

УДК 531.781:550.36(045)

Н.И. Бахова

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,
г. Киев*

ТЕПЛОВЫЕ НЕОДНОРОДНОСТИ И НАКОПЛЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Рассмотрено несколько теоретических моделей упругой геологической среды с неоднородными теплофизическими характеристиками. На основе метода конечных элементов получено детальное распределение термоупругих напряжений и перемещений для неоднородной геологической среды. Исследовано влияние геометрического фактора и неоднородных граничных условий на распределение термоупругих напряжений и перемещений. Согласно вычислительным экспериментам, максимальные термоупругие напряжения достигают 500 бар, максимальные вертикальные перемещения не превышают 90, горизонтальные – 50 м. Положение нейтральной плоскости определяется точно.

Ключевые слова: термоупругие напряжения, перемещения, геологическая среда, метод конечных элементов, вычислительный эксперимент.

Введение. Реальное напряженное состояние в любой точке литосферы является результатом действия напряжений различного происхождения. Источников напряжений в литосфере может быть несколько. Важнейшие из них следующие:

- отрицательная плавучесть плиты, погружающейся в зоне субдукции;
- сила гравитационного соскальзывания плиты с океанического хребта;
- процессы эрозии и седиментации, вызывающие, соответственно, уменьшение и увеличение поверхностной нагрузки;
- изменение температуры.

Системы напряжений, действующих в литосфере, могут быть удобно разделены на две главные категории: возобновляемые и невозобновляемые [4].

Напряжения возобновляемого типа – это результат непрерывного действия (или вторичного приложения) поверхностных и массовых сил. Под действием таких напряжений в литосфере в геологических интер-

валах времени накапливается большое количество энергии, которая высвобождается тектонической активностью [4].

Тепловые напряжения относятся к невозобновляемому типу. Они высвобождаются в молодой океанической литосфере и, однажды высвободившись, не могут больше накапливаться вновь. В силу этого обстоятельства в моделях глобальных напряжений влияние термоупругих напряжений не учитывалось.

Первые опубликованные модели термоупругих напряжений для океанической литосферы появились в 1973–1974 гг. Модели были существенно упрощены в связи с тем, что их исследование проводилось на основе аналитических методов.

Наиболее заметный импульс развитию исследования тепловых напряжений дали работы Д. Теркота [5–8]. Модель одноосных тепловых напряжений в остывающей океанической литосфере Д. Теркота открыла новый путь к исследованию феномена внутриплитовой тектоники [5, 7].

Тепловые напряжения, связанные с остыванием океанической литосферы, рассчитываются по формуле

$$\sigma_{yy} = -\alpha E(T_y - T_0),$$

где T_y – температура нижней границы литосферы; T_0 – температура, до которой плита остыла; α – коэффициент линейного расширения; E – модуль Юнга.

При $\alpha = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $T_y = 800 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_0 = 0^\circ\text{C}$ можно получить, что $\sigma_{yy} = 4 \cdot 10^3 \text{ МПа}$. Напряжения такой величины могут привести к разрыву.

Гребень хребта является ослабленной областью, поэтому для простоты анализа принимается $\sigma_{xx} = 0$. Однако это не совсем точно, поскольку тепловые напряжения существуют в X -направлении и ошибка в рассчитанных максимальных тепловых напряжениях составляет 10 %.

Таким образом, при остывании океанической литосферы возникают тепловые напряжения растяжения, параллельные оси хребта и магнитным аномалиям. К зонам разрыва в океанической литосфере напряжения σ_{yy} будут нормальными.

Постановка задачи. Для случая плоского напряженного состояния элемента изотропного материала с коэффициентом теплового расширения α при изменении температуры на $\Delta\theta$ можно записать

$$\varepsilon_0 = \begin{bmatrix} \alpha\Delta\theta \\ \alpha\Delta\theta \\ 0 \end{bmatrix},$$

так как при тепловом расширении (сжатии) не возникает сдвиговой деформации [1].

Для двумерных задач механики твердого тела на основе принципа минимума потенциальной энергии можно получить следующий функционал:

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon^T \sigma dV. \quad (1)$$

Для конечно-элементного разбиения функционал (1) может быть записан в виде

$$\Pi^e = \sum_{e=1}^l t_e \int_{\Omega_e} \frac{1}{2} \varepsilon^T \sigma d\Omega_e,$$

где Ω_e – элементная подобласть; t – ее толщина; l – общее число элементов в системе.

Дифференцирование элементного вклада Π^e по перемещениям узлов сетки δ и суммирование по всем элементам дают систему алгебраических уравнений

$$\mathbf{K}\delta = \mathbf{F}_0, \quad (2)$$

где \mathbf{K} – матрица жесткости; \mathbf{F}_0 – силы в узлах, возникающие при начальной деформации.

Напряжения и деформации связаны между собой соотношением

$$\sigma = \mathbf{D}(\varepsilon - \varepsilon_0), \quad (3)$$

где \mathbf{D} – матрица упругости, отражающая свойства материала (модуль Юнга и коэффициент Пуассона).

Уравнение (2) позволяет определить перемещения δ . Из (3) получим выражение для напряжений

$$\sigma = \mathbf{D}\mathbf{B}\delta - \mathbf{D}\varepsilon_0.$$

Предполагается, что напряжения внутри элементов постоянны и приложены к центру тяжести элемента. Матрицу \mathbf{B} можно определить, если известны функции формы и узловые смещения.

Из теории термоупругости известно, что состояние тела считается недеформированным при отсутствии внешних сил и при некоторой заданной температуре T_0 . Если $T \neq T_0$, даже в отсутствие внешних сил, тело будет деформировано вследствие теплового расширения [2].

В геофизике определить температуру недеформированного состояния довольно сложно, а порой и невозможно. Поэтому во всех теоретических моделях принимается следующее предположение: деформации, вызванные однородным нагреванием однородной среды, считаются пренебрежимо малыми, и температуры T_0 для каждого узла сетки рассчитывались при нагревании однородной среды тепловым потоком $q = 50$ мВт/м².

Результаты исследований. В настоящей работе рассмотрено несколько теоретических термоупругих задач для геологических сред различной геометрии с контрастными теплофизическими свойствами и неоднородными граничными условиями.

Неоднородное нагревание вертикального контакта двух сред при наличии толщи перекрывающих пород. Модель неоднородного нагревания вертикального контакта двух сред изображена на рис. 1. Контактная область перекрыта слоем мощностью $h = 5$ км с теплопроводностью $k_1 = 1,4$ Вт/(м·К) и коэффициентом линейного расширения $\alpha = 10^{-5}$ °С⁻¹. Нижняя граница модели неподвижна. Отношение коэффициентов теплопроводности равно: $k_2/k_1 = 2,5$, где $k_1 = 1,4$ Вт/(м·К), $k_2 = 3,5$ Вт/(м·К). Для тепловых потоков q_1 и q_2 приняты следующие значения: $q_1 = 80$ мВт/м²; $q_2 = 50$ мВт/м².

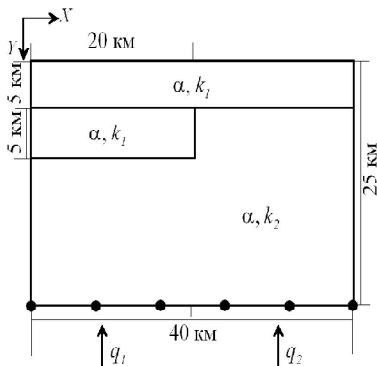


Рис. 1. Модель неоднородного нагревания вертикального контакта двух сред при наличии толщи перекрывающих пород

На границе двух сред для улучшения точности вычисления искомых величин было проведено регулярное сгущение конечно-элементной сетки.

На рис. 2 показаны результаты решения задачи. Аномалия термоупругих напряжений наблюдается в области, находящейся непосредственно под уступом. Наличие перекрывающей толщи низкотеплопроводных пород приводит к уменьшению напряжений (рис. 2, а).

На рис. 2, б узловые точки модельной среды перемещаются по оси X . Знак “минус” означает смещение в отрицательном направлении по оси X . Изолинии перемещений прерываются нейтральной плоскостью, где движения не наблюдается.

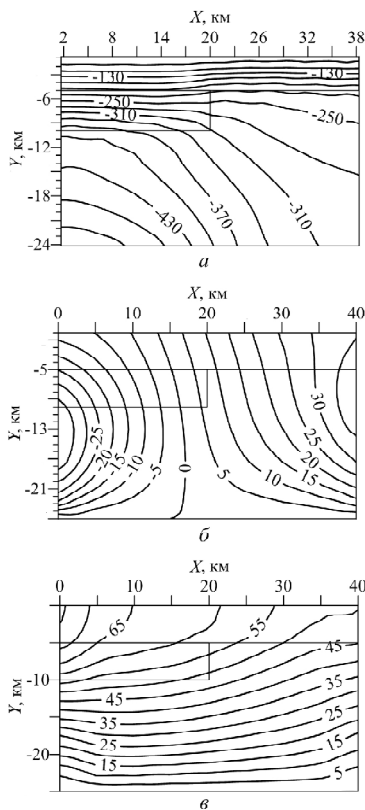


Рис. 2. Термоупругая модель для неоднородного нагревания вертикального контакта двух сред при наличии перекрывающего слоя ($k_2/k_1 = 2,5$; $q_1/q_2 = 1,6$): а – распределение термоупругих напряжений (значения даны в барах (по Международной системе СИ 1 бар = $1 \cdot 10^5$ Па)); б – распределение перемещений по оси X (значения даны в метрах); в – распределение перемещений по оси Y (значения даны в метрах)

Максимальные поднятия (рис. 2, в) рассматриваемой области происходят в низкотеплопроводных блоках. Знак “минус” означает смещение в отрицательном направлении по оси Y .

Влияние формы неоднородной среды на распределение термоупругих напряжений и перемещений. Исследуемая геологическая среда не всегда имеет строго определенную форму. Ее геометрия может быть различной.

Выберем уступообразную форму неоднородной среды. Значения теплофизических и упругих свойств, граничных условий остаются прежними относительно предыдущей модели геологической среды. На боковой границе модели 1–2 тепловой поток задавался по линейному закону

$$q' = q_1 - \frac{q_1 - q_2}{Y_1} Y_n,$$

где Y_n – дискретные значения глубин в интервале $10 \text{ км} < Y_n < 20 \text{ км}$.

Модель уступообразной формы неоднородной среды жестко закреплена в одной точке в нижнем правом углу (рис. 3).

Результаты расчетов для двух вариантов задачи приведены на рис. 4, 5.

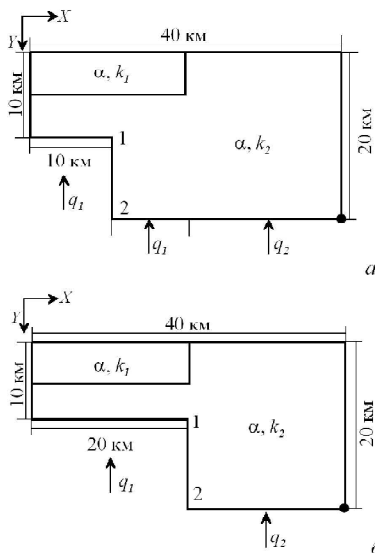


Рис. 3. Модель среды уступообразной формы. Ширина уступа: а – 10 км; б – 20 км

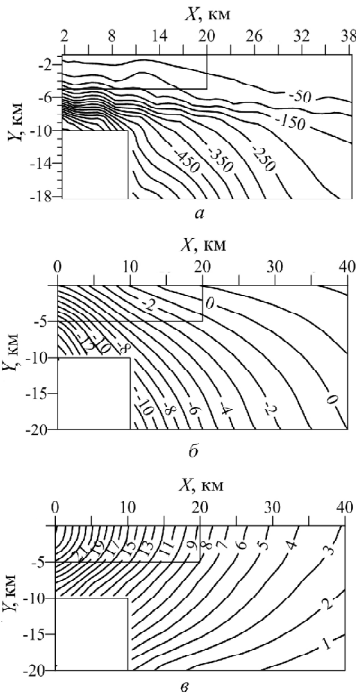


Рис. 4. Термоупругая модель для неоднородного нагрева уступообразного вертикального контакта двух сред (ширина уступа 10 км; $k_2/k_1 = 2,5$; $q_1/q_2 = 1,6$). Условные обозначения те же, что и на рис. 2

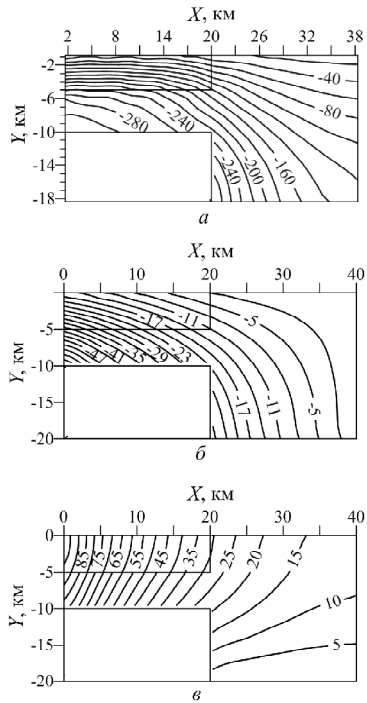


Рис. 5. Термоупругая модель для неоднородного нагрева уступообразного вертикального контакта двух сред (ширина уступа 20 км; $k_2/k_1 = 2,5$; $q_1/q_2 = 1,6$). Условные обозначения те же, что и на рис. 2

Закономерности в распределении напряжений (рис. 4, а, 5, а) не изменяются относительно модели прямоугольной формы. Максимальные термоупругие напряжения накапливаются под контактной зоной. Изгиб изолиний на границе контакта вблизи поверхности обусловлен вариациями, вызванными переходом от низкотеплопроводной среды к высоко-теплопроводной.

Наличие уступообразного выреза шириной 10 км не влияет на характер распределения перемещений в X- и Y-направлениях (рис. 4, б, в) относительно модели прямоугольной формы. При ширине уступа 20 км (рис. 5, б) нейтральная плоскость для горизонтальных перемещений смещается к правой границе модели. Увеличение значений вертикальных

перемещений в нижней части модели с шириной уступа 10 км (рис. 4, в) происходит менее интенсивно, чем при ширине уступа 20 км (рис. 5, в).

Численное исследование теоретических термоупругих моделей геологической среды различной геометрии с контрастными теплофизическими свойствами может послужить основой для анализа фрактальных свойств геологической среды. Привлечение математического аппарата фрактальных множеств способствует существенному продвижению исследователей в изучении строения геофизической среды.

В работе [3] впервые установлено самоподобие сейсмотектонической деформации в широком диапазоне энергий сейсмических подвижек. Это означает, что каждый элемент системы деформируется подобно системе в целом. Одинаково ориентированные отрезки в пределах элементов испытывают одинаковое относительное приращение на разных масштабных уровнях. Таким образом, направленность деформации сохраняется неизменной на всех масштабных уровнях системы. Авторами работы [3] направленность деформации названа детерминированной составляющей сейсмотектонического процесса.

Для хаотической случайной составляющей самоподобный характер проявляется в бесконечном увеличении суммарной площади поверхности элементов системы, т. е. площади трещиноватости. Следует отметить, что суммарный объем системы остается конечным [3].

Авторы [3] предполагают, что процессы, определяющие самоподобное структурирование среды на различных ступенях иерархии, сами обладают свойством масштабной инвариантности. Возможно, что такая инвариантность является одним из фундаментальных процессов в природе.

Заключение. Получено распределение термоупругих напряжений и перемещений для классических задач термоупругости. Исследовано взаимное влияние геометрии неоднородной среды и граничных условий. Согласно вычислительным экспериментам, максимальные термоупругие напряжения могут достигать 500 бар, максимальные вертикальные перемещения составляют 80–90, горизонтальные – 40–50 м.

1. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. – М.: Наука, 1987. – 246 с.
3. *Лукк А.А., Децеровский А.В., Сидорин А.Я., Сидорин И.А.* Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. – М.: ОИФЗ РАН, 1996. – 210 с.

4. *Bott M.H.P., Kusznir N.I.* The origin of tectonic stress in the lithosphere // *Tectonophysics*. – 1984. – V. 105, N 1–4. – P. 1–13.
5. *Turcotte D.L.* Are transform faults thermal contraction cracs? // *J. Geophys. Res.* – 1974. – V. 79. – P. 585–587.
6. *Turcotte D.L.* Membrane tectonics // *Geophys. J. R. Astron. Soc.* – 1974. – V. 36. – P. 33–42.
7. *Turcotte D.L., Oxburgh E.R.* Mid-plate tectonics // *Nature*. – 1973. – V. 244, N 5415. – P. 337–339.
8. *Turcotte D.L., Oxburgh E.R.* Stress accumulation in the lithosphere // *Tectonophysics*. – 1976. – V. 35, N 1–3. – P. 183–199.

Теплові неоднорідності та накопичення термопружних напружень в геологічному середовищі Н.І. Бахова

Розглянуто декілька теоретичних моделей пружного геологічного середовища з неоднорідними теплофізичними характеристиками. На основі методу скінченних елементів отримано детальний розподіл термопружних напружень і переміщень для неоднорідного геологічного середовища. Досліджено вплив геометричного фактора і неоднорідних граничних умов на розподіл термопружних напружень і переміщень. Згідно з обчислювальними експериментами, максимальні термопружні напруження досягають 500 бар, максимальні вертикальні переміщення не перевищують 90, горизонтальні – 50 м. Положення нейтральної площини визначається точно.

Ключові слова: термопружні напруження, переміщення, геологічне середовище, метод скінченних елементів, обчислювальний експеримент.

Thermal inhomogeneities and accumulation of thermoelastic stresses in geological environment N.I. Bakhova

Some theoretical thermoelastic models for the elastic geological environment with inhomogeneous thermophysical characteristics are considered. On the basis of the finite element method the detailed distribution of thermoelastic stresses and displacements for heterogeneous geological environment is received. The influence of the geometric factor and inhomogeneous boundary conditions on the distribution of thermoelastic stresses and displacements is investigated. Computing experiments have shown, that the size of the maximum thermal stresses reaches 500 bar. The maximum values of vertical dislocation are reached 90 m, and horizontal - 50 m. Neutral plane position is precisely defined.

Keywords: thermoelastic stresses, displacements, geological environment, finite elements method, computing experiments.