УДК 519.8

В.В. СЕМЕНОВ, Д.О. ЧАЙКА

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ ВИБІР ЗАХОДІВ ЕНЕРГОЗАОЩАДЖЕННЯ В РЕГІОНАЛЬНИХ ПРОГРАМАХ

Розроблено багатокритеріальну модель для розв'язання задачі вибору заходів регіональної програми з урахуванням можливих обмежень у вигляді векторної задачі оптимізації з булевими змінними. Запропоновано і обґрунтовано метод локального пошуку Парето-оптимальних розв'язків для її розв'язання.

Вступ. Сучасний технічний стан більшості об'єктів комунальної теплоенергетики, недосконаліість системи управління призводять до значних перевитрат палива при генеруванні, транспортуванні та використанні теплової енергії. Питомі втрати палива на вироблення теплової енергії є надто високими і складають 165–170 кг умовного палива (у. п.) на 1 Гкал теплоти, водночас у розвинених країнах вони складають 145–150 кг у. п. [1]. Крім того, основні обсяги шкід-ливих та парникових викидів припадають саме на комунальну та промислову енергетику. Тому саме в цій сфері зосереджено один із найбільших в економіці країни потенціалів енергозбереження. Протягом останнього десятиріччя відбулося стрімке зростання цін на природний газ. Оскільки Україна належить до країн з дефіцитом власних природних вуглеводневих ресурсів, переважна частина цього палива імпортується, що призводить до посилення енергетичної залежності держави. При цьому постає питання щодо зменшення використання в системах теплопостачання саме природного газу, який імпортується в Україну. Дану роботу присвячено створенню підходів до вибору заходів з регіональних програм для встановлення найефективніших за певними крите-ріями заходів. Розроблено багатокритері-альну модель дискретної оптимізації, що описує дану задачу з урахуванням можливих обмежень, та запропоновано метод локального пошуку для її розв'язання.

Однією з важливих задач прийняття рішень при формуванні регіональних програм модернізації комунальної теплоенергетики України [1, 2] є встановлення набору заходів, впровадження яких дасть максимальний ефект за визначеними критеріями.

На відміну від моделі, описаної в [3], в даній роботі вважається, що кожний захід програми або повністю впроваджується, або не обирається до реалізації.

Отже задачу вибору заходів у регіональних програмах модернізації комунальної теплоенергетики формалізуємо у вигляді багатокритеріальної задачі з булевими змінними наступним чином.

Нехай n – кількість заходів, рекомендованих до впровадження в даному регіоні, $x_j = 1$, якщо j-ий захід реалізується і $x_j = 0$ – у протилежному випадку, $j \in N_n = \{1,...,n\}$, $x = (x_1,...,x_n) \in B^n \subset Z^n$. B^n – множина всіх булевих векторів простору Z^n. Сформуємо векторний критерій $F = (f_1(x),...f_\ell(x))$. Критерій $f_1(x)$ максимізує зниження витрат природного газу, що досягається внаслідок впровадження заходів регіональної програми, $f_1(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^1 x_j \to \max$, тут c_j^1 – обсяг скорочення витрат природного газу завдяки виконанню заходу j. Критерій $f_2(x)$ максимізує зниження викидів карбону в атмосферу, що досягається внаслідок виконання заходів програми, $f_2(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^2 x_j \to \max$, де c_j^2 – обсяг зниження викидів карбону для заходу j. Критерій $f_3(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^3 x_j \to \max$ максимізує надійність системи теплопостачання за рахунок виконання заходів регіональної програми, тобто максимізує сумарну величину зменшення ризику відмови елементів системи при виконанні цих заходів. Тут c_j^3 – величина зменшення ризику відмови елемента системи теплопостачання при запровадженні заходу j. Маємо наступну множину обмежень:

а) на наявні фінансові ресурси, виділені для виконання регіональної програми $\sum_{j=1}^{n} a_j^1 x_j \le b_1$;

б) на термін окупності заходів $\max\limits_{j \in \{1,...,n\}} a_j^2 x_j \le b_2$;

в) $x_j \in \{0,1\}$, $j \in N_n$. Тут a_j^1 – витрати, необхідні для впровадження заходу j; b_1 – фінансові ресурси, виділені на реалізацію заходів; a_j^2 – термін окупності заходу j; b_2 – бажаний термін окупності заходів.

Парето-оптимальні розв'язки описаної багатокритеріальної задачі визначають заходи регіональної програми, які слід виконати для максимального скорочення використання природного газу, зниження викидів шкідливих речовин в атмосферу і покращення надійності системи теплопостачання з урахуванням обмежень на обсяг фінансування і термін окупності. Використання побудованої багатокритеріальної дискретної математичної моделі підвищує ефективність прийняття рішень при реалізації регіональних програм модернізації комунальної теплоенергетики.

Виділення множини точок, оптимальних за Парето, з усієї множини допустимих точок є досить складною, але важливою проблемою [4] . Розроблена аксіоматика векторної оптимізації і побудовані на її основі алгоритми розв'язання векторних задач дозволяють досліджувати всю структуру множини Парето оскільки тільки в цілому множина точок, оптимальних за Парето, дає уявлення про суть задачі. Для отримання наближених розв'язків однокритеріальних дискретних оптимізаційних задач широко використовується процедура локально-оптимального пошуку [4 – 6]. Вона полягає у тому, що початкова задача мінімізації функціоналу на допустимій дискретній множині замінюється послідовністю більш простих задач, в яких здійснюється пошук мінімуму того ж функціоналу на невеликих підмножинах-околах точок цієї множини. На кожному кроці алгоритму шукається мінімум функціоналу в околі точки, знайденої на попередньому кроці. Побудовувана таким чином послідовність збігається до точки локального мінімуму функціоналу. Розвинемо цей підхід для розв'язання багатокритеріальних задач дискретної оптимізації.

Метод локального пошуку полягає у знаходженні локального оптимуму векторної цільової функції. Він здійснює покращення отриманого розв'язку шляхом пошуку серед елементів допустимої множини, що належать його околу. Цей процес повторюється багаторазово, і серед знайдених локальних оптимумів вибирається найкращий з точки зору векторного критерію. Він і приймається за наближений розв'язок задачі.

Розглянемо наближений метод локальної оптимізації, розроблений І.В. Сергієнком [5, 6] для розв'язання різних класів дискретних задач, у тому числі для повністю та частково цілочислових, і розвинемо його для розв'язання багато-критеріальних задач дискретної оптимізації та багатокритеріальних задач з булевими змінними.

Позначимо M – метричний простір з метрикою $\rho(x, y)$, яка визначається для двох точок x та y з M. Нехай r – деяке додатне число.

Множина точок $y \in M$, для яких $\rho(x, y) \le r$ називається околом з центром у точці x і радіусом r. Позначимо окіл $O_M(x, r)$.

Розглянемо задачу

$Z(F, X): \min\{F(x) \mid x \in X\}, F(x) = (f_1(x), \dots, f_\ell(x))$, де X – дискретна множина, $X \subset R^n$.

Точка $x \in X$ називається точкою локального мінімуму векторної функції $F(x)$ щодо околу $O_M(x, r)$ радіуса r, якщо цей окіл не порожній і для $x \in O_M(x, r) \bigcap X$ виконується умова $\exists\, y \in O_M(x, r) \bigcap X : F(y) \le F(x)$, $F(y) \ne F(x)$.

Векторна функція $\Delta_f^r(x)$, задана $\forall\, x \in X$ та околу $O_M(x, r)$, називається вектором спаду [5] функції f щодо околу радіуса r, якщо виконуються умови: 1) $\Delta_f^r(x) = (\Delta_1(x), ..., \Delta_h(x)), h \le |O_M(x,r)|$, де $|O_M(x,r)|$– потужність множини $O_M(x,r)$; 2) x є точкою локального мінімуму функції f тоді і тільки тоді, коли $\Delta_j(x) \ge 0 \;\; \forall j = \{1,...,h\}$; 3) якщо $x \in X$ не є точкою локального мінімуму функції f в околі $O_M(x, r)$, то за допомогою вектора спаду можна визначити $x' \in O_M(x, r)$ таку, що $f(x') < f(x)$.

Побудуємо матрицю $\Delta_F^r(x)$ векторів спаду $\Delta_{f_i}^r(x), i \in N_\ell$, яка міститиме напрямки зменшення значень функцій $f_i, i \in N_\ell$, для будь-якої точки $x \in X$ в околі $O_X(x, r)$.

Запропонований алгоритм складається з таких кроків.

1. Вибираємо $x^0 \in X$ і задаємо значення радіуса $r > 0$.

2. Задаємо послідовність величин радіусів, яка задовольняє умові $0 < r_1 < r_2 < ... < r_m = r,\; m \ge 1$. Нехай номер ітерації $k = 0,\; i = 0$.

3. $k = k + 1$.

4. $i = i + 1$.

5. Розглянемо окіл $O_X(x^k, r_i)$. Якщо він вироджений (порожній), то при $i = m$ необхідно збільшити радіус r або вибрати інше початкове наближення $x^0 \in X$. При $i < m$ переходимо до п. 4. Якщо окіл $O_X(x^k, r_i)$ не вироджений, то переходимо до наступного пункту алгоритму.

6. За значеннями компонентів матриці векторів спаду $\Delta_F^{r_i}(x^k)$ перевіряємо умову локального мінімуму функції $F(x)$ щодо околу радіуса r_i точки x^k. Якщо так, то при $i < m$ повернутися до п. 4, а при $i = m$ – до п. 8.
У протилежному випадку перейти до п. 7.

7. За значенням компонентів матриці векторів спаду $\Delta_F^{r_i}(x^k)$ знаходимо в околі $O_M(x^k, r_i)$ точку x^{k+1}, для якої $F(x^{k+1}) \le F(x^k), F(x^{k+1}) \ne F(x^k)$.

Повертаємось до п. 3.

8. Робота алгоритму закінчується, x^k є точкою локального мінімуму векторної функції $F(x)$ щодо околу радіуса r.

Справедлива теорема стосовно умов збіжності алгоритму.

Теорема 1. Якщо векторна функція $F(x)$, визначена на дискретній множині X, задовольняє умови:

1) $\forall i \in N_\ell$ функції $f_i(x)$ обмежені знизу на M, тобто $f_i(x) \geq c_i$, де $c_i = \text{const}$ для всіх $x \in M$;

2) $\left| f_i(x') - f_i(x'') \right| \geq \delta_i$, де $\delta_i = \text{const}\ \forall i \in N_\ell$, $\forall$ x' та x'': $f_i(x') \neq f_i(x'')$;

то при будь-якому початковому наближенні $x^0 \in X$, значенні радіуса $r > 0$ і послідовності $\{r_1, ..., r_m\}$ описаний алгоритм збігається до локального мінімуму векторної функції $F(x)$ за скінчене число кроків $\alpha \leq (h - c)/\delta$, де $h = \min\{ f_i(x_0) \,|\, i \in N_\ell \}, c = \min\{c_i \,|\, i \in N_\ell\}$, $\delta = \min\{\delta_i \,|\, i \in N_\ell\}$.

Доведення теореми випливає з того, що для послідовності $\left\{x^0, x^1, ..., x^k\right\}$ справедливі нерівності $F(x^0) \geq F(x^1) \geq ... \geq F(x^k)$, $F(x^0) \neq F(x^1) \neq ... \neq F(x^k)$ для яких $h - c \geq \alpha\delta$, де α – кількість кроків алгоритму. Отже, $\alpha \leq (h - c)/\delta$.

Розглянемо застосування описаного алгоритму для багатокритеріальних лінійних задач з булевими змінними:

$$Z(C, X): \min\{Cx \,|\, x \in X\}, Cx = \left(\langle c_1, x\rangle, ..., \langle c_\ell, x\rangle\right), \text{ де } X \subseteq \left\{x = (x_1, ..., x_n) \in B^n\right\},$$
$$x_j = \{0, 1\},\ j \in N_n.$$

Дискретною множиною у даному випадку є підмножина $B^n \subset Z^n$. Відстань між довільними розв'язками $x = (x_1, ..., x_n) \in B^n$ та $y = (y_1, ..., y_n) \in B^n$ визначається за формулою $\rho(x, y) = \sum_{j=1}^{n} \left| x_j - y_j \right|$. Для розв'язання задачі $Z(C, X)$ за методом вектора спаду розглянемо окіл $O_X\left(x^k, r_i\right)$. Координату y_j^l точки y^l цього околу визначимо через відповідну координату її центра x^k:

$$y_j^l = \begin{cases} 1 - x_j^k & \text{при } j \in J; \\ x_j^k & \text{при } j \in \{1, 2, ..., n\} \setminus J, \end{cases} \quad \text{де } J \subset \{1, ..., n\} \text{ і } |J| \leq r.$$

Компоненти матриці векторів спаду обчислюються за формулою

$$\Delta_i\left(x, y^s\right) = \sum_{j \in J_0} c_j^i - \sum_{j \in J \setminus J_0} c_j^i, \text{ де } i \in N_\ell,\ J_0 = \left\{j \in N_n \,|\, x_j^k = 0\right\},\ J_0 \subseteq J.$$

Згідно теореми 1 про збіжність запропонованого алгоритму для багатокритеріальної задачі з булевими змінними $Z(C, X)$ її локальний Парето-оптимальний розв'язок можна отримати за скінченне число кроків.

Висновки. Багатокритеріальні моделі дискретної оптимізації мають певні математичні властивості, дослідження яких дає потужні засоби для аналізу та оптимізації реально функціонуючих процесів і систем. Розроблено багатокритеріальну модель для розв'язання задачі вибору заходів регіональної програми з урахуванням можливих обмежень у вигляді векторної задачі оптимізації з булевими змінними. Для її розв'язання запропоновано і обґрунтовано метод локального пошуку Парето-оптимальних розв'язків. Використання побудованої багатокритеріальної математичної моделі підвищує ефективність прийняття рішень при реалізації регіональних програм модернізації комунальної теплоенергетики.

В.В. Семенов, Д.А. Чайка

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР МЕРОПРИЯТИЙ ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ
В РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОГРАММАХ

Разработана многокритериальная модель для решения задачи выбора мероприятий региональной программы с учетом возможных ограничений в виде векторной задачи оптимизации с булевыми переменными. Для ее решения предложен и обоснован метод локального поиска Парето-оптимальных решений.

V.V. Semenov, D.O. Chayka

MULTICRITERION CHOICE OF MEASURES FOR ECONOMY OF ENERGY
IN REGIONAL PROGRAMS

A multicriterion model is developed for the decision of problem of choice of measures of the regional program taking into account possible limitations as a vector problem of optimization with Boole variables. Offered and grounded method of local search of Pareto-optimum solutions for its decision.

1. *Патон Б.Є., Долінський А.А., Геєць В.М. та ін.* Пріоритети Національної стратегії теплозабезпечення населених пунктів України // Вісник НАН України. – 2014. – № 9. – С. 29 – 47.
2. *Комунальна* теплоенергетика України: Стан. Проблеми. Шляхи модернізації. Колективна монографія у 2-х томах під ред. акад. А.А. Долінського // Т. 1, ТОВ «Контур-Т», К.; 2007. – С. 1 – 392.
3. *Доленко Г.О., Чайка Д.О.* Багатокритеріальна модель вибору заходів в регіональних програмах модернізації комунальної теплоенергетики // XXIII Intern. Conference "Problems of decision making under uncertainties". Abstracts. – К.; 2014. – С. 97 – 98.
4. *Семенова Н.В., Колєчкіна Л.М.* Векторні задачі дискретної оптимізації на комбінаторних множинах: методи дослідження та розв'язання. – К.: Наук. думка, 2009. – 266 с.
5. *Сергиенко И.В.* Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – Киев: Наук. думка, 1988. – 471 с.
6. *Сергиенко И.В., Шило В.П.* Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. – Киев: Наук. думка, 2003. – 264 с.

Одержано 05.03.2015