

## **ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ВОГНИЩА ЗЕМЛЕТРУСУ**

**Вступ.** Існує багато робіт стосовно моделювання вогнищевих зон [1, 2], але на цей час досі невідома поведінка фізичних параметрів, що описують механізм вогнища землетрусу. В бюлетенях і каталогах можна знайти інформацію про кінематичні та динамічні характеристики землетрусу. Це надзвичайно важливі дані для розуміння механізму вогнища, втім їх недостатньо для моделювання хвильових процесів у досліджуваній зоні. Залишається відкритим питання стосовно визначення функції джерела як часової характеристики. Звичайно, сейсмологи мають цінну інформацію – записи сейсмічних хвиль на вільній поверхні (сейсмограми), але, на жаль, за їх допомогою неможливо знайти поведінку стрибка переміщень (подвижки по розриву) як функцію часу. В загальному випадку ми розглядаємо вогнище землетрусу у вигляді зсувної дислокації, коли кожна точка на розриві є генератором сейсмічних хвиль. Отже, на сейсмограмах реєструється хвильове поле, коли джерело розподілене. У статті розглянуто випадок, коли гіпоцентрально відстань є набагато більшою від геометричних розмірів джерела. Тому вогнище землетрусу можна зобразити у вигляді точково-ефективної зсувної дислокації. А це означає, що його задано тензором сейсмічного моменту, кожна компонента якого в загальному випадку залежить від часу. Під функцією джерела розуміємо функцію стрибка переміщення  $\bar{U}$  на розриві. На основі розв'язання прямої тривимірної динамічної задачі сейсміки проаналізуємо функцію джерела в часовій області, коли точкове джерело розміщене в однорідному півпросторі на деякій відстані від вільної поверхні. Функцію джерела задаватимемо у вигляді моделі Брюно.

**Модель вогнища.** Оскільки ми розглядаємо тільки хвильові поля для дальньої зони, вважаємо, що вогнищем землетрусу є точково-ефективне джерело, яке характеризується тензором сейсмічного моменту  $M_{ij}$ . Слід відзначити, що цей тензор математично визначає орієнтацію площини розриву, а також енергію, що виділяється під час землетрусу, тобто він містить всю інформацію про вогнище землетрусу. Втім усі ці припущення є правильними для сейсмічних хвиль, довжина яких набагато більша, ніж лінійні розміри площини розриву. Для такої моделі вогнища функція стрибка пере-

міщень на розриві  $U(t)$  (середнє посування по розриву на  $\Sigma$ ) залежить лише від часу  $t$ . Тому середнє посування на площині розриву  $\Sigma$  запишемо як:

$$\bar{U}(t) = \frac{\iint_{\Sigma} [U(\bar{x}, t)] d\Sigma}{A}, \quad (1)$$

де  $A$  – площа розриву  $\Sigma$ ;  $[U(x, t)]$  – посування по розриву як функція координати  $x$  і часу  $t$  на  $\Sigma$ .

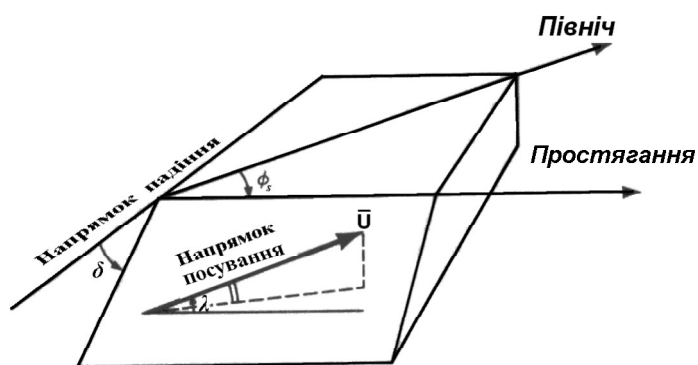
Тоді сейсмічний момент  $M_0(t)$  як функцію часу визначимо як

$$M_0(t) = \mu A \bar{U}(t), \quad (2)$$

де  $\mu$  – модуль зсуву.

У цій постановці задачі модель вогнища землетрусу – це деяка точково-ефективна дислокація, яка характеризується часовою функцією  $\bar{U}(t)$  або  $M_0(t)$  і розміщується на глибині  $h$  однорідного півпростору. Мета нашого дослідження – визначення впливу функції джерела  $\bar{U}(t)$  на хвильову картину, яка реєструється на вільній поверхні однорідного півпростору, тобто виділення цієї функції на синтетичній сейсмограмі, яку аналітично представлено з використанням перетворення Фур’є–Бесселя–Мелліна. Розділити вплив параметрів джерела і середовища, які наявні на сейсмограмі, практично неможливо. Також дуже важко оцінити, наскільки одні характеристики мають перевагу перед іншими. Отже, підходимо до фундаментальних проблем оцінки впливу параметрів вогнища і неоднорідного середовища на хвильове поле на вільній поверхні. Спробуємо зробити певний аналіз вищевикладеного на прикладі найпростішої моделі середовища, оскільки домовилися розглядати лише інтерпретацію характеристик джерела. Задачу розбираємо як тривимірну, для якої компоненти тензора сейсмічного моменту  $M_{ij}$ , що задають джерело, задані в декартовій, а хвильове поле – в циліндричній системі координат.

Відображення впливу функції джерела  $\bar{U}(t)$  на синтетичну сейсмограму та її аналітичне виділення можемо проаналізувати на основі таких теоретичних викладів. На рис.1 показано геометрію дислокаційної моделі



для довільної орієнтації площини розриву. В попередніх роботах [2–4] ми одержали співвідношення для компонент переміщень на вільній поверхні вертикально-неоднорідного середовища, коли джере-

Рис. 1. Геометрія дислокаційної моделі

ло сейсмічних хвиль змодельовано вектором стрибків переміщень-напружень і тензором сейсмічного моменту (пряма динамічна задача). Ми використали результати попередніх досліджень для випадку однорідного півпростору. Ще раз зазначимо, що вибір моделі середовища є несуттєвим. Запишемо  $z$ -ту компоненту переміщення  $U_z^{(0)}$  на вільній поверхні однорідного півпростору (дальня зона) [3, 4]:

$$U_z^{(0)}(r, t) = \frac{1}{2\pi\mu} \int_0^\infty \frac{k J_1(k, r)}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{2k\alpha\beta^2 e^{-kh\beta} - gkae^{-kha}}{4\alpha\beta - g^2} M_{xz}(k, \eta) \cos(\varphi) e^{k\eta r} d\eta dk, \quad (3)$$

де  $\alpha = \pm \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{V_P^2}}$ ,  $\beta = \pm \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{V_S^2}}$ ,  $g = 1 + \beta^2$ ;  $J_1(k, r)$  – функція Бесселя 1-го

порядку;  $M_{xz}(k, \eta)$  –  $xz$ -компонента тензора сейсмічного моменту  $M_{ij}(i, j = x, y, z)$ ;  $\eta$  – змінна Мелліна;  $k$  – горизонтальна компонента хвильового числа;  $(r, \varphi, z)$  – циліндричні координати.

Ці співвідношення отримано для випадку зображення хвильових потенціалів поздовжньої хвилі  $\varphi$  і поперечної хвилі  $\psi$  через перетворення Фур'є–Бесселя–Мелліна. Для простоти розглянемо випадок, коли площина розриву  $\Sigma$  знаходиться в площині  $Y0Z$ . Орієнтацію розриву задаємо такими величинами: кут падіння  $\delta = \pi/2$ , кут нахилу  $\lambda = \pi/2$ , кут простирання  $\phi_s = \pi/2$ ;

Такий вибір орієнтації площини розриву  $\Sigma$  і функції  $\bar{U}(t)$  на ньому дає змогу стверджувати, що розглянуто чисто зсувну дислокацію, яка характеризується лише компонентою  $M_{xz}$  тензора сейсмічного моменту  $M_{ij}(i, j = x, y, z)$ . Це легко показати, використавши [1], а саме:

$$m_{xz} = \mu V_x [U_z], \quad m_{xx} = m_{yy} = m_{yz} = m_{zz} = m_{xy} = 0, \quad (4)$$

$$m_{ij} = \frac{dM_{ij}}{d\Sigma}, \quad (5)$$

де  $m_{ij}$  – густина тензора сейсмічного моменту;  $V_x$  – нормаль до площини розриву  $\Sigma$ .

$$M_{xz} = -M_0 (\cos \delta \cos \lambda \cos \phi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi_s), \quad (6)$$

Стрибку переміщень  $[U_z]$  відповідає часова функція  $\bar{U}(t)$ , яку задамо у такому вигляді (модель Брюна):

$$\bar{U}(t) = U_0 (1 - e^{-t/\tau}), \quad (7)$$

де  $\tau$  – час встановлення,  $U_0$  – амплітудне значення часової функції джерела  $\bar{U}(t)$ .

У наших дослідженнях беремо  $\tau = 0,2$  с,  $U_0 = 1$  м,  $r = 10000$  м,  $\varphi = \pi/6$ ,  $A = 10000$  м<sup>2</sup>.

Зворотнє перетворення Лапласа для  $\bar{U}(t)$  є таким:

$$U(k, \eta) = U_0 \left( \frac{1}{k\eta} - \frac{1}{\frac{1}{\tau} + k\eta} \right). \quad (8)$$

Використавши рівняння (2), (6) і (8), перепишемо  $z$ -компоненту переміщення  $U_z^{(0)}$  у вигляді

$$U_z^{(0)}(r, t) = -\frac{AU_0 \cos(\varphi)(\cos \delta \cos \lambda \cos \phi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi_s)}{2\pi} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{kJ_1(k, r)}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{2k\alpha\beta^2 e^{-kh\beta} - gk\alpha e^{-kh\alpha}}{4\alpha\beta - g^2} \left( \frac{1}{k\eta} - \frac{1}{\frac{1}{\tau} + k\eta} \right) e^{k\eta t} d\eta dk. \quad (9)$$

У загальному випадку маємо деяку підінтегральну функцію у виразі (3), яка має особливі точки – нулі функції. Підінтегральний вираз для внутрішнього інтегралу (9) має особливі точки – полюси першого порядку в точках  $\eta = 0$ ,  $\eta = -1/(k\tau)$  для компоненти тензора  $M_{xz}$  і  $\eta = j 2654$ , як корінь рівняння  $4\alpha\beta - g^2 = 0$ , коли модель півпростору задано за такими параметрами середовища:

$$V_p = 5000 \text{ м/с}; V_s = 2887 \text{ м/с}; \mu = 30 \text{ ГПа}; h = 10 \text{ км}; r = 10 \text{ км}.$$

Внутрішній інтеграл (9) запишемо у вигляді

$$I = 2 \operatorname{Re} \left( 2\pi j \sum_{\eta=0}^3 \operatorname{Res} f(\eta) + I_p \right), \quad (10)$$

де перший доданок – сума трьох лишків;  $I_p$  – інтеграл по розрізах  $\pm jV_p$ ,  $\pm jV_s$ .

Ми використали один із методів розрахунку подібних інтегралів – метод контурного інтегрування. Розклавши внутрішній інтеграл правої частини виразу (9) на суму нормальних хвиль (сума лишків) та інтегралів уздовж розрізів  $I_p$ , ми теоретично виділили об'ємні та поверхневі хвилі. Випадок середовища у вигляді півпростору є зручним, оскільки підінтегральна функція у виразі (9) задана в явному аналітичному вигляді, що дає змогу обчислити лишки функції. Можна показати, що

$$I_p = D \left( \int_0^\infty \frac{kJ_1(k, r)}{2\pi j} \int_{jV_p}^{j\infty} \frac{2k\alpha\beta^2 e^{-kh\beta} - gk\alpha e^{-kh\alpha}}{4\alpha\beta - g^2} e^{k\eta t} d\eta dk + \right. \\ \left. + \int_0^\infty \frac{kJ_1(k, r)}{2\pi j} \int_{jV_s}^{jV_p} \frac{2k\alpha\beta^2 e^{-kh\beta} - gk\alpha e^{-kh\alpha}}{4\alpha\beta - g^2} e^{k\eta t} d\eta dk \right), \quad (11)$$

$$\text{де } D = -\frac{AU_0 \cos(\varphi) (\cos \delta \cos \lambda \cos \phi_s + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \phi_s)}{2\pi}.$$

Відомо, що інтеграл по розрізах відображає на сейсмограмі об'ємні хвилі, а лишки – поверхневі [5]. Для оцінки впливу джерела на хвильове поле розглянемо лише ту частину у виразі (10), що визначає лишки в полюсах ( $\eta = 0$ ,  $\eta = -1/(k\tau)$ ) для компоненти тензора  $M_{xz}$ . Легко показати, що обчислені лишки в даних полюсах функції  $M_{xz}$  можна уявити як

$$\text{Res}[f(k, \eta)] \Big|_{\eta=0} = \frac{(V_p^2 + khV_s^2 - khV_p^2)e^{-kh}}{2V_s^2 - 2V_p^2},$$

$$\begin{aligned} & \text{Res}[f(k, \eta)] \Big|_{\eta=-\frac{1}{k\tau}} = \\ & = \left( 2 \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_p)^2}} \left( 1 + \frac{1}{(k\tau V_s)^2} \right) e^{-kh \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_s)^2}}} - \right. \\ & \quad \left. - \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_p)^2}} \left( 2 + \frac{1}{(k\tau V_s)^2} \right) e^{-kh \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_p)^2}}} \right) \times \\ & \quad \times \frac{e^{-t/\tau}}{4 \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_p)^2}} \sqrt{1 + \frac{1}{(k\tau V_s)^2}} - \left( 2 + \frac{1}{(k\tau V_s)^2} \right)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Тоді рівняння (3) із урахуванням виразу (12) набере вигляду

$$U_z^{(0)}(r, t) = U_b + U_s + cU_0(1 - e^{-t/\tau}), \quad (13)$$

де  $c$  – деякий коефіцієнт;  $U_b$  – переміщення, зумовлені об'ємними хвилями;  $U_s$  – переміщення, спричинені поверхневими хвилями на вільній поверхні півпростору.

Порівнявши вирази (7) та (13), можна дійти висновку, що аналітичне співвідношення для функції джерела, яке є у виразі для  $z$ -компоненти переміщення  $U_z^{(0)}(r, t)$  має відобразитися на синтетичних сейсмограмах. А це означає, що на синтетичній сейсмограмі можуть бути представлені рухи з часовою залежністю, ідентичній функції джерела. Разом з тим, аналіз

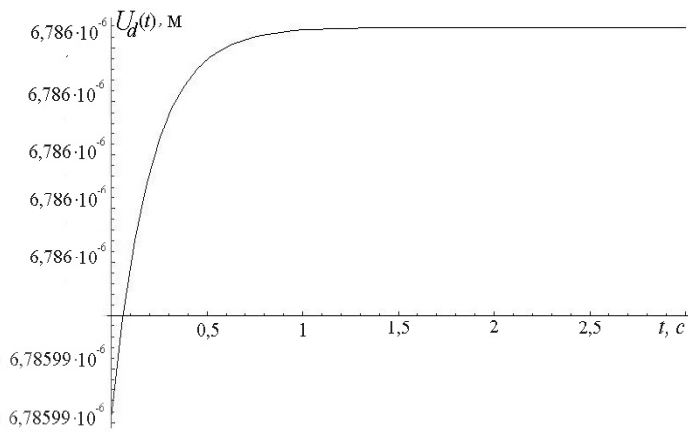


Рис. 2. Часова залежність  $U_d(t) = cU_0(1 - e^{-t/\tau})$ , яку визначено для лишків  $\eta = 0, \eta = -1/(k\tau)$  компоненти тензора  $M_{xz}$

виразу (13) показує, що ця часова залежність не відповідає закону причинності, оскільки рух починається раніше, ніж приходить пряма  $P$ -хвиля. Втім це не впливає на результат за

великих  $t$ . У нашій моделі півпростору, згідно з параметрами середовища і моделі точкового джерела як часової функції стрибка переміщень (7), потрібно розглядати та аналізувати хвильове поле на вільній поверхні для  $t \geq 2,8$  с ( $t = 2,8$  с – час вступу  $P$ -хвилі). Це означає, що, з одного боку, метод контурного інтегрування дає змогу аналітично розділити об'ємні і поверхневі хвилі, що є важливим для інтерпретації сейсмограм, а з іншого – він може бути використаний лише для великих  $t$ , тобто для часу після вступу  $P$ -хвилі, що є недоліком. Подібний аналітичний підхід і результати показані у праці [1].

Позначимо третій доданок із виразу (13) у вигляді часової залежності  $U_d(t) = cU_0(1 - e^{-t/\tau})$  (рис. 2). Ще раз наголосимо, що ця функція визначена для лишків на полюсах  $\eta = 0, \eta = -1/\tau k$  компоненти тензора  $M_{xz}$ . Поле переміщень (13) слід розглядати та аналізувати для  $t \geq 2,8$  с, тобто після вступу  $P$ -хвилі. На рис. 3 представлено поле переміщень  $U_b$  для об'ємних хвиль, згідно з рівнянням (11), яке також потрібно аналізувати після  $t \geq 2,8$  с.

Зазначимо, що розглянуто лише вплив однієї компоненти тензора сейсмічного моменту  $M_{ij}$ , а саме  $M_{xz}$ . Вплив інших компонент, без сумніву, змінює форму поля переміщень, але перші вступу  $P$ - і  $S$ -хвилі будуть незмінними.

**Висновки.** Отримано точні математичні співвідношення (9–13) для компонент переміщень  $U_z^{(0)}(r, t)$  у разі поширення сейсмічних хвиль в однорідному півпросторі, спричинених точковим джерелом, представленим тензором сейсмічного мо-

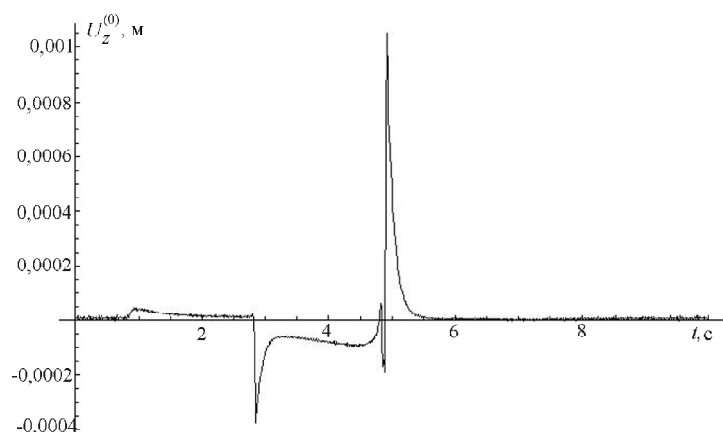


Рис. 3.  $z$ -Компонента переміщення на вільній поверхні півпростору для об'ємних хвиль, згідно із співвідношенням (9)

менту. Аналогічно можна вивести й інші компоненти поля переміщень. За методом контурних інтегралів строго аналітично розділено об'ємні та поверхневі хвилі, а також виділено часову функцію джерела на теоретичній сейсмограмі, яка описана у виразі (13). Дослідження впливу вогнища землетрусу на хвильове поле і її зв'язок з ефектами, що спостерігаються на сейсмічних записах потребує подальшого вивчення і дослідження, що буде показано у наступних роботах.

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. – М.: Мир, 1983. – Т. 1, 2. – 880 с.
2. Малицький Д.В. Про джерело сейсмічних хвиль // Геофіз. журн. – 2005. – № 2. – С. 304 – 308.
3. Пак Р.М., Малицький Д.В. Визначення хвильових потенціалів у формі інтегральних перетворень для ефективно-точкової дислокації // Геодинаміка. – 2004. – № 1 (4). – С. 68–74.
4. Пак Р.М. Моделювання хвильового поля, збудженого глибинним джерелом у вертикально-неоднорідному середовищі // Геофіз. журн. – 2005. – № 5. – С. 887–894.
5. Молотков Л.А. Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред. – М.: Наука, 2001. – 348 с.