

# ТЕОРІЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

*Розглядається задача знаходження оптимального завантаження енергосистеми з відключенням енергоблоків та врахуванням «екологічних» обмежень. Наведені математична модель задачі, її реалізація на мові моделювання AMPL та результати тестування на сервері NEOS програмою Gurobi.*

© О.П. Лиховид, О.В. Фесюк,  
А.В. Івлічев, 2013

УДК 519.8

О.П. ЛИХОВИД, О.В. ФЕСЮК, А.В. ІВЛІЧЕВ

## ОПТИМАЛЬНЕ ЗАВАНТАЖЕННЯ ЕНЕРГОСИСТЕМИ З ВІДКЛЮЧЕННЯМ ЕНЕРГОБЛОКІВ

**Вступ.** Електроенергетичні об'єкти мають значний вплив на довкілля, тому екологічний фактор є одним із важливих на сьогоднішній час. Характерними рисами такого впливу є постійна та всезростаюча інтенсивність, багатоплановість (одночасний вплив на різні компоненти довкілля: атмосферу, гідросферу, літосферу, біосферу), різноманітність (відчуження територій, порушення природних ландшафтів, хімічне та радіоактивне забруднення, теплові, радіаційні, акустичні та інші фізичні впливи) та масштабність (прояв не лише в локальному та регіональному, а й у глобальному масштабі) [1].

Передбачене енергетичною стратегією України на період до 2030 року приєднання Об'єднаної енергетичної системи (ОЕС) України до системи UCTE (Union for the Coordination of Transmission of Electricity) потребує вирішення низки проблем в енергетиці країни. Одна з них – забезпечення рівнів викидів забруднюючих речовин в атмосферу тепловими електростанціями України на органічному паливі відповідно до вимог Європейського Союзу. Інша – забезпечення відповідності стандартів енергозабезпечення й якості електроенергії до діючих в Європі, які суттєво перевищують українські, і визначаються рівнем розвитку високотехнологічних процесів. Так, допустимі відхилення частоти в Європейській енергосистемі становлять  $\pm 0,02$  Гц, а у відповідності з українськими стандартами  $\pm 0,2$  Гц ДСТУ 13109-97 [2, 3].

**Математична модель задачі.** Розглянемо задачу знаходження «екологічно» оптимального завантаження енергоблоків на плановий період, яка описується наступною моделлю лінійного булевого програмування:

$$f_{opt} = \min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T c_i x_{it} \quad (1)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T a_{ik} x_{it} \leq A_k, k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} = E_t, t = 1, \dots, T, \quad (3)$$

$$O_i^{low} \leq \sum_{t=1}^T y_{it} \leq O_i^{up}, i = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$p_i^{low} y_{it} \leq x_{it} \leq p_i^{up} y_{it}, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T, \quad (5)$$

$$y_{it} = 0 \vee 1, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (6)$$

Задача (1)–(6) отримана шляхом доповнення задачі лінійного булевого програмування [4] обмеженнями (2) для врахування екологічних факторів [5].

Цільова функція (1) задає сумарні витрати умовного палива на вироблення електроенергії, де  $N$  – кількість паралельно працюючих енергоблоків,  $T$  – тривалість планового періоду,  $c_i$  – витрати умовного палива на вироблення одиниці електричного навантаження,  $x_{it}$  – невідоме електричне навантаження  $i$ -го енергоблоку в інтервалі  $t$  планового періоду. Обмеження (2) означають виконання вимог на «екологічність» енергосистеми, де  $a_{ik}$  – рівень забрудненості навколишнього середовища  $k$  фактором на вироблення одиниці електричного навантаження,  $A_k$  – параметр що характеризує максимально допустимий рівень забруднення навколишнього середовища енергосистемою за плановий період,  $k = 1, \dots, K$ . Обмеження (3) гарантують виконання плану по генерації електричної енергії у кожному інтервалі планового періоду, де  $E_t$  – планове електричне навантаження енергосистеми, обмеження (4) задає вимоги на кількість годин роботи енергоблоків. Тобто, кожен енергоблок  $i$  повинен працювати не менше, ніж  $O_i^{low}$  і не більше, ніж  $O_i^{up}$  годин за весь плановий період. Булева змінна  $y_{it}$  дорівнює нулю, якщо енергоблок  $i$  вимкнута в інтервалі  $t$ , і дорівнює одиниці в протилежному випадку. Обмеження (5) означають, що для кожного  $i$ -го енергоблоку та кожного інтервалу  $t$  його електричне навантаження  $x_{it}$  вибирається із діапазону  $[p_i^{low}, p_i^{up}]$  електричних навантажень, де  $p_i^{low}$  і  $p_i^{up}$  – нижня та верхня границі його електричного навантаження. Тут під електричним

навантаженням розуміється кількість електричної енергії, яку енергоблок може подавати в енергосистему. Реальна потужність енергоблоку включає ще електричну енергію, витрачену на власні потреби енергоблоку, що покриває втрати в мережі, та ін. [4, 5].

**Методи розв’язання та реалізація на мові моделювання AMPL.** Задача (1)–(6) є задачею лінійного булевого програмування. Для її розв’язання можна застосувати стандартне програмне забезпечення сервера NEOS [6], яке дозволяє розв’язувати задачі змішаного цілочисельного програмування в online-режимі. Для цього достатньо модель (1)–(6) описати на мові моделювання AMPL та використати одну з наданих NEOS-сервером програм: Cbc, feaspump, Glpk, Gurobi, MINTO, MOSEK, qsopt\_ex, scip, SYMPHONY, XpressMP.

Модель (1)–(6) реалізована на мові моделювання AMPL. Її AMPL-код має наступний вигляд:

```

param N > 0; #number of power units
param T > 0; #number of time intervals
param c{i in 1..N} >= 0; #costs of producing power by units
param E{1..T} > 0; # total demand at time intervals
param K > 0; #number of environmental factors
param A{k in 1..K}; #maximal levels for environmental factors
#coefficients for environmental factors
param a{i in 1..N,k in 1..K};
param p_low{i in 1..N}; #minimum power output limits
param p_up{i in 1..N}; #maximum power output limits
param o_low{i in 1..N}; #minimum up-time
param o_up{i in 1..N}; #maximum up-time
#amount of power produced by unit i at time t
var x{i in 1..N,t in 1..T};
#control variable of unit i at time t (on/off)
var y {i in 1..N,t in 1..T} binary;
minimize Cost: #cost of total power generation
    sum {i in 1..N,t in 1..T} c[i] * x[i,t] ;
subject to ecology {k in 1..K}: #environmental constraints
    sum {i in 1..N, t in 1..T} a[i,k] * x[i,t] <= A[k];
subject to Demand {t in 1..T}: #power demand constraints
    sum {i in 1..N} x[i,t] = E[t];
subject to Power1 {i in 1..N,t in 1..T}:
#constraints of minimum power output limits
    x[i,t] - y[i,t]*p_low[i] >= 0;
subject to Power2 {i in 1..N,t in 1..T}:
#constraints of maximum power output limits
    x[i,t] - p_up[i]*y[i,t] <= 0 ;
subject to Time {i in 1..N}:
#minimum and maximum up-time constraints
    o_low[i] <= sum {t in 1..T} y[i,t] <= o_up[i];

```

Цей AMPL-код, доповнений даними, використовується в розробленому інтерфейсі користувача.

**Програмна реалізація інтерфейсу користувача.** Інтерфейс користувача реалізовано на базі системи керування контентом Joomla з використанням мови програмування PHP, JavaScript, фреймворку MooTools та системи керування реляційними базами даними MySQL. За допомогою розробленого компоненту для даної системи користувач має можливість додавати інформацію про енергоблоки ОЕС України в базу даних, формувати AMPL модель задачі зі вхідними даними на основі існуючих даних, відправляти її на розв'язання до NEOS-сервера та отримувати результат.

Об'єднана енергосистема України містить не більше 125 енергоблоків ТЕС та ТЕЦ [7]. На даний час у базу даних занесена інформація про 105 енергоблоків ТЕС та ТЕЦ, а також реальний графік споживання електроенергії ОЕС України за 14.03.2013, який показано на рисунку.

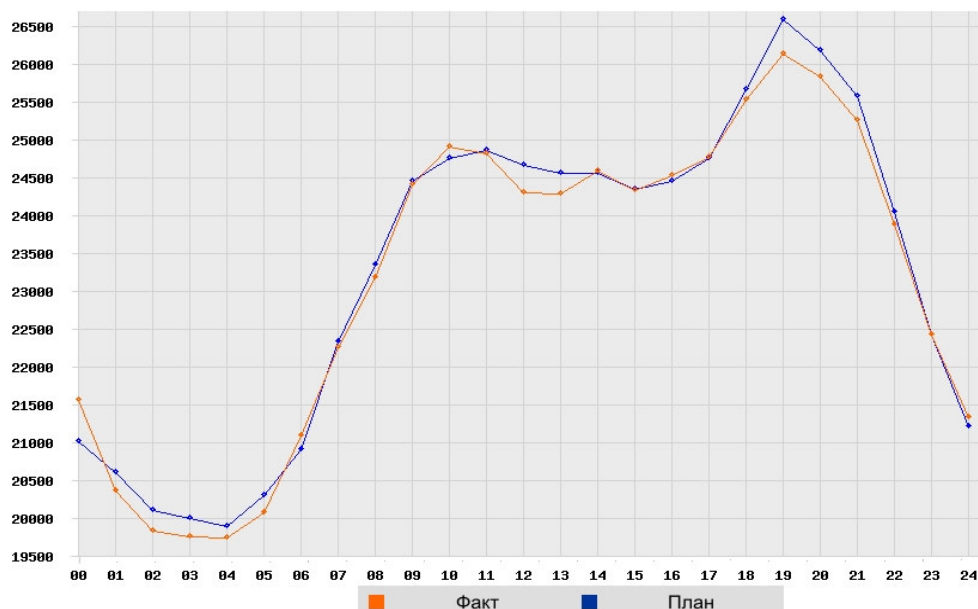


РИСУНОК. Приклад добового споживання ОЕС України

На основі математичної моделі (1)–(6) і внесених даних у систему генерується AMPL-код у вигляді моделі зі вхідними даними, який далі відправляється на розв'язання до NEOS-сервера та отримується результат з нього. Для тестування обрано 95 реально працюючих на даний час енергоблоків та 24 часові інтервали, які відповідають добовому споживанню електроенергії ОЕС України. Значення параметра планового електричного навантаження енергосистеми відповідає реальному добовому графіку. Кількість екологічних факторів дорівнювала 2. Обчислювальні експерименти показали, що для всіх тестових прикладів програма Gurobi знайшла оптимальний розв'язок, при цьому час розв'язання дорівнював декільком секундам.

**Аналіз оптимальних розв’язків.** Такий аналіз можна проводити, якщо задача (1)–(6) має багато оптимальних розв’язків. Це буде мати місце, якщо є хоча би два енергоблоки з однаковими  $c_i$ . Знайдемо один із оптимальних розв’язків задачі лінійного булевого програмування за допомогою NEOS-сервера для моделі (1) – (6). В результаті отримаємо оптимальне значення цільової функції  $f_{opt}$  та оптимальні значення змінних  $x_{it}^*$  та  $y_{it}^*$ . Далі, відсіємо ті змінні  $x_{it}$ , які дорівнюють нулю, а для тих змінних  $x_{it}$ , що залишилися, запишемо обмеження у такому вигляді:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T c_i x_{it} = z_1, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T a_{ik} x_{it} = z_{k+1}, k = 1, \dots, K, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} = E_t, t = 1, \dots, T, \quad (9)$$

$$0 \leq z_1 \leq f_{opt}, \quad 0 \leq z_{k+1} \leq A_k, k = 1, \dots, K, \quad (10)$$

$$p_i^{low} \leq x_{it} \leq p_i^{low}, i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

Обмеження (7)–(11) є системою лінійних рівнянь при двосторонніх обмеженнях на невідомі змінні. Для її аналізу можна використати метод [8] для знаходження розв’язку системи (7)–(11), який по евклідовій нормі мінімально відрізняється від «заданої» точки. Йому відповідає задача квадратичного програмування, яка розв’язується за допомогою  $r$ -алгоритму Шора – Журбенко з адаптивним регулюванням кроку і постійним коефіцієнтом розтягу простору  $\alpha > 1$ . Керуючи «заданими» точками для системи (7)–(11) можна знаходити той чи інший оптимальний розв’язок задачі (1)–(6) за змінними  $x_{it}^*$ .

**Висновок.** З результатів обчислювальних експериментів можна зробити висновок, що для практичного розв’язання задач (1)–(6) оптимального добового завантаження енергосистеми з числом блоків порядку декількох сотень можна використовувати стандартні програми для розв’язання змішаних задач цілочисельного програмування, розміщені, наприклад, на NEOS-сервері. Надалі планується реалізувати автоматичний аналіз отриманих з NEOS-сервера даних, зокрема, план завантаження енергоблоків, формування вхідних даних для автоматичного аналізу, отриманого оптимального розв’язку, формування звітів і графіків на основі проведених дій та отриманих результатів.

*А.П. Лиховид, А.В. Фесюк, А.В. Івличев*

#### ОПТИМАЛЬНАЯ ЗАГРУЗКА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ С ОТКЛЮЧЕНИЕМ ЭНЕРГОБЛОКОВ

Рассматривается задача нахождения оптимальной загрузки энергосистемы с отключением энергоблоков и с учетом «экологических» ограничений. Приведены математическая модель задачи, ее реализация на языке моделирования AMPL и результаты тестирования на сервере NEOS программой Gurobi.

*О.Р. Lykhovyd, A.V. Fesyuk, A.V. Ivlichev*

#### OPTIMAL LOAD OF POWER SYSTEM WITH UNITS DISABLING

The problem of finding optimal load of power system with units disabling and with account of «environmental» constraints is considered. A mathematical model of the problem, the implementation in AMPL modeling language and test results on NEOS server by Gurobi program are given.

1. *Нечаева Т.П., Шульженко С.В., Сас Д.П. та ін.* Фактори екологічного впливу електроенергетичних об'єктів на довкілля // Проблеми загальної енергетики. – 2008. – № 18. – С. 54–60.
2. *Костоковський Б.А., Радченко О.Л., Шульженко С.В. та ін.* Проблема зниження викидів забруднювачів в атмосферу в тепловій енергетиці України в контексті інтеграції ОЕС України в UCSTE // Там само. – 2007. – № 15. – С. 26–31.
3. *Ковецкий В.М., Ковецкая М.М.* Оценка маневренных возможностей электрогенерирующих установок для обеспечения качества электроэнергии // Там само. – 2007. – № 16. – С. 47–53.
4. *Лиховид А.П., Ляшко В.И., Стецюк П.И.* Задача линейного программирования с булевыми переменными для оптимальной суточной загрузки энергосистемы // Праці VI Міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород; УжНУ, 2012. – С. 129–130.
5. *Стецюк П.И., Лиховид А.П., Пилиповський А.В.* Задачи оптимизации для выбора электрических нагрузок в энергосистеме // Теорія оптимальних рішень. – 2009. – № 8. – С. 136–141.
6. *Web-site of NEOS Server* [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.neos-server.org/neos/>.
7. *Web-сайт ДП «Енергоринок»* [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://er.gov.ua>.
8. *Стецюк П.И.* О решении системы линейных уравнений с двусторонними ограничениями на переменные // Алгебра и линейная оптимизация. Тезисы Международной конференции, посвященной 100-летию С.Н. Черникова. Екатеринбург, 14–19 мая 2012 года. – Изд-во «УМЦ-УПИ», Екатеринбург, 2012. – С. 155–157.

Одержано 01.04.2013