

УДК 550.8

© Н.Л. Миронцов, 2011

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, г. Киев*

## **МЕТОДЫ ФАКТОРИЗАЦИИ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА**

Рассмотрены методы факторизации двумерной обратной задачи индукционного и электрического каротажа. Показано, что предложенные методы факторизации исключают необходимость внесения поправки “за вмещающие” пласты, что существенно повышает точность и упрощает инверсию геоэлектрических параметров для каждого пласта.

**Ключевые слова:** обратная 2D задача, индукционный каротаж, электрический каротаж, факторизация.

**Введение.** Методы индукционного (ИК) и электрического (ЭК) каротажа решают задачу восстановления геоэлектрических параметров пластов-коллекторов [1, 2]. Однако каждый из методов рассчитан на определенные скважинные условия [1–4]. Задача восстановления параметров пласта ограниченной мощности осложняется тем, что на измерения, соответствующие одному пласту, влияют вмещающие пласты. Более того, выдвинутое таким образом условие высокого вертикального (вдоль оси скважины) разрешения дополняется требованием детального исследования удельного электрического сопротивления (УЭС) вдоль пласта (нормально к оси скважины). Именно такое “сканирование” позволяет определить многие важные для производства параметры [1, 2, 5]. Однако следует отметить, что влияние вмещающих пластов приводит к тому, что обратная двумерная задача становится некорректно поставленной по Адамару [6]. В настоящее время используют несколько различных подходов для ее решения, например, применение комплекса БКЗ–БК–ИК, что позволяет исследовать дальнюю зону пласта с высокой степенью вертикального разрешения “фокусированными” методами трехэлектродного ЭК и зонда ИК [7]. Ближняя зона исследуется с помощью аппаратуры бокового каротажного зондирования (БКЗ). В этом случае на измерение значительно влияют: проводимость бурового раствора, эффект экранирования, эксцентриситет зондов, вмещающие пласты и др. Кроме того, такой подход принципиально не применим

в горизонтально-наклонных скважинах, для исследования характеристик маломощных пластов и при использовании сильно проводящих буровых растворов (в силу особенностей аппаратуры). Применяют также многозондовый ИК [8–12] и высокочастотное изопараметрическое каротажное индукционное зондирование [13]. Однако оба метода имеют весьма ограниченный диапазон измеряемых величин [3]. Более того, для решения обратных задач используются крайне приближенные методы учета влияния на измерение вмещающих пластов [1–4, 9, 10], которые могут приводить к качественно неверному результату.

Заметим, что ЭК и ИК решают одну и ту же задачу определения геоэлектрических параметров разреза, но они, вообще говоря, не являются взаимозаменяемыми. Достаточно рассмотреть два простых примера: пласт, пересеченный скважиной, заполненной непроводящим буровым раствором, и пласт, пересеченный скважиной, заполненной сильно проводящим буровым раствором. Очевидно, в первом случае не применим ЭК, во втором – ИК. Более того, ЭК и ИК определяют различные компоненты тензора проводимости и в анизотропной среде будут показывать различные значения УЭС. Рабочие диапазоны ЭК и ИК могут существенно различаться, хотя и иметь некое пересечение. Поэтому при геофизическом исследовании скважин применяют одновременно ЭК и ИК, и, соответственно, задача факторизации одинаково актуальна для каждого из них.

Рассмотрим подход, основанный на факторизации двумерной задачи. Такой подход позволит для каждого пласта решать задачу в предположении, что пласт имеет бесконечную мощность (что существенно упрощает решение и повышает его точность: такая одномерная задача устойчива), и детально исследовать распределение УЭС вдоль пласта.

**Индукционный каротаж.** Связь измеряемой величины кажущейся проводимости (КП), в рамках теории Долля [14], с искомой величиной удельной электрической проводимостью (УЭП) описывается уравнением Фредгольма первого рода типа свертки:

$$\tilde{\sigma}(z) = \int_L g(x) \sigma(z-x) dx, \quad (1)$$

где  $g$  – вертикальный геометрический фактор конкретного зонда. Воспользуемся теоремой о свертке [15], записанной для уравнения Фредгольма относительно ряда Фурье. В этом случае коэффициенты разложений функций, входящих в (1):

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\sigma}_n e^{-inz}, \\ \sigma(z-x) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_n e^{-inz} e^{inx}, \\ g(x) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{-inx},\end{aligned}$$

будут связаны соотношением [16,17]

$$\sigma_n = \frac{\tilde{\sigma}_n}{g_n}. \quad (2)$$

Функцию, представленную рядом Фурье с коэффициентами, рассчитанными по (2), обозначим  $\sigma'$ . Функцию, представленную рядом Фурье конечного числа членов (от  $-n$  до  $n$ ), рассчитанных по (2), обозначим  $\sigma'_n$ .

Будем считать, что разрез представляет собой пачку пластов без скважины (или формально УЭП каждого пласта равна УЭП бурового раствора в области пересечения пласта скважиной). Такое предположение в рамках линейной теории Долля (взаимодействие токов в среде пренебрежимо мало или отсутствует вовсе) не нарушает общности. Будем также считать среду аксиально-симметричной и немагнитной.

Необходимо заметить, что теория Долля является приближенной, так как на самом деле КП и УЭП связаны нелинейным уравнением Фредгольма:

$$\tilde{\sigma}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, \sigma) \sigma(z-x) dx. \quad (3)$$

Погрешность применения линейной теории Долля определяется геометрией зонда, его рабочей частотой и участком диапазона проводимости (сопротивления), в котором рассматривается задача [3]. Для широкого круга практических задач использование теории Долля не приводит к существенным погрешностям или позволяет линеаризовать задачу (3).

На рис. 1 представлен пример восстановления проводимости для малого (0,5 м) зонда аппаратуры 4ИК [16, 17]. Для этого примера задача факторизована в каждой точке (на показания зонда в точке не влияют

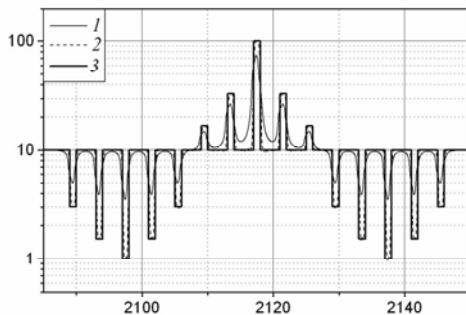


Рис. 1. Диаграмма проводимости зонда ИК: 1 – измеренной КП  $\tilde{\sigma}$ ; 2 – рассчитанной проводимости  $\sigma$ ; 3 – искомой заданной проводимости  $\sigma$

значения УЭП в соседних точках), что значительно превышает требуемую на практике точность.

Подобное моделирование выполнено для величин УЭП, соответствующих области применимости (1), рабочему диапазону ИК [3] и актуальным моделям продуктивных пластов [5]. В качестве аппаратуры ИК были выбраны зонды: 0,50 м; 0,85 м; 1,25 м; 2,00 м; 6Ф1; АПТ (Schlumberger) [9,10]; АИК-5.

На основании изложенного метода, проведенных расчетов и представленных примеров был сделан следующий вывод: в рамках линейной теории Доля предлагаемый метод решения уравнения Фредгольма позволяет эффективно восстанавливать искомую функцию проводимости по данным ИК с точностью, обусловленной только погрешностью способа численного расчета результата для визуализации (в том числе погрешностью, вызванной необходимостью обнуления величин при любом численном расчете), и погрешностью, вносимой условиями измерения (конечная величина шага записи, ненулевая рабочая частота аппаратуры и др.).

**Электрический каротаж.** Задача факторизации двумерной обратной задачи ЭК не может быть решена аналитически, как в рассмотренном выше случае ИК, так как она нелинейная. Оказывается, что в этом случае можно создать аппаратуру, которая позволит измерять кажущееся сопротивление (КС) в каждом пласте, считая, что соседние пласты не влияют на такое измерение. В работе предложено два типа конструктивно простой многозондовой аппаратуры с высоким вертикальным разрешением, что дает возможность детально исследовать распределение УЭС вдоль пласта.

**1. МЭК-Ф.** Идея метода основана на фундаментальном физическом принципе непересечения линий тока в среде и может быть реализована в виде совокупности “прямых” токовых электродов, обладающих равным потенциалом относительно “обратного” токового электрода, приближенного на конечное расстояние (рис. 2) [18]. Тем самым совокупность измерений токов, стекающих с “прямых” электродов, позволяет детально исследовать радиальное распределение УЭС пластов с существенно более высоким вертикальным разрешением, чем БКЗ; избежать эффектов “экранирования”; разместить “обратный” электрод на любом конечном расстоянии (т. е. возможно изготовить такую аппаратуру в жестком корпусе и эксплуатировать ее в горизонтально-наклонных скважинах).

В рассматриваемой геометрии длина “обратного” электрода  $A$  составляет 1 м, длины прямых электродов  $B_1, \dots, B_7 - 0,1$  м, расстояния между всеми электродами 0,4 м. Для крайних “прямых” электродов принцип “фокусировки” тока выполняется нестрого, поскольку вертикальная составляющая вектора плотности тока не будет равна нулю с одной из сторон каждого крайнего электрода, т. е. они выполняют техническую функцию, обеспечивая работу внутренних “прямых” электродов в режиме “фокусировки”.

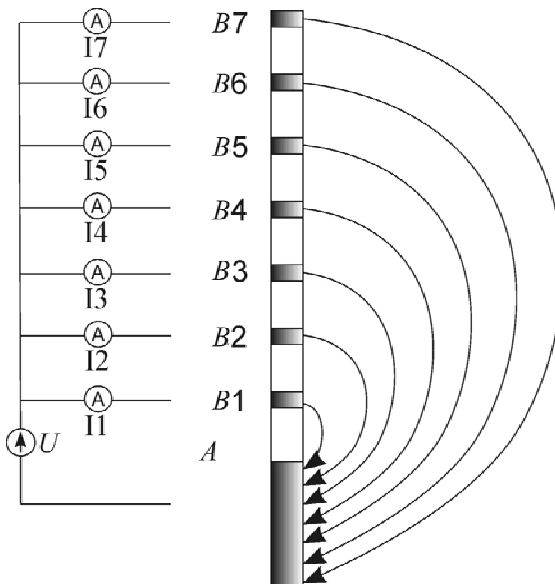


Рис. 2. Принципиальная геометрическая и электрическая схема аппаратуры МЭК-Ф

Результатом каротажа для рассмотренной геометрии будут семь величин:

$$\tilde{\rho}_i = K_i \frac{U}{I_i}, \quad i = \overline{1, \dots, 7},$$

где  $I_i$  – сила тока, “стекающего” в породу с каждого из семи “прямых” электродов;  $U$  – напряжение генератора ( $U = \text{const}$ );  $K_i$  – коэффициенты зондов (геометрические факторы).

Обратим внимание, что увеличение количества “прямых” электродов не усложняет конструкцию аппаратуры в целом, оно ограничено исключительно линейными размерами электродов и общей требуемой длиной аппаратуры.

Следует отметить ограничение на частоту переменного тока, питающего зонд, так как низкое сопротивление шины, соединяющей “прямые” электроды и обеспечивающей равенство их потенциала (в силу известного соотношения между сопротивлением  $R$  проводника и УЭС  $\rho$ , длины  $l$  и сечения  $S$ :  $R = \rho \frac{l}{S}$ ) подразумевает увеличение ее диаметра для уменьшения сопротивления, что, в свою очередь, приводит к повышению влияния скин-эффекта (увеличению сопротивления, так как ток будет концентрироваться у стенок шины [6] и ее “эффективное” сечение будет уменьшаться). Однако, как показали расчеты, эта проблема не ограничивает эффективность решения задач геофизического исследования скважин в условиях Днепровско-Донецкой впадины или Западной Сибири.

**2. МЭК-И.** Предлагаемый принцип работы аппаратуры МЭК-И основан на возможности зондирования пласта при различном соотношении потенциалов электродов (и, соответственно, разной глубине проникновения тока в пласт) [19]. Идея метода состоит в изменении отношения потенциала “экранных” электродов к потенциалу “центрального” электрода  $A$  в каждой точке измерения (вертикальная координата нахождения зонда в скважине) с одновременным измерением силы тока между электродами соответственно (рис. 3).

Измеряя ток при различной величине разности потенциалов  $U_i^A - U_i^{Ab,At}$  ( $U_i^A$  – потенциал электрода  $A$ ;  $U_i^{Ab,At}$  – потенциалы электрода  $At$  и  $Ab$  одновременно, так как конструктивно электроды соединены низкоомной шиной и считается, что их потенциалы равны относи-

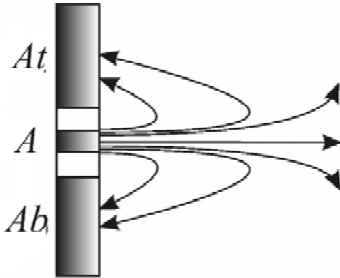


Рис. 3. Схематическое изображение геометрии аппаратуры БК-И и линий тока в среде при различных потенциалах “центрального” и “экранных” электродов

тельно бесконечно удаленной точки), тем самым будем определять КС различно удаленных от зонда участков среды:

$$\tilde{\rho}_i = K_i \frac{U_i^A - U_i^{Ab,At}}{I_i},$$

где  $\rho_i$  – КС;  $I_i$  – сила тока, протекающего между электродами  $A$  и  $At, Ab$  для  $i$ -го измерения (геометрический фактор  $K_i$  также будет различаться для каждого значения  $U_i^A - U_i^{Ab,At}$  при изменении траектории линий тока).

Остановимся на вопросе выбора значений разности измеряемых потенциалов  $U_i$ : очевидно, что в общем случае можно производить непрерывное измерение (для каждого положения зонда), и тогда получим непрерывное сканирование радиального распределения УЭС околоскважинного пространства (от максимально удаленного по глубине, соответствующего глубине исследования классическим БК-3, до минимального, соответствующего радиусу скважины), что фактически отвечает бесконечному числу зондов различной глубинности. Другими словами, для интервала времени  $\Delta t$ , на котором изменяется величина  $\Delta U = U_i^A - U_i^{Ab,At}$ , находим функцию

$$\tilde{\rho}(\Delta U, \rho(\mathbf{r})) = K(\Delta U) \frac{\Delta U(T)}{I(\Delta U, \rho(\mathbf{r}))},$$

где  $\rho(\mathbf{r})$  – пространственное распределение УЭС среды;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор.

Согласно расчетам, при разном пространственном распределении УЭС среды наиболее информативными оказываются измерения с различными диапазонами значений  $\Delta U$ . Так, для пластов-коллекторов, со-

ответствующих условиям Западной Сибири, в зависимости от вида проникновения (если УЭС ближней зоны пласта больше УЭС дальней зоны, то проникновение называют “повышающим”, в обратном случае – “понижающим”) наиболее “информативными” будут измерения с разным значением  $\Delta U$ : для точного расчета радиального распределения УЭС пласта при повышающем проникновении более информативны значения, близкие к нулю, при понижающем – большие значения  $\Delta U$ .

Конструктивно предложенный метод импульсного питания электродов и конкретная описанная аппаратура МЭК-И могут быть реализованы различными способами, но, видимо, наиболее простой из них – питание электродов от конденсаторов, что обеспечит требуемую скорость изменения разности потенциалов между поверхностями электродов.

Для аппаратуры МЭК-Ф и МЭК-И было проведено моделирование, соответствующее актуальным моделям терригенных разрезов Западной Сибири и Днепровско-Донецкой впадины. Результаты моделирования показали высокую степень факторизации задачи (устранения влияния вмещающих пластов). Так, для пластов мощностью более 1,0–1,5 м влияние вмещающих пластов сопоставимо с величиной допустимой погрешности каротажа [20].

**Выводы.** В работе рассмотрен метод факторизации обратной задачи ИК, основанный на применении регуляризирующего метода решения уравнения Фредгольма первого рода типа свертки. В случае ЭК для факторизации задачи предложены два новых принципа измерения КС с последующим простым восстановлением распределения УЭС вдоль пласта. Описанные методы позволяют эффективно решать двумерную обратную задачу каротажного зондирования.

*Автор выражает глубокую признательность за высказанные замечания, без которых работа не была бы полной, д-ру физ.-мат. наук В.Н. Шуману и благодарность канд. техн. наук Р.С. Челокьяну, а также И.Н. Савину, М.А. Олевскому, И.В. Майстренко, В.С. Месропяну за обсуждение возможности реализации МЭК-И, начатое еще в 2002 г.*

1. *Пирсон С. Дж.* Справочник по интерпретации данных каротажа. – М.: Недра, 1996. – 414 с.
2. *Дабрант Р.* Теория и интерпретация результатов геофизических методов исследования скважин. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
3. *Плюснин М.И.* Индукционный каротаж. – М.: Недра. 1968. – 140 с.



4. *Дахнов В.Н.* Интерпретация результатов геофизических исследований разрезов скважин. – М.: Недра, 1982. – 448 с.
5. *Эпов М.И., Глинских В.Н., Ульянов В.Н.* Оценка характеристик пространственного разрешения систем индукционного и высокочастотного каротажа в терригенных разрезах западной Сибири // НТВ Каротажник. – 2001. – Вып. 81. – С. 19–57.
6. *Старостенко В.И., Оганесян С.М.* Некорректно поставленные задачи по Адамару и их приближенное решение методом регуляризации А.Н. Тихонова // Геофиз. журн. – 2001. – 23. – С. 3–20.
7. *Красножон М.Д.* Компьютеризированная технология интерпретации материалов электрического каротажа // НТВ Каротажник. – 2005. – № 3–4 (130–131). – С. 27–52.
8. *Миронцов М.Л.* Метод швидкого розв’язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Геофиз. журн. – 2007. – 29, № 5. – 212–214 с.
9. *Anderson V.I.* Modeling and inversion methods for the interpretation of resistivity logging tool response. – Schlumberge print, 2001. – 377 p.
10. *Anderson V.I., Barber T.D.* Induction Logging. – Schlumberger print., 1996. – 45 p.
11. *Вербжизцкий В.В., Девцин В.А., Снежко О.М.* Результаты испытаний модуля 4ИК-73Г в горизонтальных скважинах треста “Сургутнефтегеофизика” // НТВ Каротажник. – 1999. – Вып. 57. – С. 87–97.
12. *Девцин В.А., Каган Г.Я., Пантюхин В.А. и др.* Многозондовые комплексы индукционного каротажа // НТВ Каротажник. – 1997. – Вып. 30. – С. 24–32.
13. *Технология* исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство / Под. ред. М.И. Эпов, Ю.Н. Антонов. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 121 с.
14. *Доль Г.Г.* Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти // Вопросы промышленной геофизики. – М.: Гостоптехиздат, 1957. – 252–274 с.
15. *Свертка.* Математическая энциклопедия. Т.4 / Под. ред. И.М. Виноградова. – М.: Сов. энцикл., 1984. – 1216 с.
16. *Миронцов Н.Л.* Способ решения 2D задачи индукционного каротажа // Геофиз. журн. – 2009. – № 4. – С. 196–203.
17. *Миронцов Н.Л.* Способ решения 2D задачи индукционного каротажа // Докл. НАН Украины. – 2009. – № 5. – С. 149–152.
18. *Миронцов Н.Л.* Новый принцип многозондового электрического каротажа // Доп. НАН України. – 2010. – № 6. – С. 103–105.
19. *Миронцов Н.Л.* Импульсный боковой каротаж с повышенным пространственным разрешением // Там само. – 2010. – № 5. – С. 120–122.
20. *Техническая* инструкция по проведению геофизических исследований и работ приборами на кабеле в нефтяных и газовых скважинах / Под. ред. Р.Т. Хаматдинова. – М.: ГЕРС, 2002. – 270 с.

**Методи факторизації двомірної зворотної задачі електричного та індукційного каротажу** М.Л. Миронцов

**РЕЗЮМЕ.** Розглянуто методи факторизації двовимірної оберненої задачі індукційного та електричного каротажу. Показано, що запропоновані методи факторизації виключають необхідність внесення поправки “за вмісні” пласти, що суттєво підвищує точність і спрощує інверсію геоелектричних параметрів для кожного пласта.

**Ключові слова:** обернена 2D задача, індукційний каротаж, електричний каротаж, факторизація.

**Factorization methods for inverse two-dimensional problem of electric and induction logging** N.L. Myrontsov

**SUMMARY.** Factorization method for inverse two-dimension induction logging and two methods for electric logging improve the accuracy and simplify the inversion of geoelectric parameters for each bed by eliminating the necessity of using the “shoulder-effect” correction.

**Keywords:** 2D inverse problem, induction logging, lateral logging, factorization.