УДК 519.21

О.С. САМОСЬОНОК, Г.Д. БІЛА, О.П. КНОПОВ

ЗАСТОСУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ МАРКОВСЬКИХ ПОЛІВ ДЛЯ ПОШУКУ ПРИЧИНИ МЕРЕЖЕВОГО ЗБОЮ

Розглянуто модель комунікаційної мережі на основі марковських полів і задача ідентифікації прихованих поломок мережі на основі байєсівського принципу розпізнавання. Запропоновано рекурсивний алгоритм ідентифікації прихованих першопричин неполадок комунікаційної мережі при наявності повідомлень про збій, які зареєстровані в сусідніх вузлах топологічного графа мережі.

Вступ. Сучасний етап розвитку суспільства характеризується суттєвим збільшенням обсягу та цінності інформації, що передається інформаційно-комунікаційними мережами зв'язку, відповідно, навіть незначний мережевий збій може призвести до втрати важливої інформації та появи недовіри користувачів. Методи діагностики несправності комунікаційних мереж [1] залежать від повідомлень про збій, рівня мережевої взаємодії та степеня критичності несправності, а побудова швидких та ефективних механізмів для виявлення поломок системи є однією з важливих областей застосування математичних алгоритмів. Саме тому в статті розглянуто задачу забезпечення якості функціонування системи, зокрема – задачу виявлення несправностей комунікаційної мережі та ідентифікації їх прихованих причин при наявності зареєстрованих повідомлень про збій, що є актуальною проблемою сучасності.

Розглянемо комунікаційну мережу, яка представлена у вигляді неорієнтованого графа $G = \{V, E\}$ із скінченною кількістю вершин V і дуг E. Множину індексів вершин S будемо вважати двохвимірною $S = \{i, j\}$, $i, j \in \square$ і, таким чином, вершинами графа $t_s = t_{s_{ij}} \in V$ будемо вважати точки трьохвимірної цілочислової решітки, де за індексом i можна ідентифікувати «географічне» розташування вузла, а за j індексом рівень мережевої взаємодії (логічний чи фізичний у найпростішому випадку). У кожній компоненті мережі X_s реєструються повідомлення про неполадки x_k, тобто розглядається багатовимірна випадкова величина $X = \left\{ X_1 = x_1, ..., X_{|V|} = x_{|V|} \right\}$, де $x_k \in A$, A – скінченна множина можливих неполадок. Будемо вважати, що всі X_s дискретні та визначені на одному ймовірнісному просторі. Поточну ситуацію працездатності мережі характеризує конкретна реалізація $x = \left\{ x_1, ..., x_{|V|} \right\}$ випадкової величини X.

Припустимо, що в деякий момент часу в результаті деякої невідомої події $y = \left\{ y_1, ..., y_{|V|} \right\}$ отримано повідомлення про збій і здійснена їх топологічна прив'язка до елементів мережі, кожна компонента $y_s \in Y$ приймає значення із скінченної множини можливих причин збою Y. У загальному випадку для розв'язку задачі ідентифікації неполадки y^* достатньо оцінити функцію апостеріорних ймовірностей

$$y^* = \arg\max_{y \in Y^{|V|}} p(y \mid x) .$$

Отже, при наявності розподілу апріорних ймовірностей $P(y)$ й умовного розподілу $P(x|y)$, який характеризує зв'язок між повідомленнями, що спостерігаються, і причиною неполадки, розв'язок задачі може бути знайдений з міркувань байєсовського правила в цілому

$$y^* = \arg\max_{y \in Y^{|V|}} \frac{p(y)\, p(x \mid y)}{p(x)} = \arg\max_{y \in Y^{|V|}} p(y)\, p(x \mid y) ,$$

і для кожного об'єкта, зокрема

$$y_i^* = \arg\max_{y_i \in Y} p\left(y_i \mid X = x \right).$$

Тепер сформулюємо деякі припущення щодо структури ймовірнісної моделі, що розглядається.

Припущення 1. Будемо вважати, що поле $x = \left\{ x_1, ..., x_{|V|} \right\}$ складається з випадкових величин, умовно незалежних відносно прихованого поля першопричин Y, тобто $p\left(x_i \mid y \right) = p\left(x_i \mid y_i \right)$. У цьому випадку ймовірнісні властивості поля X, що спостерігається визначаються спільним умовним розподілом

$$p(x \mid y) = \prod_{j=1}^{|V|} p(X_j = x_j \mid y_j).$$

Іншими словами, повідомлення x_i, що отримане з вузла $i \in V$, залежить лише від стану цього конкретного вузла y_i і не залежить від повідомлень з інших об'єктів мережі.

Підмножину вершин графа $\Delta = \left\{ \Delta(s) : s \in S \right\}$ назвемо околом вершини s, якщо $s \notin \Delta s$ і для будь-якої вершини t $s \in \Delta t$ тоді і тільки тоді, коли $t \in \Delta s$. Позначимо $\overline{s}$ множину «горизонтальних» сусідів вершини s, тобто

$\bar{s} = \bar{s}_{ij} = \left\{ s_{kj}, s_{kj} \in \Delta s \right\}$. Розглядаючи деяку фіксовану вершину *t*, розіб'ємо її окіл на три підмножини: горизонтальних сусідів $\bar{t}$, сусідів нижчого рівня $\bar{\partial} t$ ($\bar{\partial} t = \bar{\partial} t_{ij} = \left\{ s_{kl}, s_{kl} \in \Delta t, l < j \right\}$) і, відповідно, сусідів вищого рівня $\bar{\bar{\partial}} t$. У такому випадку ∂t будемо розуміти лише сусідні до *t* елементи, що знаходяться на тому ж або нижчих рівнях (без врахування вищих), тобто $\bar{\partial} t \bigcup \bar{t} = \partial t$ (рисунок).

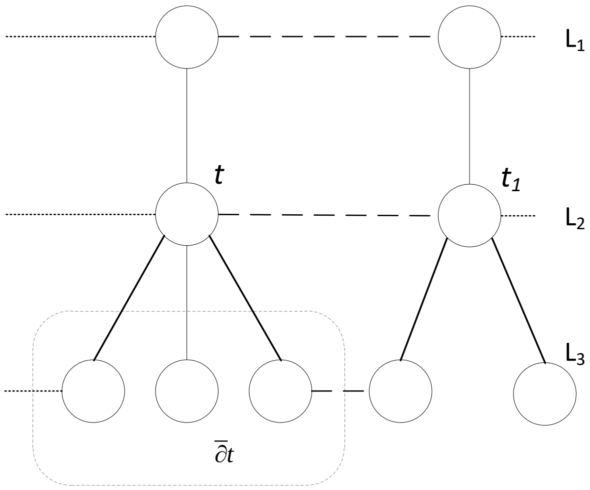

РИСУНОК. Графічне зображення структури графа

Припущення 2. Будемо вважати, що випадкове поле прихованих неполадок *Y* є одностороннім марковським, тобто для будь-якої вершини $s \in V$ умовний розподіл ймовірностей $p(y_s \mid y)$ на множині значень y_s залежить лише від станів елементів поля, які належать околу ∂s вершини *s*:

$$p(y_s \mid y) = p(y_s \mid y_{\partial s}).$$

Пераховані вище припущення щодо структури ймовірнісної моделі комунікаційної мережі дозволяють сформулювати базовий алгоритм пошуку прихованих першопричин неполадок. Пропонується рекурсивний алгоритм проходження вершин графа, на кожному кроці якого для деякої вершини *s* розглядається вплив на неї сусідніх елементів, розташованих на тому ж і нижчих рівнях.

Перед тим як сформулювати алгоритм розглянемо допоміжну лему, необхідну для подальших розрахунків.

Лема 1. Якщо випадкові величини $\left\{ x_1, ..., x_{|V|} \right\}$, які спостерігаються, є умовно незалежними відносно прихованого поля першопричин *Y*, а випадкове поле $y = \left\{ y_1, ..., y_{|V|} \right\}$ є одностороннім марковським за відношенням до вершин нижчого рівня, тоді для умовного розподілу ймовірностей станів деякої вершини *t* справедливо

$$p(y_t \mid x_{\partial t}) = p(y_t \mid x_{\bar{t}})\, p(y_t \mid x_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s})\, p(x_{z_1^s} \mid y_s) \ldots p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right),$$

де z_1^s, z_2^s, …, z_n^s – горизонтальні сусіди вузла s.

Доведення. Нехай для деякого прихованого стану y_t елемента $t \in V$ відомі розподіли ймовірностей $p(y_s \mid x_{\partial s})$, $y_s \in Y$, $s \in \partial t$ його сусідніх вузлів і отримано нове повідомлення про поломку y_t. Застосуємо до вузла t формулу Байєса відносно гіпотез $p(y_t \mid x_{\partial t})$, які утворюють повну групу подій після повідомлення x_t:

$$p(y_t \mid x_{\partial t}, x_t) = \frac{p(y_t \mid x_{\partial t})\, p(x_t \mid y_t)}{\sum_{y_t' \in Y} p(y_t' \mid x_{\partial t})\, p(x_t \mid y_t')}. \tag{1}$$

Також згідно з припущеннями моделі, в точці $t \in V$ відомі апостеріорні розподіли ймовірностей $p(y_t \mid x_t)$ і апріорні $p(y_t)$. Застосуємо формулу Байєса до гіпотез y_t після реєстрації повідомлень x_t:

$$p(y_t \mid x_t) = \frac{p(y_t)\, p(x_t \mid y_t)}{\sum_{y_t' \in Y} p(y_t')\, p(x_t \mid y_t')}.$$

Знайдемо звідси $p(y_t \mid x_t)$ і підставивши отримане значення в (1), з урахуванням того що

$$p(y_t \mid x_{\partial t}) = p(y_t \mid x_{\bar{\partial} t})\, p(y_t \mid x_{t_1})\, p(y_t \mid x_{t_2}) \ldots p(y_t \mid x_{t_k}),$$

де t_1, t_2, t_k – горизонтальні сусіди t, отримаємо:

$$p(y_t \mid x_{\partial t}, x_t) = \frac{p(y_t \mid x_{\partial t}) \frac{p(y_t \mid x_t)}{p(y_t)} \sum_{y_t' \in Y} p(y_t')\, p(x_t \mid y_t')}{\sum_{y_t' \in Y} \left(p(y_t' \mid x_{\partial t}) \frac{p(y_t' \mid x_t)}{p(y_t')} \sum_{y_t'' \in Y} p(y_t'')\, p(x_t \mid y_t'') \right)} =$$

$$= \frac{p(y_t \mid x_{\partial t}) \frac{p(y_t \mid x_t)}{p(y_t)}}{\sum_{y_t' \in Y} \left(p(y_t' \mid x_{\partial t}) \frac{p(y_t' \mid x_t)}{p(y_t')} \right)},$$

$$p(y_t \mid x_{\partial t}, x_t) = \frac{1}{A}\, p(y_t \mid x_{\bar{\partial} t}) \frac{p(y_t \mid x_t)}{p(y_t)}\, p(y_t \mid x_{t_1}) \ldots p(y_t \mid x_{t_k}), \tag{2}$$

де $A = \sum_{y_t' \in Y} \left(p(y_t' \mid x_{\partial t}) \frac{p(y_t' \mid x_t)}{p(y_t')} \right)$.

Знайдемо ймовірність $p(y_t \mid x_{\bar{\partial}t})$. Зафіксувавши повідомлення $x_{\bar{\partial}t}$, застосуємо формулу Байєса до гіпотез $p(y_t)$, що створюють повну групу подій:

$$p(y_t \mid x_{\bar{\partial}t}) = \frac{p(y_t)p(x_{\bar{\partial}t} \mid y_t)}{\sum\limits_{y'_t \in Y} p(y'_t)p(x_{\bar{\partial}t} \mid y'_t)} = \frac{p(y_t)p(x_{\bar{\partial}t} \mid y_t)}{p(x_{\bar{\partial}t})}. \quad (3)$$

Так як $x_{\bar{\partial}t} = \bigcup\limits_{s \in \bar{\partial}t} x_s$, то з урахуванням умовної незалежності спостережень спільний розподіл може бути записаний у наступному вигляді:

$$p(x_{\bar{\partial}t} \mid y_t) = p(x_{\partial s_1} \mid y_t)p(x_{\partial s_2}, ... x_{\partial s_n} \mid y_t, x_{\partial s_1}) = \prod_{s \in \bar{\partial}t} p(x_{\partial s} \mid y_t), \quad (4)$$

де s_1, s_2,…, s_n – сусіди вузла t, що знаходяться на рівень нижче. Ймовірність $p(x_{\partial s} \mid y_t)$ знайдемо з спільного розподілу $p(x_{\partial s}, y_t) = p(y_t)p(x_{\partial s} \mid y_t)$:

$$p(x_{\partial s} \mid y_t) = p(x_{\partial s}, y_t) / p(y_t). \quad (5)$$

З іншого боку

$$p(x_{\partial s}, y_t) = \sum_{y_s \in Y} p(x_{\partial s}, y_t, y_s) = \sum_{y_s \in Y} p(y_s)p(x_{\partial s}, y_t \mid y_s) = \sum_{y_s \in Y} p(y_s)p(x_{\partial s} \mid y_s)p(y_t \mid y_s).$$

Враховуючи останню рівність, (5) прийме наступний вигляд:

$$p(x_{\partial s} \mid y_t) = \frac{1}{p(y_t)} \sum_{y_s \in Y} p(y_s)p(y_t \mid y_s)p(x_{\partial s} \mid y_s) =$$

$$= \sum_{y_s \in Y} \frac{p(y_s)p(y_t \mid y_s)}{p(y_t)} p(x_{\partial s} \mid y_s) = \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid y_t)p(x_{\partial s} \mid y_s). \quad (6)$$

Для $p(x_{\partial s} \mid y_s)$, з урахуванням «горизонтального сусідства», справедлива наступна рівність:

$$p(x_{\partial s} \mid y_s) = p(x_{z_1}, x_{z_2}, x_{\bar{\partial}s} \mid y_s) = p(x_{z_1^s} \mid y_s)p(x_{z_2^s} \mid y_s)...p(x_{z_n^s} \mid y_s)p(x_{\bar{\partial}s} \mid y_s),$$

де z_1^s, z_2^s, …, z_n^s – горизонтальні сусіди вузла s.

Щоб знайти останній множник $p(x_{\bar{\partial}s} \mid y_s)$, розглянемо апостеріорний розподіл $p(y_s \mid x_{\bar{\partial}s})$, $s \in \partial t$. Нехай $x_{\bar{\partial}s}$ – нові спостереження, запишемо формулу Байєса для спостережень у вузлі s:

$$p(y_s \mid x_{\bar{\partial}s}) = \frac{p(y_s)p(x_{\bar{\partial}s} \mid y_s)}{p(x_{\bar{\partial}s})}.$$

Звідси

$$p(x_{\bar{\partial}s} \mid y_s) = \frac{p(y_s \mid x_{\bar{\partial}s})p(x_{\bar{\partial}s})}{p(y_s)}.$$

Підставивши отримані результати в (6), отримаємо

$$p(x_{\partial s} \mid y_t) = \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid y_t) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{\bar{\partial} s})}{p(y_s)},$$

$$p(x_{\partial s} \mid y_t) = p(x_{\bar{\partial} s}) \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid y_t) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s})}{p(y_s)}. \qquad (7)$$

Тоді вираз (4) прийме наступний вигляд:

$$p(x_{\bar{\partial} t} \mid y_t) = \prod_{s \in \bar{\partial} t} p(x_{\partial s} \mid y_t) = \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(p(x_{\bar{\partial} s}) \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid y_t) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s})}{p(y_s)} \right)$$

і, враховуючи останню рівність, перепишемо (3) як

$$p(y_t \mid x_{\bar{\partial} t}) = \frac{p(y_t)}{p(x_{\bar{\partial} t})} \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(p(x_{\bar{\partial} s}) \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right),$$

$$p(y_t \mid x_{\bar{\partial} t}) = \frac{\prod_{s \in \bar{\partial} t} p(x_{\bar{\partial} s})}{p(x_{\bar{\partial} t})} \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_t)}{p(y_s)} p(y_s \mid y_t) \right). \qquad (8)$$

Для $p(x_{\bar{\partial} t})$ враховуючи рівність (3) справедливо наступне:

$$p(x_{\bar{\partial} t}) = \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) p(x_{\bar{\partial} t} \mid y_t) \right) = \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} p(x_{\partial s} \mid y_t) \right).$$

Підставимо сюди значення $p(x_{\partial s} \mid y_t)$ з (7), отримаємо

$$p(x_{\bar{\partial} t}) = \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(p(x_{\bar{\partial} s}) \sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid y_t) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s})}{p(y_s)} \right) \right) =$$

$$= \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} p(x_{\bar{\partial} s}) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right) \right) =$$

$$= \prod_{s \in \bar{\partial} t} p(x_{\bar{\partial} s}) \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right) \right).$$

Отриманий вираз підставимо у (8):

$$p(y_t \mid x_{\bar{\partial} t}) = \frac{p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right)}{\sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) ... p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right) \right)}.$$

І тоді (2) прийме остаточний вигляд

$$p(y_t \mid x_{\partial t}, x_t) = \frac{1}{B} p(y_t \mid x_{t_1}) \ldots p(y_t \mid x_{t_k}) p(y_t \mid x_t) \times$$

$$\times \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) \ldots p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right),$$

де

$$B = \sum_{y_t \in Y} \left(p(y_t) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) \ldots p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right) \right).$$

Лему доведено.

Перейдемо до рекурсивного алгоритму пошуку причини мережевого збою.

1. Розглянемо елемент мережі t ($y_t \in Y$), в якому зафіксовано повідомлення про збій. Вважається, що для таких вузлів на цьому етапі розподіл $p(y_t) = p(y_t \mid x_t)$. Далі для всіх $i \in V$, починаючи з сусідів елемента t, розраховуються апріорні розподіли:

$$p(y_i) = \sum_{y_j \in Y} p(y_i \mid y_j) p(y_j), \quad y_i \in Y, \; i \in \partial j .$$

2. На другому етапі, починаючи з елементів найнижчого рівня, рекурсивно підіймаючись до елемента t розраховуємо апостеріорні розподіли $p(y_i \mid x) \propto p(y_i \mid x_{\partial i}) p(y_i \mid x_i)$, $y_i \in Y$, $i \in V$, де згідно леми 1

$$p(y_t \mid x_{\partial t}) \propto p(y_t \mid x_{\bar{t}_1}) \ldots p(y_t \mid x_{\bar{t}_m}) \prod_{s \in \bar{\partial} t} \left(\sum_{y_s \in Y} p(y_s \mid x_{\bar{\partial} s}) p(x_{z_1^s} \mid y_s) \ldots p(x_{z_n^s} \mid y_s) \frac{p(y_s \mid y_t)}{p(y_s)} \right).$$

Припускається, що апостеріорні розподіли ймовірностей $p(y_i \mid x_i)$, $p(y_i \mid x_j)$, $i \in \partial j$ відомі.

3. Таким чином, у результаті проходженні по всіх вузлах графа, розподіл ймовірностей станів вершини t враховує всі повідомлення $p(y_t \mid x_{\partial t}) = p(y_t \mid x)$, $y_t \in Y$. Такий апостеріорний розподіл ймовірності станів деякого елемента дозволяє прийняти рішення про поломку

$$y_t^*(x) = \arg\max_{y_t \in Y} p(y_t \mid x) .$$

4. Далі для всіх інших вершин $j \in V$ топологічного графа розраховуємо апостеріорні розподіли $p(y_i \mid x)$

$$p(y_i \mid x) \propto \sum_{y_j \in Y} p(y_i \mid y_j, x) p(y_j \mid x), \; y_i \in Y, \; i \in \partial j ,$$

$$p(y_i \mid y_j, x) \propto p(y_i \mid x_{\partial i})\, p(x_j) \frac{p(y_i \mid y_j)}{p(y_i)},$$

і приймаємо рішення про їх приховані стани y_i:

$$y_i^*(x) = \arg\max_{y_i \in Y} p(y_i \mid x) .$$

Аналогічний байєсівський підхід для задачі розпізнавання образів використано в статті [2].

Висновок. У роботі запропоновано рекурсивний алгоритм проходження вершин графа, на кожному кроці якого для деякої вершини розглядається вплив на неї сусідніх елементів, розташованих на тому ж і нижчих рівнях. Цей результат дає можливість ідентифікувати приховані першопричини збоїв у роботі комунікаційної мережі.

А.С. Самосенок, Г.Д. Била, А.П. Кнопов

ПРИМЕНЕНИЕ ИНСТРУМЕНТАРИЯ МАРКОВСКИХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ПОИСКА ПРИЧИНЫ СЕТЕВОГО СБОЯ

Рассмотрено модель коммуникационной сети на основе марковских полей и задача идентификации скрытых поломок сети на основе байесовского принципа распознавания. Предложен рекурсивный алгоритм идентификации скрытых первопричин неполадок работоспособности коммуникационной сети при наличии сообщений о сбое, которые зарегистрированы в соседних узлах топологического графа сети.

O.S. Samosonok, G.D. Bila, A.P. Knopov

USAGE OF MARKOV RANDOM FIELDS FOR ROOT COUSE DETERMINATION OF NETWORK FAULT

The model of the communication network based on Markov fields is considered along with the problem of identification of hidden network's fault based on Bayesian principle of recognition. A recursive algorithm for identifying the root causes of communication system faults is suggested based on analysis of the fault messages registered in the neighboring nodes of the network topological graph.

1. *Самосёнок А.С.* Методы автоматической обработки неполадок в компьютерных сетях // Компьютерная математика. – Киев: Ин-т кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, 2011. – № 2. – С. 74 – 80.
2. *Голодников А.Н., Кнопов П.С., Пепеляев В.А.* Некоторые подходы к задаче распознавания образов // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 6. – С. 55 – 69.

Одержано 01.04.2016