УДК 519.8

Ф.А. ШАРИФОВ

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА РЕЖИМОВ ОБЪЕДИНЕННОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ ПО АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

Предлагаются методы для решения задачи определения оптимального режима включения и отключения отдельных или групп блоков энергосистемы при условии установления баланса между вырабатываемой и потребляемой электроэнергией на заданный период.

В регионах различные станции объединяются в генераторные группы, которые передают вырабатываемую ими электроэнергию по сети энергосистемы. Количество общей вырабатываемой энергии должно удовлетворять суммарной потребности региона в электроэнергии. Суммарная потребность региона в электроэнергии для определенного периода определяется потребностью в энергии этого региона для краткосрочных периодов (например, в течение суток по часам). Другими словами, график суммарного количества потребления энергии на некоторый период задается как график, состоящий из графиков на краткосрочный период. Этот график может иметь несколько локальных максимумов и минимумов, которые отражают употребление электроэнергии в максимальном или минимальном количестве на заданный период. Поэтому необходимо корректировать уровень (количество) вырабатываемой электроэнергии в зависимости от мощностей потребности региона, таким образом, чтобы между вырабатываемой и потребляемой электроэнергией установился баланс. При этом следует учесть потери энергии в сети энергосистемы, а также ограничения сверху и снизу на активные мощности электростанции.

Основные допущения, используемые при математической формулировке модели данной задачи:

– переменные задачи – неизвестные мощности электростанции, включенные в рассматриваемую модель;

– затраты, как функция от мощности для каждой электростанции, рассматриваемые в модели, являются неубывающей кусочно-линейной и допускающей возможно разрывы конечной величины (1-го рода);

– функция суммарных потерь энергии в сети является квадратичной функцией переменных задачи (мощностей электростанций);

– коэффициенты квадратичной функции потерь и каждой линейной функции передаваемых мощностей однозначно определяются структурой и параметрами (проводимости) сети энергосистемы и указателем тяжести нагрузки системы (дневной или ночной минимум, максимум нагрузки).

С учетом принятых допущений математическая модель рассматриваемой задачи формулируется так: найти

$$\min \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i) \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = q\,, \tag{2}$$

$$b_k \le \sum_{i=1}^{n} c_{ik} x_i \le d_k\,, \quad k=1,...,m, \tag{3}$$

$$p_i \le x_i \le q_i\,, \quad i=1,...,n, \tag{4}$$

где n – число генераторных групп; x_i – неизвестная мощность генераторной группы $i=1,...,n$; $f_i(x_i)$ – кусочно-линейная функция затрат для генераторной группы $i=1,...,n$; q – суммарная мощность нагрузок; $A=\{a_{ij}\}$, $i,j=1,...,n$, $a=(a_1,...,a_n)$ – соответственно матрица и вектор коэффициентов квадратичной функции потерь; $C=\{c_{ik}\}$, $i=1,...,n$, $k=1,...,m$ – матрица коэффициентов контролируемых функций мощностей; $b=(b_1,...,b_m)$, $d=(d_1,...,d_m)$ – векторы верхних и нижних границ для контролируемых параметров; $p=(p_1,...,p_n)$, $q=(q_1,...,q_n)$ – векторы верхних и нижних границ для вырабатываемых мощностей генераторных групп.

1. Описание и обоснование методов решения задач. Рассмотрим двойственную задачу, к (1)–(4). Найти

$$\max ш(u) = \max_u \min_x \Phi(x,u) = \sum_i f_i(x_i) - \sum_k u_k \Delta_k(u_k x) \tag{5}$$

при ограничениях (2), (4) и рассмотрим некоторые свойства прямой задачи (1)–(4) и двойственной к (5).

1. Вектор $u = \{u_k : k = \overline{1,m}\}$ называется вектором двойственных переменных, соответствующих ограничениям (3).

2. Для $k = \overline{1,m}$

$$\Delta_k(u_k x) = \begin{cases} d_k - \sum_i c_{ik} x_i, u_k \le 0, \\ \sum_i c_{ik} x_i - b_k, u_k > 0. \end{cases} \tag{6}$$

3. Функция $\text{ш}(u) = \min \Phi(x,u)$ является вогнутой кусочно-линейной функцией от переменных $u = \{u_k : k = \overline{1,m}\}$. Для нахождения $\max \text{ш}(u)$ можно применить методы негладкой оптимизации [1].

4. Для решения внутренней задачи: $\min \Phi(x,u)$ при заданном значении вектора u при ограничениях (2), (4); можно использовать методы динамического программирования [2]. Для эффективного использования последнего целесообразно линеаризовать ограничения (2).

5. Оптимальное решение задачи (5) дает нижнюю оценку для функционала (1). Оптимальные значения двойственных переменных *u,* позволяют определить те ограничения из (3), которые выполняются как строгие равенства на приближенно оптимальном решении задачи (1)–(4).

6. Приближенное оптимальное решение задачи (1)–(4) после линеаризации ограничения (2), целесообразно искать среди оптимальных решений внутренней задачи при оптимальных для задачи (5) значениях компонент вектора u. В этом случае множество оптимальных решений (5), вообще говоря, не единственно.

7. Оптимальное решение задачи (1)–(4) целесообразно строить путем коррекции значений некоторых переменных (их увеличения) так, чтобы для преобразованного решения было выполнено квадратичное ограничение (2). Перечисленные свойства фактически определяют схему решения задачи (1)–(4). Приведем эту схему и опишем более детально каждый из этих этапов.

2. Схема алгоритма. Построение нижней оценки функционала и вычисление вектора u оптимальных значений двойственных переменных.

1. Осуществляется методом негладкой оптимизации и состоит из последовательности шагов t, на каждом из которых по текущему значению вектора u^t и решению x^t внутренней задачи: $\min \Phi(x, u^t)$ строится вектор невязок $\Delta^t = \Delta^t(u^t, x)$ по формуле (6). По правилам метода негладкой оптимизации, по u^t и Δ^t, определяется новое значение u^{t+1}, и процесс повторяется до тех пор пока не выполнится критерий оптимальности для u^{t+1}. Начальное значение вектора u можно выбирать произвольно, например, $u^1 = 0$.

2. Решение внутренней линеаризированной задачи (1) при ограничениях (4) и

$$\sum \overline{a_i} x_i = q \tag{7}$$

осуществляется методом динамического программирования. Ограничение (7) строится при этом по ограничению (2) путем линеаризации последнего. Для этого выбирается некоторая точка $\overline{X} = \{\overline{x_i}\}$, удовлетворяющая ограничению (2) и в ней строится касательная к поверхности (2) плоскость с коэффициентами ортогонального вектора $\overline{a} = \{\overline{a_i}\}$. В качестве начальной точки $\overline{x}$ может быть выбрана произвольная. Затем, после решения внутренней задачи и получения ее решения X^*, построить новую линеаризацию (7) и повторить процедуру решения внутренней задачи. Процесс можно повторять до тех пор, пока новое X^* не будет отличаться от предыдущего на заданную достаточно малую величину (расстояние).

3. Для значительного ускорения процесса решения внутренней задачи можно использовать следующий прием. Пусть для каждой функции $f_i(x_i)$ из (1) задано множество отрезков ее линейности: $\left[p_{i_0}, p_{i_1}\right]$, $\left[p_{i_1}, p_{i_2}\right], \ldots, \left[p_{i_{k-1}}, p_{i_k}\right]$, где $p_{i_l} = p_{i_t} < p_{i_1} < \ldots\ldots < p_{i_k} = \overline{p_i}$.

Вычислим значения (1) на конце каждого отрезка и обозначим его $\varphi_{IS}, s=\overline{1,k}$. Обозначим $д_{is}$ длину s-го отрезка. Сформулируем теперь следующую задачу. Найти

$$\min \sum_i \sum_s \varphi_{is} z_{is} \tag{8}$$

при ограничениях

$$\sum_i \overline{a_i} \sum_s д_{is} z_{is} \geq q, \tag{9}$$

$$1 \geq z_{i1} \geq z_{i2} \geq ...... \geq z_{ik_i} \geq 0, i=\overline{1,k_i}. \tag{10}$$

Полученная задача отличается от исходной следующими особенностями:

– каждая электростанция i может производить мощности, соответствующие лишь одному из правых концов интервала линейности функции $f_i(x_i)$, (это условие математически выражено в виде условий (10));

– неравенство (9) отличается от уравнения (2) заменой знака "равно" на знак "больше или равно". Такая замена сделана для того, чтобы условие (9) было допустимо, если существует допустимое ограничений (2)–(4). Решение задачи (8)–(10) может быть найдено методом динамического программирования за время $C\left(\sum_{i=1}^{n} k_i\right) q/\Delta$, где C – константа, не зависящая от параметров задачи, Δ – шаг изменения параметров $\overline{a_i}д_{is}, i=\overline{1,n}, s=\overline{1,k_i}$ и q; если, например, все эти параметры целые можно положить $\Delta = 1$.

3. Построение допустимого решения задачи. Это построение осуществляется в два этапа. На первом по оптимальным значениям u^* двойственных переменных строится оптимальное решение $z^* = \{z_{is}^*\}$ внутренней задачи (8)–(10). Определяются значения вектора $\overline{X} = \left\{\sum_s z_{is}^*\right\}$. Вектор $\tilde{X}$, вообще говоря, может не удовлетворять некоторым ограничениям (3) и, возможно, (2).

На втором этапе, используя методы выпуклой оптимизации, изменяем значения некоторых компонент вектора $\tilde{X}$, получая таким путем новый вектор $\tilde{X}$, удовлетворяющий всем ограничениям исходной задачи и являющийся ее приближенно оптимальным решением. По решению двойственной задачи можем определить, в каком порядке следует изменять компоненты вектора $\tilde{X}$ для перехода к X^* и, кроме того, вычислить гарантированную погрешность отклонения по функционалу (1) решения X' от оптимального.

Решение задачи 2 для заданного периода (описание задачи 2 предложено в [3]) осуществляется в принципе по аналогичной схеме. Основным отличием является то, что внутренняя задача при решении задачи 2, более сложна и, следовательно, решается более сложным методом.

Другой подход к решению задачи 2 связан с аппроксимацией подграфика горизонтальными полосами (см. рис. 2 в [3]). Каждому фрагменту соответствует интервал или интервалы его функционирования и мощность, соответствующая высоте графика. Для каждого интервала k и электростанции i обозначим неизвестную мощность $x_{ik} \geq 0$. В этих терминах математическая модель задачи содержит меньшее число переменных, чем модель, построенная аналогично модели задачи (1)–(4). Для простоты, предположим, что $p_i = 0$ для всех i. Функция

$$f_i(x_i) = \begin{cases} a_i x_i + b_i, & x_i > 0, \\ 0, & x_i = 0 \end{cases}$$

кусочно-линейная, неубывающая краткосрочных затрат на производство мощности x_i для каждой электростанции i [3]. Пусть $ц_{ik}(x_{ik})$ – функция затрат на выработку мощности x_{ik} для электростанции i работающей по варианту k. Если λ_k (часов) – общее время работы электростанции i по варианту k, тогда $ц_{ik}(x_{ik}) = a_i / л_k + b_i x_{ik}$, поскольку затраты a_i не зависят от времени работы по варианту k. Поэтому после построения функции $ц_{ik}(x_{ik})$ по этой схеме для всех i и k, задача 2 записывается в виде

$$\min \sum_{k=1}^{K} л_k \sum_{i=1}^{n} ц_{ik}(x_{ik})$$

с ограничениями распределительной задачи. Для ее решения могут быть использованы соответствующие алгоритмы.

Ф.А. Шаріфов

МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ РЕЖИМІВ
ОБ'ЄДНАНОЇ ЕНЕРГОСИСТЕМИ З АКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ

Пропонуються методи розв'язання задачі вибору режимів енергосистеми з активної потужності, які повинні функціонувати на протязі заданого періоду. Ці методи базуються на підході, якими користуються при розв'язанні задач нелінійного програмування.

F.A. Sharifov

METHODS TO SOLVE THE SHEDULING CHOICE PROBLEM FOR POWER SYSTEMS
JOINTED BY ACTIVE STATE

We propose methods for finding an approximation solution the design minimum cost scheduling for choosing an active state of power systems that must be operated in a short time or for given time. The methods are based on approaches that are used in solving nonlinear programming problems.

1. *Михалевич В.С.*, *Трубин В.А.*, *Шор Н.З.* Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования. – М.: Наука, 1988. – 259 с.
2. У*айлд Д.* Оптимальное проектирование.– М.: Мир, 1981. – 272 с.
3. Шарифов Ф.А. Задача выбора режимов объединенной энергосистемы по активной мощности // Теорія оптимальних рішень.– 2007.– № 6. – С. 125–131.

Получено 20.02.2009