline{0, N}$ образуем матрицу множества всевозможных решений следующего вида:

$$Y = \begin{bmatrix} y_0^1 & y_1^1 & \dots & y_N^1 \\ y_0^2 & y_1^2 & \dots & y_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_0^s & y_1^s & \dots & y_N^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_0^K & y_1^K & \dots & y_N^K \end{bmatrix}. \quad (8)$$

В формуле (8) $s=(K+1)/2$, и компоненты вектор-строки $(y_0^s, y_1^s, \dots, y_N^s)$ есть ординаты точек перелома начального варианта проектной линии $(y_0^0, y_1^0, \dots, y_N^0)$. Каждый столбец i матрицы Y соответствует высотным значениям проектных отметок в области (6) для точки перелома с ординатой $x_i^0, i=\overline{0, N}$.

2. Для всех пар столбцов $(i-1, i), i = \overline{1, N}$, матрицы Y независимо друг от друга можно провести $(N-1)$ параллельных вычислений, необходимых в дальнейшем для анализа вариантов и отбора среди них перспективных. Такими для каждой пары столбцов $(i-1, i), i = \overline{1, N}$, являются вычисления уклонов между всеми элементами этих столбцов (точками соответствующих вертикалей), а также объемов земляных работ (или их стоимостей).

Для анализа и отбора перспективных вариантов требуется иметь все значения уклонов. Между двумя вертикалями – это K^2 чисел, так как каждая точка $(i-1)$ -й вертикали соединяется со всеми точками i -й вертикали. Уклоны между точками $(i-1)$ -й и i -й вертикалями (элементами соответствующих столбцов матрицы Y) будут подсчитываться по формуле

$$u_i^{s,t} = \frac{y_i^s - y_{i-1}^t}{x_i - x_{i-1}}, \quad t = \overline{1, K}, \quad s = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (9)$$

Вместе с уклонами соответственно подсчитываются объемы земляных работ (или их стоимости) $f_i^{s,t} = f(y_i^s, y_{i+1}^t)$.

Образуем из этих значений две трехмерные матрицы: матрицу уклонов $U = \{u_i^{s,t}\}$ и матрицу значений критерия $F = \{f_i^{s,t}\}$, $i = \overline{1, N}$, $s, t = \overline{1, K}$.

Необходимо отметить, что в этом пункте вычисления являются самыми громоздкими в смысле количества выполнения арифметических операций.

В дальнейшем, начиная с п. 3, вычислительный процесс состоит из последовательного выполнения операций.

3. После формирования матриц уклонов U и объемов земляных работ F , можно приступить к пошаговому анализу и отбору перспективных вариантов, начиная с шага $i = 1$, постепенно увеличивая индекс i , пока не будет достигнуто значение N .

Итак, для всех $i = 1, \dots, N$, начиная с $i = 1$ для каждой точки y_i^t , $t = \overline{1, K}$, среди всех вариантов (y_{i-1}^s, y_i^t) , $s = \overline{1, K}$, выбираем тот, который удовлетворяет ограничениям по уклону, разности уклонов в точке y_{i-1}^s , $s = \overline{1, K}$, из множества ограничений (4) и лучший по суммарному критерию (объему земляных работ или его стоимости):

$$F_i^t = \min_s [f(y_{i-1}^s, y_i^t) + F(y_{i-1}^s)], \quad (10)$$

где $F(y_{i-1}^s)$ – суммарный критерий варианта, приходящего в точку y_{i-1}^s , $s = \overline{1, K}$; $f(y_{i-1}^s, y_i^t)$ – критерий на отрезке $[y_{i-1}^s, y_i^t]$, $s = \overline{1, K}$.

Примечание. Для $i = 1$ все значения $F(y_{i-1}^s) = 0$, $s = \overline{1, K}$.

Сформируем две матрицы размерностью $K \times N$ вида:

$$V = \begin{bmatrix} v_0^1 & v_1^1 & \dots & v_N^1 \\ v_0^2 & v_1^2 & \dots & v_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_0^K & v_1^K & \dots & v_N^K \end{bmatrix} \quad F^* = \begin{bmatrix} F_0^1 & F_1^1 & \dots & F_N^1 \\ F_0^2 & F_1^2 & \dots & F_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_0^K & F_1^K & \dots & F_N^K \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где V – матрица оптимальных пошаговых вариантов, точнее, номеров точек $(i - 1)$ - й вертикали оптимально связанных с точками i - й вертикали на шаге

$i, i = \overline{1, N}$; F^* – матрица суммарных оптимальных пошаговых значений критерия $F_i^t, t = \overline{1, K}, i = \overline{1, N}$.

Значение s , для которого выполняется (10), заносится в матрицу V на место v_i^t . В матрицу F^* на соответствующее место заносится суммарное оптимальное пошаговое значение критерия F_i^t , для которого выполняется (10).

Таким образом, в результате указанных действий для всех $i = \overline{1, N}$ будут полностью сформированы матрицы V и F^* для определения на последнем шаге оптимального варианта проектной линии.

4. На последнем шаге $i = N$ среди всех вариантов $F_N^t, t = \overline{1, K}$, выбираем оптимальный по формуле

$$F_N^* = \min_t F_N^t, t = \overline{1, K}.$$

Пусть t^* – номер элемента в столбце N матрицы F со значением F_N^* .

5. Определив t^* , путем обратного анализа столбцов матрицы V (последовательно от N до 1) можно определить последовательность номеров точек оптимального варианта

$$(v_N^{t^*}, v_{N-1}^{t_{N-1}^*}, \dots, v_1^{t_1^*}, v_0^{t_0^*}). \quad (12)$$

Используя последовательность номеров точек оптимального варианта (12) и матрицу (8), можно легко найти оптимальный вариант

$$(y_0^{t_0^*}, y_1^{t_1^*}, \dots, y_{N-1}^{t_{N-1}^*}, y_N^{t_N^*}). \quad (13)$$

В формуле (13) $t^N = t^*$.

При решении задачи корректирования проектной линии по двум параметрам (задачи (2) - (3) в области (1)) в схеме алгоритма существенных изменений не будет. Потребуется только некоторое увеличение матрицы множества всевозможных решений (8), а также размерности трехмерных матриц $U = \{u_i^{s,t}\}$ и $F = \{f_i^{s,t}\}, i = \overline{1, N}, s, t = \overline{1, K}$.

В.І.Білецький

ПРО МОДИФІКАЦІЮ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КОРЕКТУВАННЯ ПРОЕКТНОЇ ЛІНІЇ ЗАЛІЗНИЦІ

Наводиться постановка задачі оптимального коректування параметрів проектної лінії залізниці. Описується схема алгоритму розв'язування задачі коректування основних параметрів проектної лінії залізниці на основі методу послідовного аналізу варіантів, в якій на етапі

оптимізації, де проводяться найбільш громіздкі обчислення, використовуються паралельні обчислення.

V.I. Biletsky

SOME CURVILINEAR PROFILE DESIGN PROBLEMS AND ALGORITHMS USED TO SOLVE THEM

The paper states a general problem concerned with correcting main parameters of project line of a railroad. An algorithm is described that is used to solve partial CMPPL problems with a specific schemes of choice of step-by-step advanced versions. Its advantages are pointed to when problems are solved in the operation mode.

1. *Вычислительные* методы выбора оптимальных проектных решений / В.С. Михалевич, Н.З. Шор, Л.А. Галустова и др. – Киев: Наук. думка, 1977. – 178 с.
2. *Параллельная* обработка структур данных / Г.И. Шпаковский, А.С. Липницкий, Г.Н. Чернов и др. – Минск: Университетское, 1988. – 272 с.
3. *Билецкий В.И.* К решению некоторых задач проектирования в оперативном режиме // Теорія оптимальних рішень.– К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2003. – № 2. – С. 97-101.

Получено 14.05.2007