УДК 519.21

З.В. НЕКРЫЛОВА, Г.А. ШУЛИНОК

О ТЕСТИРОВАНИИ СПЕЦИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ PANEL-ДАННЫХ

Описывается Hausman-тест и его альтернативный метод выполнения. Предложено введение к подходу Chamberlain, когда оценивание panel-данных рассматривается как оценивание множества уравнений.

Введение. В работе [1] рассматривалась следующая модель panel-данных с большим числом наблюдений над индивидом i и малым временным периодом наблюдения T

$$y_{it} = X_{it}\beta + \varepsilon_{it} \tag{1}$$

с $X_{it} = \left(X_{it}^{1}, \ldots, X_{it}^{K}\right)$, $\beta' = (\beta_1, \ldots, \beta_K)$ и возмущением ε_{it}, определённым в виде

$$\varepsilon_{it} = \alpha_i + \eta_{it},$$

где η_{it} не коррелирует с X_{it}. Если индивидуальное воздействие α_i не коррелирует с X_{it}, модель называют моделью случайных воздействий (СВ-модель), её оцениватели обозначим СВ-оценивателями. Если α_i коррелирует с X_{it},– то моделью фиксированных воздействий (ФВ-модель) с ФВ-оценивателями. В стандартном виде (1) можно представить следующим образом:

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

где $y, \varepsilon - nT \times 1$-векторы, а $X - nT \times K$-матрица. Такая запись известна как запись переменных в виде pool-данных.

Рассмотрим вопросы тестирования спецификации таких типов моделей panel-данных.

Hausman-тест. Подходящим для этого является Hausman-тест, он ещё известен как Wu–Hausman-тест, Durbin–Wu–Hausman-тест [2–4], появление которых связано с различными ситуациями тестирования. В работе [1] было показано, что СВ- и ФВ-оцениватели, вычисленные для каждого из введенных типов моделей, имеют различающиеся свойства. Это даёт возможность для использования Hausman-теста, определяемого как

$$H = \left(\hat{\beta}_{CB} - \hat{\beta}_{\Phi B}\right)' \left(\operatorname{var}\hat{\beta}_{\Phi B} - \operatorname{var}\hat{\beta}_{CB}\right)^{-1} \left(\hat{\beta}_{CB} - \hat{\beta}_{\Phi B}\right).$$

Статистика H имеет χ^2_K-распределение с K степенями свободы при нуль-гипотезе, что СВ-оцениватель является правильным. Hausman показал, что средний член – разность между дисперсиями оценивателей – придаёт статистике особенно удобную форму, для которой не требуется оценивать ковариацию между оценивателями. Если величина H велика, то следует отклонить предположение об адекватности СВ- и ФВ-оценивателей.

Можно применить и альтернативный метод тестирования, использующий простую регрессию, введённую искусственно [5–7]. Чтобы увидеть это, докажем следующее утверждение

Утверждение. Вычисление Hausman-теста можно заменить тестированием статистики с асимптотическим F-распределением, которая получена в результате оценивания искусственно введённой регрессии.

*Доказательство***.** Используем подход, изложенный в работе [5], где предлагается рассматривать H-тест как вектор сопоставлния (vector of contrasts). Пусть есть каноническая линейная модель

$$y = X\beta + \varepsilon, \tag{2}$$

где $\varepsilon \sim \mathrm{N}\left(0, \sigma^2 \mathrm{I}\right), X - n \times K$-матрица, $y, \varepsilon - n \times 1$-векторы. Сравним её оцениватель, полученный, например, методом обыкновенных наименьших квадратов (оНК-оцениватель) $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$ с другим оценивателем:

$$\hat{\beta}_{\mathrm{A}} = (X'\mathrm{A}X)^{-1} X'\mathrm{A}y, \tag{3}$$

где $n \times n$-матрица A: симметричная с рангом, не меньшим K. Опишем A.

Для сравнения оценивателей подсчитаем вектор сопоставления вида

$$\hat{\beta}_{\mathrm{A}} - \hat{\beta}_{oHK} = (X'\mathrm{A}X)^{-1} X'\mathrm{A}y - (X'X)^{-1} X'y = (X'\mathrm{A}X)^{-1} \left[X'\mathrm{A}y - X'\mathrm{A}X(X'X)^{-1} X'y\right] =$$

$$= (X'\mathrm{A}X)^{-1} X'\mathrm{A}\left[\mathrm{I} - X(X'X)^{-1} X'\right] y = (X'\mathrm{A}X)^{-1} X'\mathrm{A}\mathrm{M}_X\, y, \tag{4}$$

где $\mathrm{M}_X = \mathrm{I} - X(X'X)^{-1} X' = \mathrm{I} - \mathrm{P}_X$ – $n \times n$-матрица, симметричная идемпотентная $\left(\mathrm{M}_X^2 = \mathrm{M}_X\right)$, «создающая остатки», P_X – матрица с теми же свойствами, «создающая предсказанные значения». То есть для некоторой, например, $n \times l$-матрицы Z выражение $\mathrm{M}_Z X$ есть $n \times K$-матрица остатков, а $\mathrm{P}_Z X$ – матрица предсказанных значений регрессии каждого столбца X на экзогенные регрессоры, представленные матрицей Z.

Выбор A зависит от проблемы, стоящей перед исследователем. Если $\mathrm{A} = \mathrm{P}_Z$, то $\hat{\beta}_{\mathrm{A}}$ – оцениватель двухшагового метода наименьших квадратов (2МНК-оцениватель) для β, использующий Z как инструментальные переменные [8]. Для ФВ-оценивателя $\mathrm{A} = \mathrm{M}_D$, где D – множество dummy-переменных cross-section-единиц, и M_D – матрица, трансформирующая данные в отклонения от индивидуальных средних [1].

Если модель (2) правильно специфицирована, то предел по вероятности выражения (4) будет нулём. Более того, так как $(X'\mathrm{A}X)^{-1}$ – $K \times K$ -матрица полного ранга, то (4) будет иметь этот предел всякий раз, когда по вероятности

$$\lim \tfrac{1}{n}\left(X'\mathrm{A}\mathrm{M}_X\, y\right) = 0 . \tag{5}$$

Перейдём к более определённому сравнению – сравнению оценивателей оНК и 2МНК регрессии (2). Представим матрицу X в расчленённом виде $[X_1 X_2]$, где X_1 – $n \times q$ -подматрица потенциально эндогенных регрессоров, а X_2 – $n \times (K-q)$ -подматрица экзогенных регрессоров, стоящих справа в (2). Выберем множество инструментов в виде $Z = [Z^* X_2]$, где Z – $n \times l$ -матрица ($l \ge K$), тогда $\mathrm{A} = \mathrm{P}_Z$, а (5) перепишется как

$$\lim \tfrac{1}{n}\left(X'\mathrm{P}_Z \mathrm{M}_X\, y\right) = 0 . \tag{6}$$

Можно показать, что среди предсказанных значений, $P_Z X$, регрессии столбцов X на Z будет иметь место $X_2' P_Z = X_2'$, так как X_2 входит в Z , поэтому $X_2' P_Z \mathrm{M}_X = 0$, откуда (6) превращается в

$$\lim \tfrac{1}{n}\left(X'\mathrm{P}_Z \mathrm{M}_X\, y\right) = \lim \tfrac{1}{n}\left(X_1'\mathrm{P}_Z \mathrm{M}_X\, y\right) = \lim \tfrac{1}{n}\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X\, y\right) = 0 , \tag{7}$$

где введено обозначение $\hat{X}_1 = P_Z X_1$.

Итак, всё свелось к проверке, справедливо ли, что $\lim \tfrac{1}{n}\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X\, y\right) = 0$, которую можно осуществить путём тестирования гипотезы: $\hat{\delta} = 0$, где $\hat{\delta}$ – оцениватель в искусственной регрессии

$$y = X\beta + \hat{X}_1 \delta + \text{ошибка} . \tag{8}$$

Действительно, запишем вычисленную регрессию (8) с помощью остатков:

$$y = X\hat{\beta} + \hat{X}_1 \hat{\delta} + e \tag{9}$$

или с использованием расчленённой матрицы в виде $y = [X\ \hat{X}_1] \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\delta} \end{bmatrix} + e$, для которой нормальное уравнение имеет вид $\begin{bmatrix} X'X & X'\hat{X}_1 \\ \hat{X}'_1 X & \hat{X}'_1 \hat{X}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'y \\ \hat{X}_1' y \end{bmatrix}$. $X'X$ и $\hat{X}_1' \hat{X}_1$ – неособенные матрицы, поэтому можно построить обратную матрицу к квадратной матрице блочного вида [9] и записать: $\hat{\delta} = c_{21} X'y + c_{22} \hat{X}_1' y$, где c_{21}, c_{22} – элементы второй строки обратной матрицы, представление которых

через элементы $\{b_{ij}\}$ прямой матрицы: $c_{21} = -\left(b_{22} - b_{21}b_{11}^{-1}b_{12}\right)^{-1} b_{21}b_{11}^{-1}$ и $c_{22} = \left(b_{22} - b_{21}b_{11}^{-1}b_{12}\right)^{-1}$. Тогда $c_{22} = \left(\hat{X}_1'\hat{X}_1 - \hat{X}_1'X(X'X)^{-1}X'\hat{X}_1\right)^{-1} = \left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1}$, $c_{21} = -\left(\hat{X}_1'\hat{X}_1 - \hat{X}_1'X(X'X)^{-1}X'\hat{X}_1\right)^{-1} \hat{X}_1'X(X'X)^{-1} = -\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1} \hat{X}_1'X(X'X)^{-1}$.
Следовательно, подтверждение проверяемого следует из выражения

$$\hat{\delta} = -\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1} \hat{X}_1'X(X'X)^{-1}X'y + \left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1} \hat{X}_1'y =$$
$$= \left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1}\left(-\hat{X}_1'X(X'X)^{-1}X'y + \hat{X}_1'y\right) = \left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)^{-1} \hat{X}_1' \mathrm{M}_X y.$$

Для представления тестируемой статистики гипотезы $\hat{\delta} = 0$ в удобном виде обратимся к дисперсионному анализу. Для этого умножим (9) слева на M_X и учтём свойства идемпотентной матрицы M_X : $\mathrm{M}_X X = 0$, $\mathrm{M}_X e = e$, тогда

$$\mathrm{M}_X y = \mathrm{M}_X \hat{X}_1 \hat{\delta} + e. \tag{10}$$

Возведение в квадрат даст $(\mathrm{M}_X y)'(\mathrm{M}_X y) = y'\mathrm{M}_X y = \hat{\delta}'\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)\hat{\delta} + e'e$. Слева стоит сумма квадратов остатков (СКО) регрессии y на X , которую обозначим $e_*'e_*$. Второй член справа – СКО регрессии y на $\left[X\hat{X}_1\right]$: $e'e$. Первый член справа – объяснённая сумма квадратов (ОСК) регрессии (10), которая измеряет увеличение ОСК (или эквивалентно уменьшение СКО) за счёт добавления $\hat{X}_1$ к регрессорам. Напомним, что отношение квадрата оценивателя к оценённой дисперсии ошибки регрессии можно представить как отношение ОСК к СКО регрессии, т.е. тестируемую статистику можно записать так:

$$F = \frac{\hat{\delta}'\left(\hat{X}_1' \mathrm{M}_X \hat{X}_1\right)\hat{\delta}/q}{e'e/(n-K-q)} = \frac{(e_*'e_* - e'e)/q}{e'e/(n-K-q)},$$

распределение которой $F(q, n-K-q)$ с $(q, n-K-q)$ степенями свободы.

Таким образом, тестирование $\hat{\delta} = 0$ можно проводить выполняя две отдельные регрессии. Сначала вычисляем регрессию y на X , получаем $e_*'e_*$, затем – регрессию y на $\left[X\hat{X}_1\right]$, что даёт $e'e$.

Hausman-тест часто интерпретируют как тест проверки эндогенности столбцов X_1, что и показано вышеизложенным. Однако более подходящей является его интерпретация, состоящая в установлении того, имеет ли «эндогенность» значимый эффект на оценивание β. Эту интерпетацию проще показать, рассматривая версию Hausman-теста для опущенных переменных. Для этого вместо оценивания разности между оНК- и 2МНК-оценивателями будем сравнивать оНК-оцениватель с другим оНК-оценивателем, который включает Z^* как дополнительный регрессор. Таким образом, в этом случае вектор сопоставления сравнивает оНК-оцениватель (2) и оНК-цениватель β регрессии

$$y = X\beta + Z^{*}\gamma + \nu\,, \qquad (11)$$

где Z^{*} – такая же матрица инструментальных переменных, как и вышеприведённая, только количество инструментов в ней меньше тех, которые есть в X. Вопрос состоит в том, находятся ли коэффициенты на множестве из X, не входящих в Z, под воздействием включения дополнительного регрессора Z^{*}.

Напомним, что теорема Frisch-Waugh-Lovell [10] позволяет получать правильные оценки β модели (11), сначала выполняя регрессию X на Z^{*} и определяя остатки, а затем вычисляя регрессию y на эти остатки. То есть выполняется оНК-оценивание y на X после того, как X имеет свои предсказанные значения «удаленными», что делается с помощью матрицы $\mathrm{M}_{Z^{*}}$. Поэтому получаем $y = \mathrm{M}_{Z^{*}}X\beta + \nu$, откуда $\tilde{\beta}_{\text{изм.}} = \left(X'\mathrm{M}_{Z^{*}}X\right)^{-1}X'\mathrm{M}_{Z^{*}}y$ с учётом идемпотентности матрицы $\mathrm{M}_{Z^{*}}$.

Понятно, что матрица A из (3) в этом случае это просто $\mathrm{M}_{Z^{*}}$, а искусственная регрессия принимает вид $y = X\beta + \mathrm{M}_{Z^{*}}X\delta + \text{ошибка}$. F-тест гипотезы $\hat{\delta} = 0$ этой регрессии численно эквивалентен тесту регрессии (8). Итак, одна и та же статистика используется при тестировании (2) как на основе сравнения оценивателей оНК и 2МНК с Z в качестве инструментов, так и на основе сравнения того же оНК-оценивателя с оНК-оценивателем регрессии (11), увеличенной введением регрессора Z^{*}. При этом для последнего случая проблема «эндогенности» отсутствует. Таким образом, доказательство утверждения завершено.

Возвратимся к модели (1). В работе [1] дано оценивание CB-модели методом обобщённых наименьших квадратов (ОНК), если на переменные наложены условия: $E\eta = 0$; $E\eta\eta' = \sigma_{\eta}^{2}\mathrm{I}_{nT}$; $E\alpha_i = 0$; $\mathrm{E}\alpha_i\alpha_j = 0,\ i \neq j$; $E\alpha_i^2 = \sigma_{\alpha}^{2}$; $E\alpha_i\eta_{it} = 0$, при этом E берётся условно относительно X. Тогда $\Sigma = E\varepsilon_i\varepsilon_i' = \sigma_{\eta}^{2}\mathrm{I}_T + \sigma_{\alpha}^{2}ii'$, где i – $T \times 1$-вектор из единиц. Для представления модели в виде pool-данных корреляционная матрица, $\Omega = E\varepsilon\varepsilon'$, будет иметь блочно-диагональный вид с $T \times T$-матрицами $E\varepsilon_i\varepsilon_i'$ на диагонали. Для ОНК-метода [8] требуется вычисление $\Omega^{-1/2}$, блочно-диагональный вид которой сводит это к вычислению $\Sigma^{-1/2}$:

$$\Sigma^{-1/2} = \frac{1}{\sigma_{\eta}}\left[\mathrm{I}_T - \left(\frac{1-\hat{\theta}}{T}\right)ii'\right],\ \text{где}\ \hat{\theta} = \left[\sigma_{\eta}^{2}\Big/\left(T\sigma_{\alpha}^{2} + \sigma_{\eta}^{2}\right)\right]^{-1}.$$

В работе [1] показан способ оценивания $\hat{\theta}$. Переменные, преобразованные с помощью $\Sigma^{-1/2}$, принимают вид $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_{i\cdot} + \hat{\theta}\,\bar{y}_{i\cdot}$, $\tilde{X}_{it} = X_{it} - \bar{X}_{i\cdot} + \hat{\theta}\,\bar{X}_{i\cdot}$, где $\bar{y}_{i\cdot}$ и $\bar{X}_{i\cdot}$ – индивидуальные средние величин y_{it} и X_{it} соответственно.

Учитывая всё это, для данного случая можно использовать подход Hausman-теста для обобщённого метода моментов [11]. Для оценивания ФВ-модели в работе [1] одним из описанных методов является метод отклонения от индивидуального среднего. Если его использовать, то искусственная регрессия будет иметь вид $\tilde{y} = \tilde{X}\beta + \tilde{\tilde{X}}\delta + \text{ошибка}$, где $\tilde{\tilde{X}}_{it} = X_{it} - \overline{X}_{i}$.

Таким образом, тестируемая гипотеза сводится к проверке того, имеет ли какой-то эффект на состоятельность СВ-оценивателя тот факт, что в ФВ-модели индивидуальные воздействия α_i опускаются.

Пользуясь описанным тестом, следует учитывать, что в прикладных работах нередко отмечается, что имеет место незначительное отличие между оценивателями. Это может быть следствием того, что наблюдается недостаточное расхождение в изменениях X, которое мешает получению более точного оценивания расхождения оценивателей. А это приводит к ложным выводам при тестировании. В таких случаях следует обращаться к иным методам тестирования.

Подход Chamberlain [12, 13]. Включает более широкий спектр действий и имеет много общего с моделью одновременных уравнений. Суть понимания подхода Chamberlain состоит в том, что простая ФВ-модель это на самом деле большой набор ограничений на более общую модель. Проще всего понять данный подход, если посмотреть на оценивание panel-данных как на оценивание множества уравнений, подобного моделям одновременных уравнений [8, 9].

Рассмотрим случай с одной бинарной независимой переменной, X_{it}, и двумя временными периодами: $t = 1, 2$. Важно осознать, что ФВ-модель действительно включает много ограничений. Возможны случаи, когда зависимость α_i и X_{it} подчинена каким-то субъективным особенностям внутри структуры процесса, описываемого моделью, которые эконометрист наблюдать не может. Это классический случай для коррелируемого фиксированного воздействия. В данном случае при использовании оНК-оценивания самым простым является использование конечных разностей [1, 9]: $\Delta y = \Delta X\beta + \Delta\varepsilon$ или $\Delta y = X_2\beta - X_1\beta + \Delta\varepsilon$. Понятно, что ФВ-модель навязывает ограничение, состоящее в том, что для моментов $t = 1, t = 2$ коэффициент β имеет одинаковые по величине, но противоположные по знаку значения.

Чтобы учесть описанные особенности, предлагается иначе формализовать модель, считая, что β изменяется во времени: $y_{it} = X_{it}\beta_t + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, а корреляцию фиксированного воздействия α_i с X_{it} представить более определённо в виде регрессии фиксированного воздействия на все предшествующие и последующие значения X: $\alpha_i = X_{i1}\lambda_1 + \ldots + X_{iT}\lambda_T + \eta_i$, где $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_T)'$ – вектор коэффициентов, η_i – некоррелируемое воздействие, более сходное с индивидуальным воздействием СВ-модели. Такую запись можно рассматривать как следствие того факта, что если фиксированное воздействие коррелирует с X в одном временном периоде, то, вероятно, что будет коррелировать и в других периодах. Для $T = 2$ модель примет вид

$$
\begin{aligned}
y_{i1} &= \beta_1 X_{i1} + \lambda_1 X_{i1} + \lambda_2 X_{i2} + \varepsilon_{i1} + \eta_i, \\
y_{i2} &= \beta_2 X_{i2} + \lambda_1 X_{i1} + \lambda_2 X_{i2} + \varepsilon_{i2} + \eta_i.
\end{aligned} \tag{12}
$$

Для оценивания модели можно использовать «приведенную форму», содержащую два уравнения, где каждое из y_{it} выражено через X_{i1} и X_{i2}:

$$
\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \end{bmatrix}, \tag{13}
$$

$\Pi -$ 2×2-матрица коэффициентов приведённой формы: $\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1^1 & \Pi_2^1 \\ \Pi_1^2 & \Pi_2^2 \end{bmatrix}$. Соответствующая исходная структурная модель имеет следующую матрицу коэффициентов: $\Gamma = \begin{bmatrix} \beta_1 + \lambda_1 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & \beta_2 + \lambda_2 \end{bmatrix}$. Эффективное оценивание предлагается получить используя подход минимального расстояния (minimum distance approach): выбрать Γ такой, чтобы минимизировать

$$
\mathrm{M} = vec\left(\hat{\Pi} - \Gamma\right)' \left[\mathrm{var}\left(vec(\hat{\Pi})\right)\right]^{-1} vec\left(\hat{\Pi} - \Gamma\right), \tag{14}
$$

где vec – оператор «векторизации» матрицы, определяемый следующим образом. Пусть $\mathrm{A} - n \times k$ -матрица, а a_i – её i -й столбец, тогда $vec(\mathrm{A}) = \left[a_1' a_2' \ldots a_k'\right]'$ – вектор-столбец длиной nk. В данном примере для получения оценивателя $\hat{\Pi}$ можно использовать оНК-метод к каждому из уравнений (13). В общем случае для этого потребуется применение ОНК-метода или обобщённого метода моментов (ОММ-метод).

Если же нельзя предположить, что η не коррелирует со всеми X , то находим первую разность уравнений (12) или применяем оНК-метод к единственному уравнению

$$
y_{i1} - y_{i2} = X_{i1}\beta_1^{\Phi B} - X_{i2}\beta_2^{\Phi B} + (\varepsilon_{i1} - \varepsilon_{i2}). \tag{15}
$$

В этом случае принимается во внимание то, что оценить (15) есть то же самое, что оценить каждое из уравнений (13) оНК-методом и вычислить первую разность: $\hat{\Pi}_1^1 - \hat{\Pi}_1^2 = \hat{\beta}_1^{\Phi B}$, $\hat{\Pi}_2^1 - \hat{\Pi}_2^2 = \hat{\beta}_2^{\Phi B}$.

Однако в общем случае это не будет справедливо. Взамен необходимо будет выполнить какое-то из преобразований (первые разности, отклонение от индивидуального среднего, отклонение от значения последнего периода и пр.). Отметим, что для приведённого примера число коэффициентов структурной и приведённой форм совпадает, поэтому модель есть точно идентифицированной. Когда число ограничений больше числа оцениваемых коэффициентов, то оцениватель β будет сверхидентифицированным. Для тестирования его сверхидентификации в качестве статистики теста можно использовать (14), если вместо матрицы Γ подставить её оцениватель $\hat{\Gamma}$. При нуль-гипотезе, что данные ограничения справедливы, эта статистика имеет χ^2-распределение с числом степеней свободы, равным разности между рангами матриц Π и Γ.

З.В. Некрилова, Г.О. Шулінок

ПРО ТЕСТУВАННЯ СПЕЦИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ PANEL-ДАНИХ

Описано Hausman-тест і його альтернативний метод виконання, а також вступ до підходу Chamberlain, коли оцінювання panel-даних розглядається як оцінювання множини рівнянь.

Z.V. Nekrylova, G.A. Shulinok

ABOUT SPECIFICATION TESTS OF THE PANEL DATE MODELS

The Hausman test and its alternative method are described. An introduction to Chamberlain's approach are reported. It is to view panel data estimation as estimation of a set of equations.

1. *Некрылова З.В., Шулинок Г.А.* Об особенностях моделей panel-данных // Теорія оптимальних рішень.– К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2010.– С. 85–92.
2. *Durbin J.* Errors in Variables // Reviev of Internation. Statist. Inst.– 1954.– **22**.– P. 23–32.
3. *Wu D.* Alternative Tests of Independence between Stochastic Regressors and Disturbances // Econometrica. – 1973. – **41**. – P. 733–750.
4. *Hausman J.* Specific. Tests in Econometr. // Econometrica. – 1978. – **46**. – P. 1251–1271.
5. *Davidson R., MacKinnon J.* Testing for Consistency Using Artificial Regressions // Econometric Theory. – 1989. – **5**. – P. 363–384.
6. *Ruud P.* Tests of Specific. in Econometr. // Econometric Rev. – 1984. – **3.** – P. 211–242.
7. *Davidson R., MacKinnon J.* Specification Tests Based on Artificial Regressions. // Journal of the American Statistical Assotiation. – 1990. –**85.** – P. 220–227.
8. *Джонстон Дж.* Эконометрические методы. – М.: Статистика, 1980. –444 с.
9. *Johnston J., DiNardo J.* Econometrica Methods. – New-York: The McGraw-Hill Companies. INC, 1997. – 531 p.
10. *Davidson R., MacKinnon J.* Estimation and Inference in Econometrics. – Oxford University Press, 1993. – 520 p.
11. *Newey W.* Generalized Method of Moments Specification Testing // Journal of Econometrics.– 1985. – **29.** – P. 229–256.
12. *Chamberlain G.* Multivar. Regress. Models for Panel Data // Ibid.– 1982. – **18.** – P. 5–46.
13. *Chamberlain G.* Panel Data. Handbook of Econometr. eds: Z. Grilliches, M. Intriligator. – North–Holland, 1984. – **2.** – P. 1247–1318.

Получено 11.03.2011